
I LIBRI DELL'OCSE

EDUCAZIONE

ORGANIZZAZIONE PER LA COOPERAZIONE E LO SVILUPPO ECONOMICO

In conformità all'Articolo 1 della Convenzione costitutiva firmata a Parigi il 14 dicembre 1960 ed entrata in vigore il 30 settembre 1961, l'Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico (OCSE) promuove politiche mirate a:

- realizzare la massima espansione possibile dell'economia e dell'occupazione e un innalzamento del tenore di vita nei Paesi membri, pur mantenendo la stabilità finanziaria, contribuendo così allo sviluppo dell'economia mondiale;
- contribuire a una sana espansione economica nei Paesi membri e non membri in via di sviluppo economico;
- contribuire all'espansione del commercio mondiale su una base multilaterale e non discriminatoria conformemente agli obblighi internazionali.

I membri originari dell'OCSE sono: Austria, Belgio, Canada, Danimarca, Francia, Germania, Grecia, Islanda, Irlanda, Italia, Lussemburgo, Norvegia, Olanda, Portogallo, Regno Unito, Spagna, Stati Uniti, Svezia, Svizzera e Turchia. I Paesi che seguono sono diventati in seguito membri aderendo all'organizzazione nelle date indicate: Giappone (28 aprile 1964), Finlandia (28 gennaio 1969), Australia (7 giugno 1971), Nuova Zelanda (29 maggio 1973), Messico (18 maggio 1994), Repubblica Ceca (21 dicembre 1995), Ungheria (7 maggio 1996), Polonia (22 novembre 1996), Corea (12 dicembre 1996) e Repubblica Slovacca (14 dicembre 2000). La Commissione delle Comunità Europee prende parte alle attività dell'OCSE (Articolo 13 della Convenzione OCSE).

PISA 2003 - VALUTAZIONE DEI QUINDICENNI

*Quadro di riferimento: conoscenze e abilità
in matematica, lettura, scienze e problem solving*



ARMANDO EDITORE

OCSE

Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico

PISA 2003 - Valutazione dei quindicenni
a cura dell'OCSE
Roma : Armando, © 2004
208 p. ; 27 cm. - (I libri dell'OCSE)

ISBN 88-8358-799-5

I. OCSE (Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico)
1. Scuola 2. Educazione

CDD 371

Titolo Originale dell'Opera (pubblicata in inglese e francese a cura dell'OCSE):

The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills

Cadre d'évaluation de PISA 2003: Connaissances et compétences en mathématiques, lecture, science et résolution de problèmes

© 2003, Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico (OCSE), Parigi.

Tutti i diritti sono riservati.

Edizione Italiana:

PISA 2003 - Valutazione dei quindicenni. Quadri di riferimento: conoscenze e abilità in matematica, lettura, scienze e problem solving

La traduzione Italiana è stata curata dall'Istituto per la Valutazione del Sistema dell'Istruzione (INValSI), Roma.

© 2004 Armando Armando s.r.l.

Pubblicato per concessione dell'OCSE, Parigi.

I diritti di riproduzione totale o parziale in antologie, citazioni od estratti di questa edizione italiana sono dell'Editore Armando Armando e dell'INValSI. Ogni richiesta di autorizzazione alla riproduzione di cui sopra va richiesta a:

Armando Armando s.r.l.
Viale Trastevere, 236
00153 Roma
Tel. 06/5894525 Fax 06/5818564
Internet: <http://www.armando.it>
E-Mail: redazione@armando.it ; segreteria@armando.it

INValSI
Progetto CoE-CHE
Villa Falconieri
Via Borromini, 5
00044 Frascati (RM)



Sommario

PREFAZIONE ALL'EDIZIONE ITALIANA	9
OCSE/PISA 2003: INTRODUZIONE ALLA VALUTAZIONE	11
Sintesi.....	11
Caratteristiche distintive di PISA 2003	13
Gli aspetti innovativi di PISA	16
Una sintesi di quanto viene valutato in ciascun ambito.....	18
Modalità di svolgimento della valutazione e di presentazione dei risultati di PISA 2003	21
Questionari sulle variabili di sfondo e loro funzioni	22
Collaborazione nello sviluppo dell'OCSE/PISA e dei suoi quadri di riferimento	23
Capitolo 1: LA COMPETENZA MATEMATICA	27
Definizione dell'ambito	28
Basi teoriche del quadro di riferimento della matematica dell'OCSE/PISA	30
Organizzazione dell'ambito.....	34
• Situazioni e contesti	36
• Il contenuto matematico – le quattro “idee chiave”	38
• I processi matematici	42
La valutazione della competenza matematica	53
• Caratteristiche dei compiti	53
• Struttura della valutazione	57
• Presentazione dei livelli di competenza matematica	57
• Sussidi e strumenti	59
Riepilogo	59
Altri esempi	60
• Matematica: prova 1 - FARO	61
• Matematica: prova 2 - TARIFFE POSTALI	65
• Matematica: prova 3 - BATTITO CARDIACO	68
• Matematica: prova 4 - PREZZI PER SUPERFICIE	71
• Matematica: prova 5 - STATURA DEGLI STUDENTI	73
• Matematica: prova 6 - ALTALENA	75
• Matematica: prova 7 - SERBATOIO PER L'ACQUA	77
• Matematica: prova 8 - TEMPO DI REAZIONE	79
• Matematica: prova 9 - CUBI	81
• Matematica: prova 10 - CONCENTRAZIONE DI UN MEDICINALE... ..	85
• Matematica: prova 11 - EDIFICIO A SPIRALE	88
• Matematica: prova 12 - CONCERTO ROCK	92
• Matematica: prova 13 - TAPIS ROULANTS	93

Sviluppo delle idee chiave	95
• Quantità	95
• Spazio e forma	98
• Cambiamento e relazioni.....	101
• Incertezza	104
 Capitolo 2: LA COMPETENZA DI LETTURA	109
Definizione dell'ambito	110
Formato del testo	111
• Testi continui.....	111
• Testi non continui.....	112
Caratteristiche dei quesiti	114
• Cinque processi (o aspetti)	114
• Tipi di quesito	118
• Correzione delle risposte	119
Situazioni	120
Presentazione dei risultati	121
• La costruzione di scale con i compiti di <i>reading literacy</i>	121
• La presentazione dei risultati	122
• Costruire una mappa dei quesiti	124
• I livelli di competenza di lettura	127
 Capitolo 3: LA COMPETENZA SCIENTIFICA	133
Definizione dell'ambito	134
Organizzazione dell'ambito.....	137
• Conoscenze o concetti scientifici	137
• Processi scientifici.....	139
• Situazioni o contesto: campi di applicazione	141
Caratteristiche delle prove ed esempi	142
• Scienze: prova 1 – FERMATE QUEL GERME!	143
• Scienze: prova 2 – PETER CAIRNEY	145
• Scienze: prova 3 – MAIS	148
Struttura della valutazione	150
Scale di presentazione dei risultati	152
Altri aspetti	154



Capitolo 4: PROBLEM SOLVING	155
Introduzione	156
Ricerche precedenti	156
Definizione dell'ambito	158
Organizzazione dell'ambito.....	159
• Tipi di problema	161
– Problem solving: prova 1 – ALLEVIA IL DOLORE	163
– Problem solving: prova 2 – GESTIRE LA VENDITA DI CD.....	167
– Problem solving: prova 3 – POMPA PER LA BICICLETTA	171
• Processi del <i>problem solving</i>	172
• Riepilogo dei tipi di problema	173
• Situazioni	173
Dove si colloca il <i>problem solving</i> all'interno di PISA 2003	173
• Competenze-chiave	175
• Il <i>problem solving</i> in rapporto alle tendenze del mercato	176
del lavoro e alla relativa domanda di abilità	
Caratteristiche della valutazione	179
• Comprensibilità ed equità	179
• Calcolatrici	179
Tipi di quesito	179
• Quesiti a scelta multipla	180
• Quesiti aperti a risposta univoca	180
• Quesiti aperti a risposta breve e articolata	181
• Gruppi di quesiti o prove	182
• Indicazioni per la correzione	182
• Uso di codici a due cifre	183
• Struttura generale dell'indagine.....	183
Analisi e presentazione dei risultati	184
Possibili ampliamenti del quadro di riferimento.....	184
del <i>problem solving</i> per i prossimi cicli dell'OCSE/PISA	
• <i>Problem solving</i> di gruppo	184
• Utilizzo di tecnologie informatiche nella somministrazione di prove ...	185
Altri esempi	185
• Problem solving: prova 4 – BATTERIE	186
• Problem solving: prova 5 – RUOTE	189
• Problem solving: prova 6 – VENDITA DI LIBRI.....	194
BIBLIOGRAFIA	197
APPENDICE	203



Prefazione all'edizione italiana

L'Italia ha preso parte fin dalla fase di progettazione, tra il 1995 e il 1997, all'indagine internazionale PISA (*Programme for International Student Assessment*) promossa dall'Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico (OCSE). Tale progetto riflette la volontà da parte dei governi dei Paesi membri dell'OCSE di monitorare i risultati dei sistemi scolastici in termini di prestazioni degli studenti in un quadro di riferimento comune a livello internazionale.

PISA è il frutto di un lavoro di collaborazione che vede coinvolti i Paesi partecipanti, attraverso rappresentanti governativi, istituti di ricerca ed esperti, l'OCSE, un Consorzio internazionale formato da cinque agenzie di ricerca ed esperti a livello internazionale. L'obiettivo di tale collaborazione ad ampio raggio è quello di garantire che gli strumenti di valutazione utilizzati nel progetto OCSE/PISA siano validi a livello internazionale, cioè tengano conto dei contesti culturali e scolastici dei Paesi membri dell'OCSE, abbiano buone proprietà psicometriche e mettano l'accento su problemi autentici e validi dal punto di vista educativo.

PISA 2003 è la prosecuzione della strategia di rilevazione di dati adottata nel 1997 dai Paesi dell'OCSE e gli ambiti valutati sono gli stessi considerati in PISA 2000. Tuttavia mentre il principale ambito della valutazione in PISA 2000 era costituito dalla *reading literacy*, in PISA 2003 è la *mathematical literacy*, definita come la capacità degli studenti di identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale, di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondano alle esigenze della vita attuale.

A differenza di precedenti indagini internazionali PISA, non valuta tanto la padronanza di parti del curriculum scolastico quanto piuttosto la capacità di utilizzare conoscenze e abilità, apprese anche e soprattutto a scuola, per affrontare e risolvere problemi e compiti analoghi a quelli che si possono incontrare nella vita reale. La valutazione va dunque oltre la scuola, che viene valutata in relazione ad un criterio esterno ad essa, rappresentato dalla preparazione dei giovani per la vita.

Un posto importante nell'architettura dell'indagine è occupato dal piano della valutazione che viene presentato in modo esaustivo in questa pubblicazione. In essa vengono esplicitati i presupposti teorici e gli obiettivi della valutazione, le conoscenze e le capacità valutate, i contesti rispetto ai quali se ne verifica la padronanza, il tipo di strumenti utilizzati con un corredo di esempi di prove e, infine, l'approccio adottato per la presentazione dei risultati.

Le prove sono state messe a punto, in collaborazione con i Paesi partecipanti, da gruppi di esperti coordinati da Raymond Adams, Barry McCrae, Ross Turner e Margaret Wu dell'*Australian Council for Educational Research* (ACER). La commissione responsabile dei quesiti di matematica è stata presieduta da



Jan de Lange dell'Università di Utrecht (Paesi Bassi); quella responsabile dei quesiti di lettura, da Irwin Kirsch dell'Educational Testing Service (Stati Uniti); quella responsabile dei quesiti di scienze, da Wynne Harlen (Regno Unito) e quella responsabile dei quesiti di problem solving dall'americano John Dossey dell'Illinois State University (Stati Uniti). Un elenco completo degli esperti di ciascuna commissione si trova in Appendice al testo. Alla revisione del quadro di riferimento della valutazione di ciascun ambito hanno anche collaborato esperti di ciascun Paese partecipante.

Il presente volume è stato preparato dalla Direzione per l'Educazione dell'OCSE con il coordinamento di Andreas Schleicher e di Claudia Tamassia ed è pubblicato sotto la responsabilità del Segretario Generale dell'OCSE.

Il MIUR, Direzione Generale per le Relazioni Internazionali, e l'INValSI, di comune accordo, hanno ritenuto importante tradurre in italiano il quadro di riferimento della valutazione di PISA 2003 per consentire una riflessione approfondita sui risultati di tale ciclo di PISA, che verranno resi pubblici alla fine del 2004, e – più in generale – per contribuire a promuovere, nel mondo della scuola, un'autentica cultura della valutazione.

Responsabile per conto dell'INValSI della traduzione e degli adattamenti del presente volume è Maria Teresa Siniscalco che si è avvalsa della collaborazione di Stefania Pozio e di Maria Alessandra Scalise.



OCSE/PISA 2003: Introduzione alla valutazione

SINTESI

Il progetto OCSE/PISA (*Programme for International Student Assessment*) rappresenta il frutto della collaborazione tra i governi dei Paesi membri dell'OCSE per valutare in che misura gli studenti di quindici anni, prossimi alla fine dell'obbligo scolastico, siano preparati ad affrontare le sfide della società contemporanea. Nella valutazione delle conoscenze e delle abilità, il progetto OCSE/PISA adotta un approccio ampio che riflette i cambiamenti in atto nei programmi di studio, superando una prospettiva strettamente scolastica per prendere in considerazione, invece, la capacità di servirsi delle conoscenze per affrontare i compiti e le sfide della vita quotidiana. Tale capacità riflette a sua volta quella di continuare ad apprendere per tutta la vita, applicando quanto si è appreso a scuola a contesti extra scolastici, valutando le proprie scelte e prendendo decisioni. L'indagine, diretta congiuntamente dai governi dei Paesi partecipanti, mette insieme da un lato le priorità politiche dei singoli Paesi e dall'altro la competenza scientifica di esperti di livello nazionale e internazionale.

Il progetto OCSE/PISA coniuga la valutazione di precisi ambiti disciplinari, come la lettura, la matematica e le scienze, con quella di importanti competenze trasversali, altrettanto prioritarie per i Paesi membri. Queste ultime sono valutate attraverso la raccolta di informazioni sull'autoregolazione dell'apprendimento e sulla familiarità con le tecnologie dell'informazione, arricchite nella rilevazione del 2003 da una valutazione delle competenze di *problem solving*. Inoltre i risultati sono messi in relazione con i dati relativi a fattori di contesto a livello di studenti, famiglie e istituzioni scolastiche raccolti attraverso i questionari.

Il progetto OCSE/PISA si caratterizza per: a) la presenza di meccanismi che garantiscono un'elevata qualità della traduzione degli strumenti, del campionamento e della raccolta dei dati; b) la definizione di misure volte a ottenere strumenti di valutazione "di ampio respiro" dal punto di vista linguistico e culturale, specialmente grazie alla partecipazione dei singoli Paesi al processo di costruzione e di revisione degli strumenti e ai gruppi di revisione culturale (*cultural review panels*); c) il ricorso alle metodologie di analisi dei dati più aggiornate. L'insieme di tali aspetti assicura strumenti di qualità elevata e conseguentemente risultati dotati di un alto livello di validità e di affidabilità, che rendono possibile una migliore comprensione dei sistemi educativi e delle caratteristiche degli studenti.

Il progetto OCSE/PISA si basa su una concezione dinamica dell'apprendimento per tutta la vita, secondo la quale si acquisiscono continuamente nuove conoscenze e abilità che sono necessarie per adattarsi con successo a un mondo in perenne mutamento. Il progetto OCSE/PISA focalizza l'attenzione su ciò di cui i quindicenni avranno bisogno per il futuro e mira a valutare che cosa essi siano in grado di fare con ciò che hanno appreso. I programmi scolastici dei singoli Paesi, dunque, rappresentano la cornice dell'indagine, sen-



za tuttavia costituire un vincolo. Pertanto, se è vero che il progetto valuta le conoscenze degli studenti, esso, d'altra parte, prende in considerazione la loro capacità di riflettere e di applicare le loro conoscenze e la loro esperienza alle questioni che si presentano nel mondo reale. Ad esempio, per comprendere e valutare consigli scientifici sulla sicurezza alimentare, una persona deve non solo possedere alcune nozioni di base sulla composizione degli alimenti, ma anche saper applicare tali nozioni. Ed è proprio allo scopo di abbracciare con un unico termine tanto le conoscenze quanto le abilità che si è fatto ricorso al termine *literacy*, che in italiano è stato reso con il termine *competenza*¹.

Il progetto OCSE/PISA è stato concepito per raccogliere informazioni in modo tempestivo ed efficiente con periodicità triennale. Esso fornisce dati relativi alla competenza di lettura, a quella matematica e a quella scientifica di studenti, scuole e Paesi, fornisce indicazioni circa i fattori che influenzano lo sviluppo delle abilità rilevate, a livello familiare e scolastico, ed esamina l'interazione fra tali fattori e le implicazioni che ne derivano sul piano delle politiche scolastiche.

Attraverso questa pubblicazione s'intende presentare il quadro concettuale di riferimento (*framework*) che sta alla base della valutazione dei diversi ambiti di PISA 2003, e più precisamente: i quadri di riferimento della valutazione

¹ La traduzione del termine inglese *literacy* è complessa. Il termine italiano *alfabetizzazione* indica da un lato il processo con cui gli analfabeti imparano a leggere e a scrivere, ed è dunque strettamente legato alla nozione di analfabetismo, e dall'altro indica un insieme di conoscenze e abilità di base, cioè fa riferimento a un livello minimo di capacità linguistica richiesto per muoversi in un determinato contesto sociale, che non esaurisce né costituisce l'obiettivo primario dell'accertamento del progetto PISA. Per superare questi limiti, in altre occasioni si è tradotto l'inglese *literacy* con il neologismo "letteratismo", parafrasato quest'ultimo con l'espressione "competenze alfabetiche funzionali" (Gallina, 2000; Vertecchi, 2000). Il termine letteratismo, tuttavia, mal si adatta a definire gli altri due ambiti dell'accertamento del PISA, la matematica e le scienze, dal momento che le espressioni "letteratismo matematico" e "letteratismo scientifico" rischiano di essere poco chiare. Nel presente documento il termine *literacy* è, dunque, tradotto con "competenza", in quanto esso include una componente di "sapere" e una componente di "saper fare", riflettendo così la definizione di *literacy* del PISA.

Infine, è utile ribadire come, nel caso di un termine quale *literacy*, qualsiasi traduzione abbia limiti e vantaggi e come la nostra scelta sia motivata dall'esigenza di tradurre in modo comprensibile e allo stesso tempo fedele un concetto e più in generale un testo che è stato concepito in un'altra lingua. D'altra parte la difficoltà incontrata nel tradurre il termine *literacy* in italiano è condivisa dalla maggior parte degli altri Paesi non anglofoni che partecipano a PISA, che hanno fatto scelte terminologiche in molti casi analoghe alla nostra. Ad esempio, l'Austria ha usato il termine "*Kompetenz*" sia per la lettura (*Lese-Kompetenz*) che per la matematica e le scienze (*Mathematik-Kompetenz* e *Wissenschaft-Kompetenz*); la Germania ha utilizzato il termine *Kompetenz* per la lettura e il termine *Grundbildung* per la matematica e le scienze; il Belgio francofono ha utilizzato l'espressione "*compréhension de l'écrit*" per la lettura e il termine "*culture*" per la matematica e le scienze (*culture mathématique* e *culture scientifique*); la Grecia usa il termine *alphavitisimos*; la Spagna ha tradotto *literacy*, a seconda dei contesti, con i termini corrispondenti a capacità, abilità, competenza, formazione ecc.; la Svezia ha utilizzato per la lettura un termine che corrisponde ad "abilità di lettura" e per la matematica e le scienze un termine che corrisponde a "conoscenza"; la Svizzera francese ha utilizzato i termini *compétences en lecture, en mathématique et en sciences*, mentre la Svizzera italiana ha utilizzato i termini competenze in lettura, competenze in matematica e competenze in scienze [N.d.T.].



della competenza di lettura e della competenza scientifica di PISA 2000, il quadro di riferimento ampliato rispetto a quello di PISA 2000 per la valutazione approfondita della competenza matematica e il quadro di riferimento per la valutazione del *problem solving* inteso come competenza trasversale, introdotta in PISA 2003.

Per ciascun ambito, il quadro di riferimento specifica i contenuti che gli studenti devono conoscere, i processi che devono padroneggiare e i contesti all'interno dei quali devono venire applicate le conoscenze e le abilità richieste. I quadri di riferimento, infine, illustrano i singoli ambiti di contenuto e le loro componenti attraverso esempi di prove.

CARATTERISTICHE DISTINTIVE DI PISA 2003

PISA 2003 rappresenta il secondo ciclo di una “strategia di raccolta dei dati” decisa dai Paesi partecipanti nel 1997. Nella pubblicazione *Measuring Student Knowledge and Skills: A New Framework for Assessment* (OCSE, 1999) è stato presentato il quadro di riferimento concettuale che stava alla base del primo ciclo, cioè PISA 2000. I risultati di quel primo ciclo, pubblicati nel dicembre del 2001 nel volume *Knowledge and Skills for life: First Results from PISA 2000* (OCSE, 2001) hanno consentito ai responsabili delle politiche scolastiche dei diversi Paesi di confrontare i risultati del proprio sistema scolastico con quelli degli altri Paesi partecipanti. Come già in PISA 2000, gli ambiti di competenza valutati in PISA 2003 sono quelli della lettura, della matematica e delle scienze, con la differenza che in questo secondo ciclo l'ambito principale non è più la lettura, ma la matematica. Inoltre, in PISA 2003, viene anche valutata la capacità di *problem solving* in contesti di vita reale. Gli studenti compilano anche un questionario per la rilevazione di variabili di sfondo, mentre ulteriori informazioni vengono acquisite per mezzo di un questionario compilato dai dirigenti scolastici. Sono quarantadue i Paesi, compresi i trenta Paesi membri dell'OCSE, che hanno partecipato all'indagine PISA 2003.

Poiché il progetto OCSE/PISA ha l'obiettivo di valutare i risultati complessivi del percorso scolastico per una fascia d'età che rientra nell'obbligo scolastico, la valutazione interessa tutti i quindicenni scolarizzati, sia in indirizzi di tipo generale² sia in indirizzi di tipo professionale. Ogni Paese partecipa alla rilevazione con un gruppo che va dai 5000 ai 10.000 studenti, estratti da un minimo di 150 scuole, che costituiscono un campione rappresentativo per analizzare i risultati in relazione a una serie di caratteristiche degli studenti.

² Tali indirizzi generali corrispondono nel caso del nostro Paese ai Licei [N.d.T.].



Cos'è PISA?

SINTESI DELLE PRINCIPALI CARATTERISTICHE DEL PROGETTO

Aspetti generali

- PISA è una valutazione standardizzata a livello internazionale dei quindicenni scolarizzati, messa a punto congiuntamente dai Paesi partecipanti.
- L'indagine è stata realizzata in 43 Paesi nel primo ciclo (32 nel 2000 e 11 nel 2002) e in 42 Paesi nel secondo ciclo (2003).
- In ciascun Paese le prove sono somministrate, di norma, a 5000-10.000 studenti.

Contenuto

- Pisa 2003 riguarda gli ambiti di competenza della lettura, della matematica e delle scienze non tanto in termini di padronanza dei programmi scolastici, quanto piuttosto in termini di conoscenze importanti e di abilità necessarie nella vita adulta. La valutazione di competenze trasversali continua a far parte integrante dell'indagine, attraverso la valutazione di un ulteriore ambito costituito dal *problem solving*.
- L'accento è posto sulla padronanza di processi cognitivi, sulla comprensione di concetti e sulla capacità di applicarli, nei vari ambiti, in diverse situazioni.

Metodo

- La valutazione avviene attraverso prove scritte strutturate che impegnano gli studenti per due ore.
- Le prove sono costituite da quesiti a scelta multipla e da quesiti che prevedono che lo studente scriva una risposta. I quesiti sono raggruppati in relazione a testi stimolo che riguardano situazioni della vita reale.
- Nel complesso lo strumento di rilevazione è costituito da sette ore di prova, ma ciascuno studente affronta solo una parte dei quesiti secondo un piano di rotazione.
- Gli studenti rispondono inoltre a un questionario, la cui compilazione richiede circa 30 minuti, con domande che riguardano loro stessi e le loro famiglie. I dirigenti scolastici compilano un questionario della durata di circa 20 minuti, che fornisce informazioni sull'istituto scolastico di cui fanno parte gli studenti.

Cicli dell'indagine

- La valutazione viene svolta con periodicità triennale, nel 2000, nel 2003, nel 2006.
- Ciascun ciclo prevede un ambito "principale" della valutazione, al quale sono dedicati i due terzi della rilevazione, mentre per gli altri ambiti fornisce un profilo sintetico delle competenze. Nel 2000, l'ambito principale è stato la competenza di lettura, nel 2003 la competenza matematica e nel 2006 sarà la competenza scientifica.

Risultati

- Un profilo delle conoscenze e delle abilità degli studenti quindicenni.
- Indicatori di contesto che mettono in relazione i risultati degli studenti con le caratteristiche degli studenti e delle scuole.
- Indicatori di tendenza che mostrano i cambiamenti dei risultati del tempo.
- Una preziosa base informativa per l'analisi delle politiche scolastiche e per la ricerca.



Il principale obiettivo dell'indagine OCSE/PISA è di verificare in che misura i giovani abbiano acquisito la più ampia gamma di conoscenze e abilità, nell'ambito della lettura, della matematica e delle scienze, che occorreranno loro nella vita adulta. La valutazione di competenze trasversali fa parte integrante di PISA 2003 attraverso la valutazione del *problem solving*. Le ragioni per adottare un così ampio approccio si possono riassumere come segue:

- Sebbene l'acquisizione di conoscenze specifiche rivesta grande importanza nell'apprendimento scolastico, il saper applicare nella vita adulta le conoscenze acquisite dipende essenzialmente dall'acquisizione di conoscenze e di abilità più estese. Per quanto riguarda la *matematica*, quando si tratta di utilizzare le proprie abilità matematiche nella vita quotidiana, è più importante saper ragionare in termini quantitativi o saper rappresentare relazioni e rapporti di dipendenza, piuttosto che saper rispondere alle domande tipiche dei libri di testo. Per quanto riguarda la *lettura* le abilità fondamentali consistono nell'essere in grado di interpretare un testo scritto e di riflettere sul suo contenuto e sulle sue caratteristiche formali. Per quanto riguarda le *scienze*, possedere nozioni di carattere specialistico – sapere, ad esempio, il nome scientifico di piante o animali – è meno rilevante che non comprendere grandi temi, quali, ad esempio, il consumo energetico, la biodiversità o la salute, considerando l'importanza di riflettere sugli argomenti attualmente oggetto di dibattito. Per quanto riguarda il *problem solving*, infine, le abilità essenziali per qualunque apprendimento futuro sono: riconoscere un problema, formularlo nei suoi termini esatti e usare le informazioni in proprio possesso per pianificare una strategia di soluzione, adeguare la soluzione al problema originale e, infine, comunicare ad altri la soluzione raggiunta.
- In un contesto internazionale, focalizzare l'attenzione sui contenuti curriculari, significherebbe limitarsi a considerare soltanto gli elementi comuni a tutti i Paesi o alla maggior parte di essi. Ciò comporterebbe molti compromessi e restringerebbe talmente il campo della valutazione da risultare di poco o nessun valore per i governi che volessero conoscere i punti di forza o le innovazioni dei sistemi scolastici di altri Paesi.
- È fondamentale che gli studenti sviluppino alcune abilità di carattere generale, fra le quali le abilità comunicative, l'adattabilità, la flessibilità, la capacità di risolvere problemi e quella di utilizzare le tecnologie dell'informazione. Tali abilità si sviluppano in modo trasversale rispetto al curriculum e richiedono, perciò, un approccio interdisciplinare.

Non è possibile che gli studenti imparino a scuola tutto ciò che servirà loro nella vita adulta. Ciò che devono acquisire, invece, sono i prerequisiti indispensabili per continuare ad apprendere con successo. Gli studenti devono essere in grado di organizzare e regolare il proprio apprendimento, di studiare da soli o in gruppo e di superare le difficoltà che il processo di apprendimento spesso comporta. Per far ciò, è necessario che essi siano consapevoli dei propri processi mentali e delle proprie strategie e metodi di apprendimento. Inoltre, andando avanti, sempre più spesso l'apprendimento avverrà in situazioni in cui le persone lavorano insieme e dipendono l'una dall'altra. Ed è proprio per valutare tali aspetti che, in PISA 2000, è stato adottato – come componente opzionale – uno strumento atto a raccogliere informazioni sull'apprendimento autoregolato, utilizzato, questa volta come componente di base, anche in PISA 2003.



PISA non è una singola indagine transnazionale per valutare il livello di competenza dei quindicenni nella lettura, nella matematica e nelle scienze. Si tratta, invece, di un programma ciclico che, sul lungo periodo, porterà alla costituzione di un *corpus* di informazioni per monitorare l'andamento delle conoscenze e delle abilità degli studenti non solo nei diversi Paesi, ma anche in diverse sub-popolazioni all'interno di ciascun Paese. In ogni ciclo dell'indagine è valutato in modo approfondito uno degli ambiti di competenza, al quale sono dedicati i due terzi del tempo della rilevazione. Nel 2000, l'ambito principale è stato quello della competenza di lettura, nel 2003 quello della competenza matematica e nel 2006 sarà quello della competenza scientifica. Tale impostazione consente un'analisi approfondita delle prestazioni in ciascun ambito ogni nove anni e un'analisi complessiva dell'andamento ogni tre anni.

Come per PISA 2000, il tempo richiesto a ciascuno studente per svolgere la prova è di due ore, ma i dati riguardano il corrispettivo di sette ore di quesiti. L'intero set di quesiti, infatti, è suddiviso in diversi fascicoli secondo un piano di rotazione dei materiali, per cui ciascun fascicolo è somministrato a un numero di studenti sufficiente per calcolare – per tutti i quesiti – stime adeguate delle prestazioni degli studenti di ciascun Paese e di sub-popolazioni rilevanti per l'analisi (come maschi e femmine, studenti con una diversa provenienza socio-economica, ecc.). La compilazione del questionario sulle variabili di sfondo richiede agli studenti altri 30 minuti.

Il progetto OCSE/PISA fornisce tre principali tipi di risultati:

- *indicatori di base* che consentono di costruire un profilo di riferimento delle conoscenze e delle abilità degli studenti quindicenni;
- *indicatori di contesto* che mostrano come tali abilità siano in relazione con importanti variabili di carattere demografico, socio-economico e riguardanti il sistema dell'istruzione;
- *indicatori di tendenza*, derivanti dal carattere ciclico della rilevazione, che mettono in luce i cambiamenti sia nel livello e nella distribuzione dei risultati, sia nelle relazioni tra tali risultati e le variabili di contesto a livello di studenti e di scuole.

Sebbene gli indicatori siano un mezzo efficace per attirare l'attenzione su questioni rilevanti, essi di solito non riescono a fornire risposte a domande relative alle politiche scolastiche, per cui l'indagine OCSE/PISA ha anche messo a punto un piano d'analisi orientato alle politiche educative che va oltre la semplice presentazione degli indicatori.

GLI ASPETTI INNOVATIVI DI PISA

PISA non è la prima indagine comparata internazionale sui risultati degli studenti; negli ultimi 40 anni ne sono state condotte altre, soprattutto a opera della IEA (*International Association for the Evaluation of Educational Achievement*) e della *International Assessment of Educational Progress* (IEAP) dell'*Education Testing Service* (ETS). Per quanto la qualità e la portata di tali indagini siano cresciute negli anni, esse forniscono ancora soltanto informazioni parziali e sporadiche sui risultati raggiunti dagli studenti in ambiti disciplinari circoscritti.

Cosa ancora più importante, tali indagini si sono concentrate su risultati stret-



tamente legati al curriculum, oltretutto solo su quelle parti del curriculum fondamentalmente comuni ai diversi Paesi partecipanti. Di norma, infatti, aspetti del curriculum caratteristici di un solo Paese, o di un numero ridotto di Paesi, non sono stati presi in considerazione nelle valutazioni, indipendentemente dal loro grado di importanza in tali Paesi.

Il progetto OCSE/PISA ha adottato un approccio innovativo rispetto a diversi aspetti:

- *La sua origine.* Il progetto è frutto dell'iniziativa dei governi dei Paesi dell'OCSE e i suoi risultati investono le priorità di tali governi in materia di politiche scolastiche.
- *La periodicità.* L'impegno a valutare diversi ambiti con aggiornamenti triennali, dà la possibilità ai Paesi partecipanti di monitorare in modo regolare e pianificato i propri progressi nel raggiungere obiettivi educativi fondamentali.
- *L'età della popolazione di riferimento.* La valutazione dei giovani sul punto di terminare la scuola dell'obbligo fornisce indicazioni utili sui risultati dei sistemi educativi. Infatti, anche se la maggior parte dei giovani, nei Paesi dell'OCSE, proseguono nel loro percorso scolastico oltre i quindici anni, tale età normalmente è vicina a quella che coincide con la fine dell'istruzione di base, nella quale tutti gli studenti seguono un programma grosso modo comune. È utile quindi determinare – a quel punto – in che misura gli studenti abbiano acquisito le conoscenze e le abilità che serviranno loro nel futuro, anche nei percorsi di apprendimento più specifici che potranno intraprendere successivamente.
- *Le conoscenze e le abilità valutate.* Queste ultime non sono definite in termini di denominatore comune tra i programmi scolastici di diversi Paesi, ma in termini di abilità ritenute fondamentali per la vita dopo la scuola. E proprio questo è l'aspetto fondamentale di PISA. I programmi scolastici, infatti, si basano tradizionalmente più su un *corpus* di informazioni e di tecniche che gli studenti dovrebbero padroneggiare che non sulle abilità che sono chiamati a sviluppare, all'interno di ciascun ambito disciplinare, per poi servirsene in generale nella vita adulta. Ancora minore attenzione, poi, è quella che i programmi dedicano a competenze di carattere più generale e trasversale come, ad esempio, la capacità di risolvere problemi e di applicare idee e cognizioni alle situazioni della vita. L'OCSE/PISA non esclude conoscenze e cognizioni basate sul curriculum, ma le verifica principalmente in termini di acquisizione di ampi concetti e abilità che rendono capaci di applicare le conoscenze. PISA, inoltre, non è vincolato dalla ricerca di un denominatore comune fra quanto viene in particolare insegnato nelle scuole dei Paesi partecipanti.

L'accento posto sulla verifica della padronanza e della conoscenza di concetti ampi è particolarmente significativo alla luce dell'interesse delle nazioni per lo sviluppo del capitale umano, che l'OCSE definisce come:

“le conoscenze, le abilità, le competenze e gli altri attributi propri degli individui, che contribuiscono al benessere personale, sociale ed economico”.

Fino a oggi, la tendenza è stata, nei migliori dei casi, quella di stimare il capitale umano basandosi su indicatori indiretti quali, ad esempio, il titolo di studio raggiunto. Ma quando l'interesse nei confronti del capitale umano si al-



larga fino a comprendere quegli attributi che permettono una piena partecipazione alla vita sociale e democratica in età adulta e che rappresentano gli strumenti per diventare “persone che apprendono per tutta la vita”, l'inadeguatezza di tali indicatori indiretti diventa ancora più evidente.

Verificando direttamente le conoscenze e le abilità in prossimità della fine dell'obbligo scolastico, l'indagine OCSE/PISA esamina il grado di preparazione dei giovani per la vita adulta e, in una certa misura, l'efficacia dei sistemi educativi. È ambizione di PISA, infatti, valutare i risultati raggiunti in relazione agli obiettivi impliciti nei sistemi educativi (come sono definiti dalla società), non in relazione all'insegnamento/apprendimento di un insieme di conoscenze. Occorre concepire in questo modo i risultati dell'istruzione se si vogliono incoraggiare le scuole e i sistemi educativi a focalizzarsi sulle sfide attuali.

UNA SINTESI DI QUANTO VIENE VALUTATO IN CIASCUN AMBITO

La figura A presenta le definizioni dei quattro ambiti valutati in PISA 2003. Tutte le definizioni mettono l'accento su conoscenze e abilità funzionali che permettono di partecipare attivamente alla società. Tale partecipazione, oltre che la semplice capacità di portare a termine compiti affidati dall'esterno, ad esempio da un datore di lavoro, richiede anche la capacità di prendere parte ai processi decisionali. I compiti più complessi della valutazione OCSE/PISA richiedono agli studenti di riflettere e di valutare e non semplicemente di rispondere a domande che hanno una sola risposta “corretta”.

Figura A • Definizione degli ambiti

■ Competenza matematica (<i>Mathematical Literacy</i>)
La competenza matematica è la capacità di un individuo di identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondono alle esigenze della vita di quell'individuo in quanto cittadino che esercita un ruolo costruttivo, impegnato e basato sulla riflessione.
■ Competenza di lettura (<i>Reading Literacy</i>)
La capacità di un individuo di comprendere e utilizzare testi scritti e di riflettere sui loro contenuti al fine di raggiungere i propri obiettivi, di sviluppare le proprie conoscenze e potenzialità e di svolgere un ruolo attivo nella società.
■ Competenza scientifica (<i>Scientific Literacy</i>)
La capacità di utilizzare conoscenze scientifiche, di identificare domande alle quali si può dare una risposta attraverso un procedimento scientifico ³ e di trarre conclusioni basate sui fatti, per comprendere il mondo della natura e i cambiamenti a esso apportati dall'attività umana e per aiutare a prendere decisioni al riguardo.
■ Problem solving (<i>Problem Solving Skills</i>)
La capacità di un individuo di mettere in atto processi cognitivi per affrontare e risolvere situazioni reali e interdisciplinari, per le quali il percorso di soluzione non è immediatamente evidente e nelle quali gli ambiti di competenza o le aree curriculari che si possono applicare non sono all'interno dei singoli ambiti della matematica, delle scienze o della lettura.

³ Si è ritenuto importante esplicitare in questo modo l'espressione inglese “to identify question” (che altrove è espressa in modo più chiaro) in modo da chiarirne il significato [N.d.T.].



La **competenza matematica** (approfondita nel capitolo 1) riguarda la capacità degli studenti di analizzare, di ragionare e di comunicare idee in modo efficace nel momento in cui essi pongono, formulano e risolvono problemi matematici e ne spiegano la soluzione in una molteplicità di situazioni. La competenza matematica è valutata in relazione a tre aspetti:

- Il *contenuto matematico*, definito principalmente in termini di quattro “idee chiave” (*overarching ideas*) – *quantità, spazio e forma, cambiamento e relazioni*, e *incertezza* – e, solo secondariamente, in relazione a elementi del curriculum (quali, ad esempio, i numeri, l'algebra e la geometria).
- Il *processo matematico*, definito attraverso le competenze matematiche generali, quali, ad esempio, la capacità di servirsi del linguaggio matematico, quella di modellizzare e quella di risolvere problemi. Tali abilità, tuttavia, non sono verificate ciascuna da quesiti distinti, dal momento che si presuppone che per affrontare qualunque compito matematico occorra una gamma di competenze. Le domande, pertanto, sono organizzate in termini di “raggruppamenti di competenza” che definiscono il tipo di abilità cognitiva richiesta.
- Le *situazioni* in cui la matematica è utilizzata, definite in relazione alla loro maggiore o minore distanza dagli studenti. Il quadro di riferimento individua cinque situazioni: *personale, scolastica, professionale, pubblica e scientifica*.

La **competenza di lettura** (approfondita nel capitolo 2) è definita in termini di capacità degli studenti di comprendere e utilizzare testi scritti e di riflettere sui loro contenuti al fine di raggiungere i propri obiettivi. Tale aspetto della *literacy* è stato ben definito in precedenti indagini, come l'*International Adult Literacy Survey* (IALS)⁴ – ma è stato ulteriormente ampliato nell'indagine OCSE/PISA grazie all'introduzione di un elemento “attivo”, ovvero la capacità non soltanto di comprendere il testo, ma di riflettere su di esso, attingendo ai propri pensieri e alle proprie esperienze. La competenza di lettura è valutata in relazione a tre aspetti:

- Il *formato del testo*. Spesso nelle valutazioni della capacità di lettura si sono utilizzati esclusivamente testi *continui*, ovvero brani di prosa organizzati in proposizioni e paragrafi; PISA, invece, introduce anche testi *non continui*, che presentano le informazioni in forma diversa (come ad esempio, elenchi, moduli e grafici) e distingue tra diversi tipi di testi continui, come testi narrativi, testi informativi e testi argomentativi. Tali distinzioni sono basate sul fatto che gli individui s'imbattono in una molteplicità di testi diversi durante la vita adulta e che, di conseguenza, non è sufficiente sapersi rapportare ai pochi tipi di testo che di solito si leggono a scuola.
- I *processi attivati nella lettura (aspetti)*. Non si valutano le abilità di lettura più rudimentali, che – a quindici anni – si presuppone siano state acquisite, ma si chiede ai quindicenni di dimostrare la loro capacità di individuare informazioni, di comprendere il significato generale di un testo, di svilupparne un'interpretazione e di riflettere sui suoi contenuti e sugli aspetti formali.
- La *situazione*. Questo aspetto è definito in relazione all'uso per il quale il testo è stato scritto. Ad esempio, un romanzo, una lettera privata o una bio-

⁴ Ricerca Internazionale sulle Competenze Funzionali degli Adulti [N.d.T.].



grafia sono scritte per un uso personale di chi legge, i documenti o gli avvisi ufficiali per un uso pubblico, un manuale o un rapporto per un uso professionale, un libro di testo o una scheda di esercitazione per un uso scolastico. Dal momento che determinati gruppi di studenti possono ottenere risultati migliori su testi che rientrano in una data situazione piuttosto che in un'altra, è opportuno che le prove siano costituite da una certa varietà di testi.

La **competenza scientifica** (approfondita nel capitolo 3) è definita in termini di capacità di utilizzare le conoscenze scientifiche e i processi cognitivi a esse connesse non soltanto per comprendere il mondo della natura, ma anche per partecipare alle decisioni che lo riguardano. La competenza scientifica è valutata in relazione ai seguenti aspetti:

- *Conoscenza di concetti scientifici*, che permettono di comprendere le interrelazioni fra i fenomeni. In PISA, sebbene i concetti siano quelli noti della fisica, della chimica, delle scienze biologiche, delle scienze della terra e della geografia astronomica, è necessario che essi siano applicati al contenuto dei quesiti e non semplicemente richiamati alla mente.
- *Processi scientifici*, centrati sulla capacità di acquisire e interpretare prove e di agire in base a esse. I tre processi presenti in PISA riguardano: 1) descrivere, spiegare e prevedere fenomeni scientifici, 2) comprendere un'indagine di tipo scientifico e 3) interpretare dati e conclusioni scientifiche.
- *Situazioni di carattere scientifico* nelle quali si applicano conoscenze e processi di pensiero scientifici. Il quadro di riferimento individua tre principali campi di applicazione: scienze della vita e della salute, scienze della Terra e ambiente, scienze e tecnologia.

Il **problem solving** (approfondito nel capitolo 4) è definito come la capacità di utilizzare processi cognitivi per risolvere problemi reali a carattere interdisciplinare per i quali né il percorso per giungere alla soluzione né gli ambiti di competenza o le aree curriculari che si possono applicare sono immediatamente evidenti. La competenza di *problem solving* è valutata in relazione a tre aspetti:

- Il *tipo di problema*, che riguarda i processi di risoluzione di problemi che sono messi in atto nel *prendere decisioni*, nella *progettazione e analisi di sistemi*, e nel *localizzare disfunzioni*, applicati a specifici contesti problematici, solitamente lontani da quelli scolastici e del curriculum, e invece vicini alla vita quotidiana, al lavoro e al tempo libero, alla vita nella comunità locale e nella società.
- I *processi di problem solving*, che includono il comprendere la natura del problema, individuare le sue caratteristiche, costruire una sua rappresentazione, risolverlo, riflettere sulla soluzione e comunicare i risultati.
- Le *situazioni* – o il *contesto* – *del problema* attinenti a contesti della vita reale degli studenti, nelle quali vengono applicati i tipi di problema.



MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELLA VALUTAZIONE E DI PRESENTAZIONE DEI RISULTATI DI PISA 2003

Come in PISA 2000, in PISA 2003, per motivi di fattibilità, la valutazione consiste in prove scritte strutturate, mentre si sta considerando la possibilità di utilizzare altri tipi di prove per i prossimi cicli di PISA. Le prove sono costituite da quesiti di diverso tipo. Alcuni richiedono allo studente di scegliere o produrre una risposta semplice, facilmente comparabile con una singola risposta corretta, come nel caso dei quesiti a scelta multipla e di quelli a risposta aperta univoca, la cui risposta è necessariamente o corretta o errata e per mezzo dei quali, spesso, si verificano solo abilità di livello inferiore. Altri quesiti richiedono allo studente di elaborare una propria risposta e sono progettati per misurare costrutti più ampi di quelli rilevati attraverso le prove oggettive tradizionali, prevedendo una gamma più ampia di risposte accettabili e uno schema di correzione più complesso, che prevede anche risposte parzialmente corrette.

Nel progetto OCSE/PISA, la *literacy* è valutata attraverso prove⁵, ciascuna delle quali si compone di un testo iniziale (un testo continuo, una tabella, un grafico, una o più figure, ecc.) e di un certo numero di quesiti legati ad esso. Questa è una caratteristica importante delle prove, in quanto consente alle domande di andare più in profondità di quanto non sarebbe possibile se ciascun quesito introducesse un contesto completamente nuovo. Tale struttura inoltre dà allo studente il tempo di assimilare un testo che, in tal modo, può servire a valutare più aspetti delle sue prestazioni.

I risultati di PISA 2000 sono stati riportati su scale con media pari a 500 e deviazione standard pari a 100 per tutti e tre gli ambiti, il che significa che i due terzi degli studenti dei Paesi dell'OCSE hanno ottenuto un punteggio compreso fra i 400 e i 600 punti. Tali punteggi corrispondono a diversi livelli di competenza per ciascun aspetto della *literacy* considerato. Quando, nel 2000, l'ambito principale era quello della lettura, la scala di competenza di lettura è stata divisa in cinque livelli. Il principale vantaggio di un simile approccio è che esso descrive ciò che gli studenti sono in grado di fare associando i compiti a diversi livelli di difficoltà. Inoltre, i risultati sono stati presentati – oltre che su una scala complessiva di competenza di lettura – su tre scale parziali che fanno riferimento alle capacità di individuare informazioni, di interpretare un testo e di riflettere e valutare.

Sono anche state messe a punto una scala di competenza matematica e una di competenza scientifica, anche se queste non sono state suddivise in livelli, data la quantità limitata di dati riguardanti tali ambiti secondari della valutazione. PISA 2003 continua su questa stessa linea, definendo i livelli della scala di competenza matematica, in modo simile a quanto fatto per la lettura. Inoltre, PISA 2003 vuole presentare dati di tendenza per quanto riguarda la competenza matematica, scientifica e di lettura e presentare una nuova scala per il *problem solving* inteso come competenza trasversale. Con tutta probabilità PISA 2003 presenterà i risultati che riguardano la competenza matematica attraverso più scale, così come PISA 2000 ha fatto per la lettura.

⁵ Si è tradotto con il termine “prova” il termine inglese “unit”, dal momento che uno o più quesiti riferiti allo stesso problema o alla stessa informazione iniziale costituiscono una prova e non si è ritenuto necessario introdurre un nuovo termine in questo caso [N.d.T.].



QUESTIONARI SULLE VARIABILI DI SFONDO E LORO FUNZIONE

Per raccogliere informazioni di contesto, l'OCSE/PISA chiede agli studenti e ai dirigenti scolastici delle loro scuole di rispondere a due questionari di sfondo la cui compilazione richiede, rispettivamente, 30 minuti (il Questionario Studente) e 20 minuti (il Questionario Scuola). Tali questionari sono fondamentali per l'analisi dei risultati in relazione a una serie di caratteristiche a livello di studenti e di scuole.

I questionari raccolgono informazioni circa:

- gli studenti e la loro provenienza familiare, compreso il background socio-economico e culturale degli studenti e delle loro famiglie;
- varie caratteristiche degli studenti, quali i loro atteggiamenti nei confronti dell'apprendimento, le loro abitudini e la loro vita nella scuola e nell'ambiente familiare;
- varie caratteristiche delle scuole, quali la qualità delle risorse umane e materiali, la gestione e i finanziamenti (pubblici o privati), i processi decisionali e le procedure di reclutamento degli insegnanti;
- il contesto scolastico, con le strutture e le tipologie istituzionali, la numerosità delle classi e il livello di coinvolgimento dei genitori;
- strategie di apprendimento auto-regolato, tipi di motivazioni e di orientamento all'azione, meccanismi cognitivi legati al concetto di sé, strategie di controllo dell'azione, preferenze verso tipi diversi di situazioni di apprendimento, stili di apprendimento e abilità sociali richieste per l'apprendimento cooperativo;
- aspetti dell'apprendimento/insegnamento della matematica, inclusi la motivazione da parte degli studenti, il loro impegno e il loro senso di adeguatezza nei confronti della matematica, la relazione tra le strategie di apprendimento e i risultati per quanto riguarda l'insegnamento/apprendimento della matematica.

Altri due questionari, sono stati proposti quali opzioni internazionali⁶:

- Un *Questionario sulle Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione* che riguarda: a) la disponibilità e l'uso delle tecnologie dell'informazione, con domande sul luogo in cui il computer viene usato principalmente e il tipo di uso; b) la fiducia nelle proprie capacità e gli atteggiamenti nei confronti delle tecnologie dell'informazione, con domande sul senso di auto-efficacia e sugli atteggiamenti nei confronti del computer; c) il contesto in cui si è appreso a usare il computer, e in particolare dove gli studenti hanno imparato a usare il computer e Internet;
- Un *Questionario sulla Carriera Scolastica* che raccoglie informazioni su tre aspetti della carriera scolastica: a) la carriera scolastica precedente, comprese

⁶ Nota all'edizione italiana. Il Questionario sulle Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione è stato utilizzato da 31 Paesi e quello sulla Carriera Scolastica da 23 Paesi.



eventuali ripetenze, interruzioni, cambi di scuola e di tipo di scuola; b) l'attuale corso di studi per quanto riguarda la matematica, e in particolare per quanto riguarda l'insegnamento della matematica e i voti ricevuti dagli insegnanti; c) gli studi e l'occupazione futuri, e in particolare le aspettative degli studenti relative al titolo di studio che intendono ottenere e la professione che prevedono di svolgere all'età di 30 anni.

Le informazioni di contesto raccolte attraverso i questionari per gli studenti e per le scuole costituiscono solo una parte delle informazioni complessivamente disponibili nel progetto OCSE/PISA. L'OCSE mette a punto già regolarmente e utilizza indicatori che descrivono la struttura generale dei sistemi di istruzione (i loro contesti demografici ed economici, come ad esempio costi e tassi di partecipazione, le caratteristiche delle scuole e degli insegnanti e alcuni dati su quanto avviene nelle classi) e l'effetto di tale struttura sul mercato del lavoro.

COLLABORAZIONE NELLO SVILUPPO DELL'OCSE/PISA E DEI SUOI QUADRI DI RIFERIMENTO

Il progetto OCSE/PISA è il frutto di un lavoro di collaborazione tra i governi membri dell'OCSE per creare un nuovo tipo di valutazione dei risultati degli studenti su base periodica. Le valutazioni sono frutto del lavoro comune e condiviso dei Paesi partecipanti e sono realizzate da organismi nazionali. Infine, la riuscita di PISA in tutte le sue fasi, dallo sviluppo alla realizzazione, non può prescindere dall'attiva collaborazione degli studenti, degli insegnanti e dei dirigenti delle scuole coinvolte.

Un *Consiglio dei Paesi Partecipanti* (*Board of Participating Countries - BPC*), nel quale sono rappresentate tutte le nazioni ai più alti livelli istituzionali, determina le priorità politiche di PISA, nel quadro degli obiettivi dichiarati dell'OCSE, e sovrintende a che tali priorità vengano rispettate durante la realizzazione del progetto. Rientra nelle responsabilità del BPC, dunque, lo stabilire le priorità per quanto riguarda lo sviluppo degli indicatori, la costruzione degli strumenti di valutazione e la presentazione dei risultati. Esperti dei Paesi partecipanti, inoltre, fanno parte di gruppi di lavoro che hanno il compito di far corrispondere agli obiettivi di *policy* del progetto OCSE/PISA il miglior livello di professionalità, a livello internazionale, nei diversi ambiti di competenza valutati. Attraverso la partecipazione a tali gruppi di esperti, infatti, i Paesi garantiscono che gli strumenti siano validi sul piano internazionale e tengano conto del contesto culturale ed educativo dei Paesi membri dell'OCSE. I Paesi si assicurano anche che le prove utilizzate abbiano elevate qualità psicometriche e che privilegino contesti autentici e validi dal punto di vista educativo.

I Paesi partecipanti realizzano l'indagine OCSE/PISA a livello nazionale, attraverso i *Responsabili Nazionali del Progetto* (*National Project Manager - NPM*) che aderiscono alle procedure concordate in ambito internazionale. I *Responsabili Nazionali* giocano un ruolo essenziale nel garantire la qualità della realizzazione del progetto e verificano e valutano i risultati, le analisi, i rapporti e le pubblicazioni concernenti l'indagine. Un *consorzio internazionale*, guidato dall'*Australian Council for Educational Research* (ACER), è responsabile del disegno e dello svolgimento dell'indagine, nel quadro stabilito dal *Consiglio dei Paesi Partecipanti*. Gli altri organismi che formano il *consorzio* sono il *Netherlands National Institute*



for Educational Measurement (CITO – Paesi Bassi), la WESTAT e l'Educational Testing Service (ETS – USA) e il National Institute for Educational Research (NIER – Giappone).

Il Segretariato dell'OCSE ha la responsabilità della gestione complessiva del progetto e ne controlla man mano lo svolgimento, funge da segreteria per il *Consiglio dei Paesi Partecipanti*, crea il consenso fra i Paesi e fa da mediatore fra il *Consiglio dei Paesi Partecipanti* e il *Consorzio internazionale* che è incaricato della realizzazione dell'indagine. Il Segretariato dell'OCSE è anche responsabile della costruzione degli indicatori, dell'analisi e della preparazione dei rapporti e delle pubblicazioni internazionali in collaborazione con il *Consorzio internazionale*, e attraverso la regolare consultazione dei Paesi membri sia a livello decisionale (*Consiglio dei Paesi Partecipanti*) sia a livello di realizzazione (*Responsabili Nazionali del Progetto*).

I quadri di riferimento dell'OCSE/PISA sono stati messi a punto attraverso un impegno continuo che ha origine con l'inizio stesso del progetto nel 1997 e che può essere descritto come una sequenza, le cui fasi vengono riportate di seguito:

- messa a punto di una definizione operativa dell'ambito e descrizione dei presupposti a fondamento di tale definizione;
- esame di come organizzare i quesiti costruiti per presentare ai responsabili politici e alla comunità scientifica i risultati raggiunti dagli studenti in ciascuno degli ambiti valutati; identificazione delle caratteristiche fondamentali che devono essere prese in considerazione nella costruzione di prove per un'indagine internazionale;
- traduzione in termini operativi delle caratteristiche chiave utilizzate nella costruzione delle prove, con definizioni basate sulla letteratura esistente e sull'esperienza acquisita in altre indagini su larga scala;
- validazione delle variabili e valutazione del contributo di ciascuna di esse alla comprensione della difficoltà delle prove nei diversi Paesi partecipanti;
- preparazione di una griglia interpretativa dei risultati.

Per quanto il maggiore vantaggio della costruzione e della validazione di un quadro di riferimento per ciascuno degli ambiti consista in migliori misure delle competenze oggetto di indagine, vi sono altri potenziali benefici:

- Un quadro di riferimento crea un lessico condiviso e un veicolo adatto a discutere lo scopo e l'oggetto della valutazione. Una simile discussione aiuta a raggiungere un consenso riguardo al quadro di riferimento e agli obiettivi della valutazione.
- Un'analisi del tipo di conoscenze e di abilità associate a buone prestazioni fornisce le basi per stabilire gli *standard* o i livelli di competenza. Una migliore comprensione di cosa viene misurato e un'accresciuta capacità di interpretare i punteggi su una data scala permettono di ottenere un insieme di dati empirici che consentono di comunicare maggiori informazioni alle varie parti in causa.



- L'identificare e il comprendere particolari variabili che sono alla base di prestazioni positive migliora la capacità di considerare cosa viene misurato e di migliorare la valutazione nel tempo.
- La comprensione di quanto viene misurato e della sua relazione con ciò che si afferma a proposito degli studenti permette di stabilire un rapporto fra politiche educative, valutazione e ricerca che, a sua volta, accresce l'utilità dei dati rilevati.

La competenza matematica

Definizione dell'ambito	28
Basi teoriche del quadro di riferimento della matematica dell'OCSE/PISA	30
Organizzazione dell'ambito	34
• Situazioni e contesti	36
• Il contenuto matematico – le quattro “idee chiave”	38
• I processi matematici	42
La valutazione della competenza matematica	53
• Caratteristiche dei compiti	53
• Struttura della valutazione	57
• Presentazione dei livelli di competenza matematica.....	57
• Sussidi e strumenti	59
Riepilogo	59
Altri esempi	60
• Matematica: prova 1 - FARO	61
• Matematica: prova 2 - TARIFFE POSTALI	65
• Matematica: prova 3 - BATTITO CARDIACO	68
• Matematica: prova 4 - PREZZI PER SUPERFICIE	71
• Matematica: prova 5 - STATURA DEGLI STUDENTI	73
• Matematica: prova 6 - ALTALENA	75
• Matematica: prova 7 - SERBATOIO PER L'ACQUA	77
• Matematica: prova 8 - TEMPO DI REAZIONE	79
• Matematica: prova 9 - CUBI	81
• Matematica: prova 10 - CONCENTRAZIONE DI UN MEDICINALE	85
• Matematica: prova 11 - EDIFICIO A SPIRALE	88
• Matematica: prova 12 - CONCERTO ROCK	92
• Matematica: prova 13 - TAPIS ROULANTS	93
Sviluppo delle idee chiave	95
• Quantità	95
• Spazio e forma	98
• Cambiamento e relazioni	101
• Incertezza	104



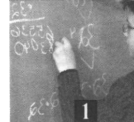
L'obiettivo del progetto OCSE/PISA è quello di sviluppare indicatori che forniscano informazioni sulla misura in cui i sistemi scolastici dei Paesi che partecipano all'indagine abbiano preparato i quindicenni a svolgere un ruolo attivo come cittadini nella società in cui vivono. La valutazione non è circoscritta agli apprendimenti curricolari, ma mira a verificare se gli studenti sappiano utilizzare quanto hanno appreso, in situazioni simili a quelle che si incontrano nella vita quotidiana.

DEFINIZIONE DELL'AMBITO

Nell'indagine PISA l'ambito della competenza matematica riguarda la capacità degli studenti di analizzare, di ragionare e di comunicare idee in modo efficace nel momento in cui essi pongono, formulano e risolvono problemi matematici e ne spiegano la soluzione in una molteplicità di situazioni. Focalizzando l'attenzione su problemi del mondo reale, la valutazione messa in atto da PISA non si limita al tipo di problemi e situazioni che generalmente si affrontano a scuola. Nella realtà, infatti, facendo acquisti, viaggiando, preparando da mangiare, tenendo la contabilità o valutando questioni politiche, le persone si confrontano continuamente con situazioni nelle quali l'uso di ragionamenti di tipo matematico o geometrico o di altre competenze matematiche aiuterebbe a chiarire, formulare o risolvere un problema. Un tale uso della matematica è basato sulle abilità apprese a scuola ed esercitate attraverso il tipo di problemi che normalmente sono presentati nei libri di testo e a lezione. Tuttavia esso richiede la capacità di applicare tali abilità a un contesto meno strutturato, in cui le istruzioni sono meno chiare e in cui lo studente deve decidere quali siano le conoscenze pertinenti e come si possano utilmente applicare.

La competenza matematica, come viene valutata dall'OCSE/PISA, riguarda la misura in cui i quindicenni possono essere considerati cittadini informati e riflessivi e consumatori intelligenti. In ogni Paese, i cittadini devono confrontarsi con una miriade di compiti che implicano concetti di tipo quantitativo, geometrico, probabilistico o, più in generale, concetti matematici. Per esempio, i mass media (quotidiani, riviste, televisione e Internet) sono pieni di informazioni presentate sotto forma di tabelle, diagrammi e grafici su argomenti quali il tempo, l'economia, la medicina e lo sport, per nominare solo alcuni. Oggi la gente è bombardata da informazioni su questioni quali "il surriscaldamento della terra e l'effetto serra", "la crescita demografica", "le macchie di petrolio e il mare", "la scomparsa della campagna". I cittadini, infine, devono confrontarsi con la necessità di leggere moduli, consultare orari degli autobus e dei treni, portare a termine correttamente transazioni economiche, decidere quale sia il miglior rapporto qualità-prezzo quando si fanno acquisti e così via. La valutazione della competenza matematica nell'OCSE/PISA mira a stabilire se gli studenti di 15 anni (livello di età che, per molti studenti, corrisponde alla fine della scuola dell'obbligo e, di conseguenza, al termine dell'apprendimento formale della matematica) sono in grado di utilizzare le nozioni e la comprensione della matematica per orientarsi nei problemi della vita quotidiana e per svolgere un ruolo attivo nella società.

La definizione di competenza matematica (*mathematical literacy*) nel progetto OCSE/PISA è la seguente:



La competenza matematica è la capacità di un individuo di identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondono alle esigenze della vita di quell'individuo in quanto cittadino che esercita un ruolo costruttivo, impegnato e basato sulla riflessione.

Alcune note esplicative possono aiutare a chiarire ulteriormente tale definizione.

Competenza matematica...

Si è scelto di adoperare l'espressione "competenza matematica" per mettere l'accento sulle conoscenze matematiche attivate in modo funzionale in una molteplicità di situazioni differenti e con una varietà di approcci basati sul ragionamento e sull'intuizione (*insight*). Naturalmente, affinché una tale attivazione sia possibile, è necessaria un'ampia base di conoscenze e abilità matematiche, e tali abilità fanno parte della presente definizione di competenza. Nell'ambito del linguaggio, la *literacy* presuppone un lessico ampio e una conoscenza sostanziale di regole grammaticali, di fonetica, di ortografia, ma non può essere ridotta solo a questo. Per comunicare, gli esseri umani utilizzano l'insieme di questi elementi in modo creativo, in risposta alle situazioni che incontrano nel mondo reale. Analogamente, la *mathematical literacy* non può essere ridotta alla conoscenza della terminologia matematica, ai fatti e ai procedimenti, né tantomeno alle abilità necessarie per svolgere certe operazioni e applicare certi metodi, sebbene presupponga tutto ciò. La *mathematical literacy* comporta l'uso creativo dell'insieme di tali elementi per rispondere a quanto la situazione esterna richiede.

...nel mondo reale...

L'espressione "mondo reale" indica l'ambito naturale, sociale e culturale nel quale l'individuo vive. Come ha detto Freudenthal, "I nostri concetti matematici, le nostre strutture e le nostre idee sono state inventate come strumenti per organizzare i fenomeni del mondo fisico, sociale e mentale" (1983, p. ix).

...per utilizzare la matematica e confrontarsi con essa...

L'espressione "utilizzare la matematica e confrontarsi con essa" indica l'uso della matematica e la soluzione di problemi, nonché un più ampio coinvolgimento personale nel comunicare, nel rapportarsi, nel valutare così come nell'apprezzare la matematica e nel goderne. La definizione, dunque, va oltre l'uso funzionale della matematica in senso stretto, comprendendo anche la preparazione a proseguire gli studi e gli aspetti estetici della matematica e quelli ludici.

...la vita di quell'individuo...

Con "la vita di quell'individuo" s'intende sia la vita privata, professionale e sociale con colleghi e parenti, sia la vita in quanto cittadino che fa parte di una collettività.

Una capacità fondamentale che è chiamata in causa dalla nozione di competenza matematica è quella di porre, formulare, risolvere problemi e interpre-

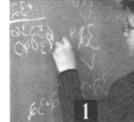


tare soluzioni servendosi della matematica in una molteplicità di situazioni e contesti. Questi ultimi vanno da contesti puramente matematici a contesti in cui non è presente o non è evidente fin dall'inizio una struttura matematica, che deve piuttosto essere introdotta in modo efficace da chi pone o risolve il problema. È anche importante sottolineare che la definizione non si limita a una conoscenza di base della matematica, ma comprende il fare e l'utilizzare la matematica in situazioni che vanno da quelle quotidiane a quelle insolite e da quelle semplici a quelle complesse.

Gli atteggiamenti e le motivazioni nei confronti della matematica, come la sicurezza di sé, la curiosità, la percezione dell'interesse e dell'importanza della matematica e il desiderio di fare o capire, non compaiono nella definizione della competenza matematica, ma rientrano comunque in essa. In linea di principio è possibile essere dotati di una competenza matematica senza che questa sia accompagnata da tali atteggiamenti e motivazioni, ma in pratica è improbabile che in questo caso una tale competenza venga esercitata e attivata. Si riconosce pertanto l'importanza di tali atteggiamenti e motivazioni in quanto correlati alla competenza matematica. Tali aspetti non sono valutati direttamente per mezzo delle prove di matematica, ma vengono rilevati per mezzo di altri strumenti dell'indagine PISA.

BASI TEORICHE DEL QUADRO DI RIFERIMENTO DELLA MATEMATICA DELL'OCSE/PISA

La definizione di competenza matematica adottata dal progetto OCSE/PISA è coerente con una teoria della struttura e dell'uso del linguaggio ampia e integrata quale quella che emerge dai recenti studi socio-culturali sulla *literacy*. Nel *Preamble to a Literacy Program* di James Gee (1998), il termine "*literacy*" si riferisce all'uso umano del linguaggio. La capacità di un individuo di leggere, scrivere, ascoltare e parlare una lingua è lo strumento di mediazione più importante dell'attività sociale umana. Infatti, ciascun linguaggio umano e ciascun uso del linguaggio umano ha una struttura complicata collegata in modo complesso a una molteplicità di funzioni. Il fatto che una persona sappia leggere e scrivere in una lingua vuol dire che essa conosce molti aspetti della struttura di quella lingua ed è capace di farne uso per diverse funzioni sociali. Analogamente, assimilare la matematica a una lingua significa che gli studenti devono non solo apprendere gli elementi della struttura propria del discorso matematico (i termini, i fatti, i segni e i simboli, le procedure e le abilità necessarie per eseguire determinate operazioni in sottocampi matematici specifici e la struttura di queste idee in ciascun sottocampo), ma anche imparare a usare tali elementi per risolvere problemi non familiari in una molteplicità di situazioni definite in termini di funzioni sociali. Occorre notare che, nel caso della matematica, conoscere gli elementi che caratterizzano la struttura vuol dire sia conoscere i termini, le procedure e i concetti di base che normalmente si apprendono a scuola, sia sapere come tali elementi vengono organizzati e utilizzati. Purtroppo, è possibile avere molte nozioni matematiche, senza sapere né come sono organizzate né come usarle per risolvere problemi. Tali definizioni astratte basate sull'interrelazione tra "elementi della struttura" e "funzioni", che sono alla base del quadro di riferimento della matematica nel progetto OCSE/PISA, possono essere illustrate dal seguente esempio.



Matematica: esempio 1 - IL LAMPIONE

Il consiglio comunale ha deciso di mettere un lampione in un piccolo parco triangolare in modo che l'intero parco sia illuminato. Dove dovrebbe essere collocato il lampione?

Questo problema pratico può essere risolto seguendo la strategia generale usata dai matematici, a cui si farà riferimento con il termine “matematizzazione”. La matematizzazione può essere definita sulla base di 5 aspetti.

1. Partire da un problema reale.
Occorre localizzare il punto di un parco in cui mettere un lampione.
2. Strutturare il problema in base a concetti matematici.
Il parco può essere rappresentato come un triangolo e l'illuminazione di un lampione come un cerchio con il lampione al centro.
3. Isolare progressivamente il problema ritagliandolo dalla realtà attraverso processi quali il fare supposizioni sulle caratteristiche essenziali del problema stesso, il generalizzare e il formalizzare (mettendo così in evidenza gli aspetti matematici della situazione e trasformando il problema reale in un problema matematico che rappresenti fedelmente la situazione).
Il problema viene riformulato in: “localizzare il centro del cerchio circoscritto al triangolo”.
4. Risolvere il problema matematico.
Poiché il centro di un cerchio circoscritto a un triangolo giace nel punto di incontro degli assi dei lati del triangolo, occorre costruire gli assi di due lati del triangolo. Il loro punto di intersezione è il centro del cerchio.
5. Infine, tradurre la soluzione matematica nei termini della situazione reale.
La soluzione trovata viene applicata alla situazione del parco reale. Occorre ragionare sulla soluzione e riconoscere che se uno dei tre angoli fosse ottuso, la soluzione non sarebbe appropriata, poiché il lampione dovrebbe essere collocato fuori dal parco. Occorre anche riconoscere che l'ubicazione e la dimensione degli alberi nel parco sono altri fattori che influiscono sull'utilità della soluzione matematica.

Questi sono i processi che caratterizzano il modo in cui spesso i matematici fanno matematica in senso lato, il modo in cui la gente utilizza la matematica in un gran numero di lavori che svolge o che potrebbe dover svolgere, e il modo in cui cittadini informati e riflessivi dovrebbero avvalersi della matematica per impegnarsi pienamente e in modo competente nella realtà. In questa prospettiva imparare a matematizzare dovrebbe essere il primo obiettivo educativo per tutti gli studenti.

Oggi e nel futuro prossimo tutti i Paesi avranno bisogno di cittadini competenti dal punto di vista matematico per affrontare una società molto complessa e in rapido cambiamento. L'informazione disponibile è andata crescendo in modo esponenziale e i cittadini devono essere in grado di decidere come trattare questa massa di informazioni. Il dibattito pubblico fa un uso sempre maggiore di informazioni di tipo quantitativo per sostenere le proprie tesi. Un esempio del bisogno dei cittadini di possedere una competenza matematica è la frequente esigenza di formulare giudizi e valutare l'accuratezza delle conclusioni e delle affermazioni di indagini e studi. Essere in grado di giudicare la fondatezza di tali affermazioni è, e sarà sempre di più, un aspetto cruciale dell'essere un cittadino responsabile. Le fasi del processo di matematizzazione qui illustrate sono aspetti fondamentali dell'uso della matematica nelle situazioni complesse di cui sopra. Il non sapere usare nozioni matematiche, viceversa, può tradursi in decisioni personali confuse, in un'ac-



cresciuta sensibilità verso le pseudo-scienze, e in decisioni poco fondate nella vita professionale e sociale.

Un cittadino con competenze matematiche è consapevole della velocità del cambiamento e del conseguente bisogno di essere aperti all'apprendimento per tutta la vita. Adattarsi ai cambiamenti in modo creativo, flessibile e pratico è una condizione necessaria per essere buoni cittadini. Quanto appreso a scuola sarà probabilmente insufficiente a rispondere alle esigenze delle persone in gran parte della loro vita da adulti.

L'importanza di avere cittadini competenti e capaci di ragionare riguarda anche la forza lavoro: c'è sempre meno bisogno di persone che eseguano lavori manuali ripetitivi per tutta la loro vita lavorativa, mentre, al contrario, chi lavora deve controllare il risultato di un'ampia gamma di apparecchi ad alta tecnologia, avendo a che fare con un flusso ininterrotto di informazioni e misurandosi con la necessità di risolvere problemi attraverso un lavoro di squadra. Come tendenza, sempre più occupazioni richiederanno la capacità di capire, comunicare, usare e spiegare concetti e procedimenti basati sul pensiero matematico. Le fasi del processo di matematizzazione sono gli elementi costitutivi di questo tipo di pensiero matematico.

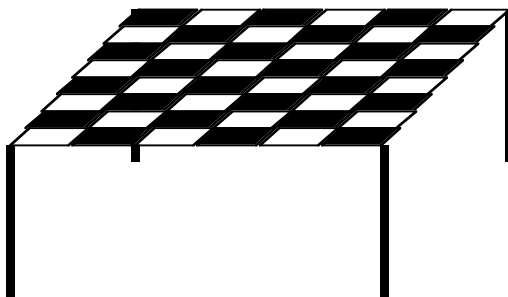
Infine, le persone competenti dal punto di vista matematico riconoscono il valore della matematica in quanto disciplina rilevante, dinamica e in evoluzione che spesso può rispondere alle loro esigenze.

Il problema pratico affrontato dal progetto OCSE/PISA è come verificare se gli studenti di 15 anni siano competenti dal punto di vista matematico, cioè se siano capaci di matematizzare. Purtroppo, in una prova strutturata con un tempo limitato di somministrazione, un tale accertamento è difficile perché, nella maggior parte delle complesse situazioni reali, l'intero processo che va dalla realtà alla matematica e viceversa spesso implica un lavoro di collaborazione, comporta il reperimento delle risorse adeguate e richiede molto tempo.

Per illustrare il processo di matematizzazione in un esercizio di *problem solving* a più fasi, consideriamo l'esempio della prova "Fiera" eseguito da una classe di quindicenni (Romberg, 1994).

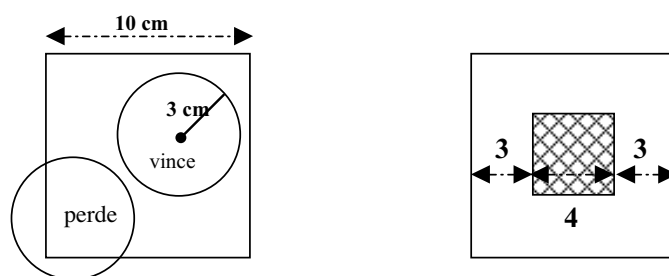
Matematica: esempio 2 - UN TAVOLO DA GIOCO A UNA FIERA

A una fiera i giocatori tirano monete su una larga scacchiera. Se una moneta tocca il bordo di una casella è persa. Se rotola fuori dalla scacchiera viene restituita al giocatore. Mentre se la moneta cade all'interno di una casella si restituisce la moneta al giocatore che vince anche un premio. Qual è la probabilità di vincere a questo gioco?



Questo esercizio è chiaramente calato nella realtà. In un primo momento gli studenti cominciano ad afferrare che la probabilità di vincere dipende dalle dimensioni relative dei quadrati e della moneta (identificando così le variabili importanti). In un secondo momento, per trasformare il problema reale in un problema matematico, essi si rendono conto che sarebbe meglio esaminare il rapporto tra la singola casella della scacchiera e un cerchio più piccolo (ritagliando così la realtà). Poi decidono di costruire un esempio specifico (usando un approccio euristico per la soluzione di problemi – “se non sai risolvere il problema dato, risolvine uno che sai risolvere”). È da notare che tutto il lavoro successivo è stato fatto in riferimento a questo esempio specifico, non alla scacchiera, al premio ecc. Nell'esempio gli studenti hanno posto che il raggio della moneta fosse di 3 cm e il lato dei quadrati di 10 cm. Essi si sono resi conto che, per vincere, il centro della moneta deve essere ad almeno 3 cm di distanza da ogni lato, altrimenti la moneta cade in parte fuori dalla casella. La superficie campione è il quadrato di 10 cm di lato, e la superficie dove si realizza l'evento vincente è un quadrato di 4 cm di lato. Le relazioni sono mostrate nel diagramma che segue (Figura 1.1).

Figura 1.1 • Un lancio vincente e un lancio perdente (a sinistra) e la superficie campione e quella dell'evento vincente (a destra)



La probabilità di vincere è ottenuta dal rapporto tra l'area del quadrato dello spazio campione e l'area dello spazio dell'evento vincente (nel caso dell'esempio $p = 16/100$). Quindi gli studenti hanno esaminato monete di dimensioni diverse, e hanno generalizzato il problema formulando la sua soluzione in termini algebrici. Infine hanno esteso il risultato ottenuto calcolando le rispettive dimensioni della moneta e delle caselle della scacchiera in varie situazioni pratiche, hanno costruito scacchiere e hanno verificato empiricamente i risultati (traducendo la situazione matematica nei termini della situazione reale).

Occorre notare che ciascuno dei cinque aspetti della matematizzazione è presente nella soluzione di questo problema. Sebbene il problema sia complesso, tutti gli studenti di 15 anni dovrebbero capire le nozioni matematiche necessarie per risolvere il problema. Tuttavia, va rilevato che gli studenti di questa classe hanno lavorato insieme su questo esercizio per tre giorni.

In linea di principio, per stabilire se gli studenti di 15 anni siano in grado di far uso delle conoscenze matematiche acquisite per risolvere i problemi matematici che incontrano quando interagiscono con il loro mondo, occorrerebbe raccogliere informazioni circa la loro capacità di matematizzare nelle situazioni complesse. Chiaramente ciò non è possibile. Invece, il progetto PISA

ha stabilito di mettere a punto quesiti per verificare diverse componenti di questo processo. Nella sezione che segue si descrive la strategia adottata per costruire un insieme di quesiti che coprano in modo bilanciato i cinque aspetti del processo di matematizzazione e per utilizzare le risposte ottenute al fine di mettere a punto una scala di competenza da usare come indicatore della literacy matematica come la si intende nel progetto PISA.

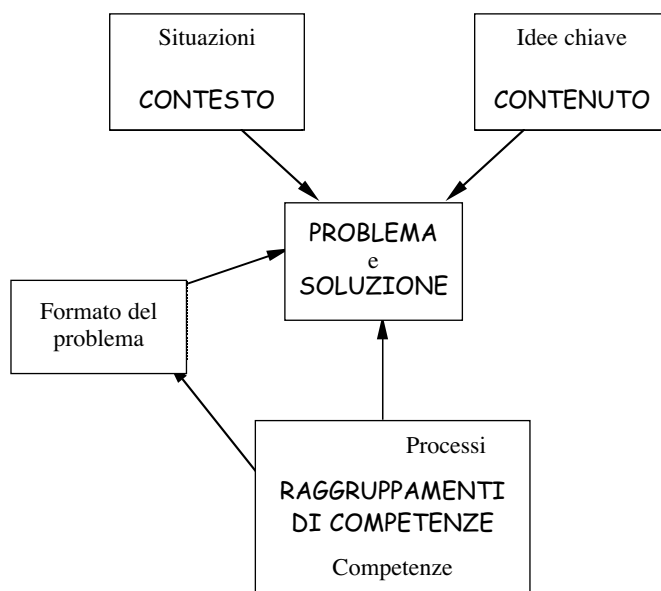
ORGANIZZAZIONE DELL'AMBITO

Il quadro di riferimento della matematica del PISA fornisce il fondamento logico e la descrizione di come è impostata la verifica della capacità dei quindicenni di servirsi della matematica in modo fondato quando si confrontano con i problemi del mondo reale, o in termini più generali, la verifica di quanto i quindicenni siano competenti dal punto di vista matematico. Per descrivere più chiaramente l'ambito dell'indagine, devono essere distinte tre componenti:

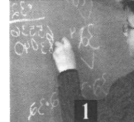
- le *situazioni* o i *contesti* in cui sono calati i problemi,
- il *contenuto matematico* che deve essere usato per risolvere il problema, classificato in relazione ad alcune *idee chiave* (*overarching ideas*) e, aspetto fondamentale,
- le *competenze* che devono essere attivate nel processo attraverso cui il mondo reale (nel quale hanno origine i problemi) viene messo in relazione con la matematica, e dunque nella soluzione dei problemi.

Tali componenti sono rappresentate in forma schematica nella Figura 1.2, alla quale segue una spiegazione di ciascuna componente.

Figura 1.2 • Componenti dell'ambito della matematica



Il grado di competenza matematica di una persona si può vedere dal modo in cui utilizza conoscenze e abilità matematiche per risolvere i problemi. Nella vita di una persona, i problemi (e le loro soluzioni) possono presentarsi in



una molteplicità di situazioni e contesti. I problemi dell'indagine OCSE/PISA si basano sul mondo reale in un duplice senso: in primo luogo, i problemi fanno riferimento ad alcuni ambiti situazionali che sono pertinenti alla vita degli studenti, le situazioni fanno parte del mondo reale e sono indicate dal rettangolo nella parte in alto a sinistra dello schema; in secondo luogo, all'interno di quella situazione, i problemi presentano un contesto più specifico. Questo è rappresentato dal rettangolo più piccolo all'interno di quello che indica la situazione.

Nei due esempi citati, la situazione è la comunità locale, mentre il contesto è rappresentato, nel primo caso, dall'illuminazione del parco (esempio 1) e, nel secondo, dal gioco della scacchiera alla fiera (esempio 2).

L'altra componente del mondo reale che deve essere considerata quando si parla della competenza matematica è il contenuto matematico che una persona dovrebbe mettere in gioco nel risolvere un problema. Il contenuto matematico può essere articolato in quattro categorie che comprendono i diversi tipi di problemi che sorgono attraverso l'interazione con gli eventi quotidiani, e si basano su una concezione dei modi in cui il contenuto matematico si presenta nella realtà. Per gli obiettivi della valutazione in PISA, tali categorie sono chiamate "idee chiave" e più precisamente quantità, spazio e forma, cambiamento e relazioni, e incertezza. Un simile approccio al contenuto si differenzia in parte da quello comune nell'insegnamento della matematica e negli indirizzi curriculari normalmente adottati nelle scuole. Tuttavia, le idee chiave abbracciano grosso modo la gamma degli argomenti di matematica che gli studenti dovrebbero avere appreso. Le idee chiave sono rappresentate dal rettangolo più grande in alto a destra nel diagramma della Figura 1.2. Il contenuto usato nella soluzione di un problema è ricavato dalle idee chiave e nella figura viene rappresentato dal rettangolo più piccolo all'interno di quello delle idee chiave.

Le frecce che vanno dal "contesto" e dal "contenuto" al problema mostrano come il mondo reale (che comprende la matematica) venga a far parte di un problema.

Il problema del parco (esempio 1) richiede conoscenze geometriche legate alle idee di spazio e forma e il problema della fiera (esempio 2) richiede (per lo meno nelle fasi iniziali) di avere a che fare con l'incertezza e con l'applicazione delle conoscenze sulla probabilità.

I processi matematici che gli studenti applicano quando cercano di risolvere un problema vengono definiti competenze matematiche. Tali competenze sono state articolate in tre raggruppamenti (competency clusters) in relazione ai diversi processi cognitivi richiesti per risolvere vari tipi di problemi. Questi raggruppamenti riflettono il modo in cui i processi matematici sono normalmente impiegati quando gli studenti affrontano i problemi che sorgono nella loro interazione con la realtà.

La componente relativa ai processi, dunque, è raffigurata nella Figura 1.2 in primo luogo dal rettangolo più grande, che rappresenta le competenze matematiche generali, e in secondo luogo dal rettangolo più piccolo che rappresenta i tre raggruppamenti di competenze, di cui si parlerà più avanti. Le competenze specifiche necessarie per risolvere un problema saranno in relazione con la natura del problema stesso e le competenze utilizzate si riflette-



ranno sulla soluzione trovata. Questa interazione è rappresentata dalla freccia che va dai gruppi di competenza al problema.

Un'ultima freccia va dai raggruppamenti di competenze al formato del problema, a indicare che le competenze impiegate nella soluzione di un problema sono legate alla forma del problema stesso e alle sue particolari richieste.

Occorre sottolineare che le tre componenti appena descritte sono di diversa natura. Mentre le situazioni e i contesti definiscono l'ambito del problema nel mondo reale e le idee chiave riflettono il modo in cui si guarda il mondo attraverso "lenti matematiche", le competenze costituiscono il nucleo centrale della *literacy* matematica. Soltanto se gli studenti possiedono determinate competenze sono in grado di risolvere correttamente determinati problemi. Valutare la competenza matematica vuol dire accertare fino a che punto gli studenti possiedano competenze matematiche e siano in grado di usarle in situazioni problematiche.

Nei paragrafi che seguono queste tre componenti sono descritte più dettagliatamente.

Situazioni e contesti

Un aspetto importante della definizione di competenza matematica è il confrontarsi con la matematica: utilizzare la matematica e "fare matematica" in una molteplicità di situazioni. Si è visto che, occupandosi di questioni che si prestano a essere trattate in termini matematici, la scelta dei metodi e delle rappresentazioni matematiche dipende spesso dalle situazioni in cui si presentano i problemi.

La situazione è quella porzione del mondo dello studente in cui sono collocati i compiti da svolgere. Essa si trova a una certa distanza dagli studenti. Nel progetto OCSE/PISA, la situazione considerata più prossima è la vita personale dello studente, seguita dalla vita scolastica, dal lavoro e dal tempo libero e, infine, dalla comunità locale e dalla società come la si incontra nella vita quotidiana. Le situazioni considerate più remote, invece, sono quelle scientifiche. Si definiranno e si utilizzeranno quattro situazioni-tipo quali ambiti dei problemi da risolvere: personale, scolastica/professionale, pubblica e scientifica.

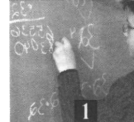
Il contesto di un quesito è rappresentato dal suo scenario specifico all'interno di una situazione. Il contesto comprende tutti i singoli elementi utilizzati per formulare il problema.

Consideriamo il seguente esempio:

Matematica: esempio 3 - LIBRETTO DI RISPARMIO

Si sono versati 1000 zed su un libretto di risparmio in banca. Vi sono due possibilità: si può avere un tasso del 4% OPPURE si può avere subito dalla banca un bonus di 10 zed e un tasso del 3%. Quale opzione è più vantaggiosa dopo un anno? E dopo due anni?

La situazione di questo quesito è "finanza e tecnica bancaria" e fa parte della situazione comunità locale e società che PISA classifica come "pubblica". Il contesto del quesito riguarda il denaro (zed) e i tassi di interesse di un conto bancario.



È da notare che questo problema potrebbe far parte della reale esperienza di una persona che si trova in un determinato ambito del mondo reale. Esso fornisce un contesto *autentico* per l'uso della matematica, dal momento che l'applicazione della matematica a questo contesto è realmente orientata alla soluzione del problema¹. Ciò differenzia il problema considerato da quelli che spesso compaiono nei libri di testo di matematica, il cui scopo principale è quello di far fare un esercizio matematico, piuttosto che utilizzare la matematica per risolvere un problema reale. Tale *autenticità* nell'uso della matematica è un aspetto importante della messa a punto e dell'analisi dei quesiti dell'indagine OCSE/PISA ed è in stretta relazione con la definizione di competenza matematica.

Bisogna anche notare che alcuni elementi del problema sono inventati, come la valuta che è fittizia. Questo elemento fittizio è stato introdotto per evitare che gli studenti di qualche Paese siano ingiustamente avvantaggiati.

La situazione e il contesto di un problema possono essere considerati anche in termini di distanza tra il problema e la matematica che esso richiede. Se un compito fa riferimento unicamente a oggetti, simboli o strutture matematiche e non ad aspetti esterni al mondo matematico, il contesto del compito viene considerato come intra-matematico e il compito viene classificato come appartenente alla situazione "scientifica". L'OCSE/PISA comprende un numero limitato di prove di questo tipo, nelle quali il contesto del problema rende esplicita la stretta connessione tra quest'ultimo e la matematica che ne sta alla base. Normalmente però, i problemi incontrati dagli studenti nella vita quotidiana non sono formulati in termini matematici espliciti. Essi si riferiscono a oggetti del mondo reale. Tali contesti sono detti "extra-matematici" ed è lo studente a doverli tradurre in forma matematica. In linea generale, l'OCSE/PISA dà spazio a compiti che si potrebbero incontrare in situazioni del mondo reale e sono calati in contesti autentici che influenzano la loro soluzione e interpretazione. È da notare che questo non esclude che nella prova vengano anche inclusi compiti con un contesto ipotetico, purché tale contesto abbia qualche elemento reale, non sia troppo distante da una situazione del mondo reale e richieda realmente l'uso della matematica per risolvere il problema, come nel seguente esempio.

Matematica: esempio 4 - SISTEMA MONETARIO

Sarebbe possibile introdurre un sistema monetario basato soltanto su tagli di 3 e 5? Più specificatamente, quali valori si otterrebbero su questa base? Sarebbe desiderabile un tale sistema, se fosse possibile?

Il problema presentato nell'esempio è un buon problema, non tanto per la sua vicinanza al mondo reale, quanto per il fatto che è interessante dal punto di vista matematico e richiede capacità legate alla *literacy* matematica. Il ricorso alla matematica per spiegare scenari ipotetici ed esplorare sistemi o situazioni alternativi, anche se improbabili, è una delle caratteristiche più importanti di tale disciplina. Tale problema può venire classificato come appartenente alla situazione "scientifica".

¹ È da notare che il termine "autentico" non vuole qui significare che i quesiti di matematica siano in un certo senso genuini e reali. Nella matematica dell'OCSE/PISA il termine "autentico" indica che l'uso della matematica è realmente funzionale alla risoluzione del problema e che quindi il problema non è una semplice occasione di esercizio matematico.



Riassumendo, nel progetto OCSE/PISA i compiti considerati migliori sono quelli che potrebbero incontrarsi in una delle molteplici situazioni del mondo reale e il cui contesto richiede realmente l'uso della matematica per risolvere il problema. Per la valutazione della competenza matematica si dà la priorità a problemi in cui soluzione e interpretazione sono legate a contesti extra-matematici, dal momento che tali problemi sono i più simili a quelli che si incontrano nella vita quotidiana.

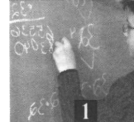
Il contenuto matematico – le quattro “idee chiave”

I concetti, le strutture e le idee matematiche sono stati messi a punto quali strumenti per organizzare i fenomeni del mondo naturale, sociale e mentale. A scuola, i programmi di matematica sono stati organizzati logicamente in ambiti di contenuto (per es. aritmetica, algebra, geometria) che riflettono branche del pensiero matematico storicamente consolidate e facilitano lo sviluppo di un programma di insegnamento strutturato. Tuttavia, nel mondo reale, i fenomeni che si prestano ad essere trattati in termini matematici non si presentano secondo la stessa organizzazione logica. Raramente i problemi sorgono in modi e contesti che permettono di riuscire a comprenderli e a risolverli applicando conoscenze provenienti da un'unico ambito. Il problema della fiera descritto precedentemente fornisce un esempio di un problema la cui soluzione comporta il ricorso a diversi ambiti della matematica.

Dal momento che l'indagine OCSE/PISA mira ad accertare la capacità degli studenti di risolvere problemi reali, la gamma dei contenuti inclusi nella valutazione è stata definita servendosi di un approccio fenomenologico per descrivere i concetti, le strutture e le idee matematiche. Questo significa che il contenuto viene descritto in relazione ai fenomeni e ai tipi di problemi per i quali è stato costruito. Tale approccio garantisce una coerenza tra l'impostazione della valutazione e la definizione dell'ambito della competenza matematica e, allo stesso tempo, copre una gamma di contenuti che comprende quanto generalmente si trova sia in altre indagini sulla matematica sia nei curricula nazionali di matematica.

Un'articolazione di tipo fenomenologico del contenuto matematico non è cosa nuova. Due pubblicazioni ben note, *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (Steen, 1990) e *Mathematics: The science of patterns* (Devlin, 1994), hanno descritto la matematica in questo modo. Tuttavia, vi sono diversi termini per definire un simile approccio e le diverse categorie fenomenologiche. Tra i termini che sono stati suggeriti per definire questo approccio vi sono: “idee fondanti”, “grandi idee” o “idee fondamentali”; “concetti chiave”, “idee chiave”, “concetti di fondo”, “ambiti principali” o “problematiche”. Nel quadro di riferimento di PISA 2003 per la matematica si usa il termine “idee chiave”.

È possibile individuare molte idee chiave in matematica. Le pubblicazioni menzionate sopra elencano: modello, dimensioni, quantità, incertezza, forma, cambiamento, calcolo, ragionamento e comunicazione, movimento e cambiamento, simmetria e regolarità, posizione. Quali fra queste utilizzare nel quadro di riferimento della matematica del progetto OCSE/PISA? Per delineare l'ambito della competenza matematica è importante che la selezione delle aree problematiche segua lo sviluppo storico della disciplina, garantisca un'articolazione e un approfondimento tali da illustrare gli elementi essenziali della matematica e, allo stesso tempo, rappresenti o comprenda in modo adeguato le aree curriculari tradizionali.



Per secoli, la matematica è stata prevalentemente la scienza dei numeri ed è stata accompagnata da una scienza relativamente concreta, la geometria. Già prima del 500 a.C., Mesopotamia, Egitto e Cina videro la nascita del concetto di numero e, contemporaneamente, furono sviluppate operazioni con numeri e quantità, comprese le quantità che si ricavano da misurazioni geometriche. Il periodo compreso fra il 500 a.C. e il 300 d.C. fu l'era della matematica greca, che si identificò essenzialmente con lo studio della geometria come teoria assiomatica. Ai greci si deve la ridefinizione della matematica come scienza unificante dei numeri e delle forme. Il cambiamento successivo più importante, in seguito al quale l'algebra divenne una branca della matematica, si ebbe tra il 500 e il 1300 d.C. nel mondo islamico, in India e in Cina; da tale cambiamento derivò lo studio delle relazioni. Nel diciassettesimo secolo, con l'invenzione del calcolo (inteso come studio del cambiamento, della crescita e del limite), da parte di Newton e Leibniz, ciascuno per proprio conto, la matematica divenne lo studio integrato dei numeri, delle forme, dei cambiamenti e delle relazioni.

Il diciannovesimo e il ventesimo secolo hanno assistito all'esplosione della conoscenza matematica e dell'insieme di fenomeni e problemi che potevano essere affrontati con la matematica, comprendendo aspetti di casualità e indeterminatezza. Questi sviluppi hanno reso sempre più difficile rispondere alla domanda "che cos'è la matematica?". All'inizio del nuovo millennio, molti vedono la matematica come la scienza dei modelli (*patterns*) in senso generico. È dunque possibile scegliere le idee chiave in modo da riflettere questi sviluppi: i modelli di *quantità*, di *forma e di spazio*, di *cambiamento e di relazioni* rappresentano concetti centrali ed essenziali in qualsiasi descrizione della matematica e sono il nucleo di qualsiasi curriculum sia a livello di scuola superiore che a livello universitario. Tuttavia, essere competenti (*literate*) nell'ambito della matematica significa qualcosa di più. È essenziale essere in grado di affrontare l'incertezza considerata da un punto di vista matematico e scientifico. Per questo motivo, elementi di teoria della probabilità e di statistica danno origine alla quarta idea chiave: *l'incertezza*.

Le quattro idee chiave che seguono sono utilizzate nell'indagine PISA 2003 in quanto consentono di seguire lo sviluppo storico della disciplina, di abbracciare in modo esauriente l'ambito matematico e di riflettere i temi principali del curriculum scolastico:

- *quantità*;
- *spazio e forma*;
- *cambiamento e relazioni*;
- *incertezza*.

Attraverso queste quattro idee chiave è possibile articolare il contenuto matematico in un numero di aree sufficiente a garantire che i quesiti delle prove fossero distribuiti su tutto il curriculum e che, allo stesso tempo, il loro numero fosse sufficientemente ridotto da evitare distinzioni troppo minuziose che impedirebbero di prendere in considerazione problemi fondati su situazioni reali.

Un'idea chiave può essere concepita come un insieme coerente di fenomeni e di concetti che si possono incontrare in una molteplicità di situazioni differenti. Per sua natura, ciascuna idea chiave può essere considerata come una sorta di nozione generale che ha a che fare con un qualche ambito generale



di contenuto. Questo implica che le idee chiave non possano essere delinea-
te con precisione una in rapporto all'altra. Ciascuna di esse rappresenta piut-
tosto una particolare prospettiva, o punto di vista, che può essere concepito
come dotato di un nucleo, di un centro di gravità, e di contorni in un certo
senso indistinti che consentono l'intersezione con altre idee chiave. In teoria,
ogni idea chiave si interseca con tutte le altre. Le quattro idee chiave sono
descritte sinteticamente nei seguenti paragrafi e discusse più approfondita-
mente più avanti.

Quantità

Questa idea chiave è centrata sul bisogno di quantificare per organizzare la
realtà. Tra i suoi aspetti più importanti vi sono la comprensione delle dimen-
sioni relative, il riconoscimento di modelli numerici e l'uso di numeri per rap-
presentare quantità e attributi quantificabili degli oggetti del mondo reale
(misure e conteggi). Inoltre, la *quantità* ha a che fare con l'elaborazione e la
comprensione di numeri rappresentati in vari modi.

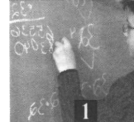
Un aspetto saliente del lavorare con la *quantità* è il ragionamento quantitativo.
Componenti essenziali del ragionamento quantitativo sono: il concetto di nu-
mero, l'uso di diverse rappresentazioni numeriche, la comprensione del si-
gnificato delle operazioni, l'avere un'idea dell'ordine di grandezza dei nume-
ri, i calcoli eleganti da un punto di vista matematico, i calcoli mentali e le sti-
me.

Spazio e forma

Dovunque intorno a noi vi sono modelli: nel linguaggio orale, nella musica,
sul video, nel traffico, nelle costruzioni edili e nell'arte. Le forme possono es-
sere considerate come modelli: case, uffici, ponti, stelle di mare, fiocchi di ne-
ve, piante topografiche delle città, quadrifogli, cristalli e ombre. I modelli
geometrici possono funzionare come modelli relativamente semplici di mol-
ti tipi di fenomeni ed è possibile e desiderabile studiarli a tutti i livelli (Grün-
baum, 1985).

Quando si analizzano le componenti della forma e si riconoscono le forme in
diverse rappresentazioni e in diverse dimensioni, lo studio della forma e del-
le costruzioni comporta la ricerca di somiglianze e differenze. Lo studio delle
forme è strettamente legato al concetto di "capire lo spazio". Questo significa
imparare a conoscere, esplorare e conquistare lo spazio per poter vivere, re-
spirare e muoversi in esso con una maggiore consapevolezza (Freudenthal,
1973).

Per ottenere ciò, dobbiamo essere in grado di capire le proprietà degli og-
getti e le loro relative posizioni: dobbiamo essere consapevoli di come ve-
diamo le cose e del perché le vediamo così, dobbiamo imparare a navigare
attraverso lo spazio e attraverso le costruzioni e le forme. Ciò significa capire
la relazione tra forme e immagini o rappresentazioni visive, come la relazio-
ne tra una città reale e le fotografie e le carte topografiche di quella città; si-
gnifica anche capire come si possano rappresentare gli oggetti tridimensio-
nali in due dimensioni, come si creino e si interpretino le ombre e che cosa
sia la prospettiva e come funzioni.



Cambiamento e relazioni

Ogni fenomeno naturale è la manifestazione di un cambiamento e nella realtà che ci circonda si possono osservare tra i fenomeni molte relazioni, sia temporanee che permanenti. La trasformazione degli organismi durante la loro crescita, il ciclo delle stagioni, il flusso e riflusso delle maree, i cicli di disoccupazione, i cambiamenti del tempo, gli indici della borsa valori non sono che alcuni esempi. Alcuni di questi processi di cambiamento comportano semplici funzioni matematiche, che possono essere lineari, esponenziali, periodiche o logistiche, sia discrete che continue, e possono essere descritti o modellizzati in base a esse. Molte relazioni, tuttavia, rientrano in più di una categoria e l'analisi dei dati è molto spesso indispensabile per determinare il tipo di relazione presente. Le relazioni matematiche assumono spesso la forma di equazioni o disequazioni, ma vi possono anche essere relazioni di natura più generale (come relazioni di equivalenza, divisibilità, inclusione, per citare solo alcuni esempi).

Pensare in termini funzionali, cioè pensare in termini di relazioni, è uno degli obiettivi disciplinari fondamentali dell'insegnamento della matematica (MAA, 1923). Le relazioni possono essere rappresentate in molti modi, tra i quali vi sono le rappresentazioni simboliche, algebriche, grafiche, tabulari e geometriche. Rappresentazioni diverse possono essere utili per scopi diversi e hanno proprietà differenti. Quindi, quando si ha a che fare con situazioni e compiti problematici, il passaggio da una rappresentazione all'altra è spesso un procedimento chiave.

Incertezza

L'attuale "società dell'informazione" offre una gran quantità di informazioni, presentandole spesso come precise, scientifiche e dotate di un certo grado di certezza. Nella vita quotidiana, tuttavia, ci imbattiamo in risultati elettorali incerti, ponti che cedono, crolli del mercato azionario, previsioni del tempo inattendibili, pronostici inesatti sulla crescita demografica, modelli economici imprevedibili e molte altre dimostrazioni dell'incertezza del nostro mondo.

La constatazione di tale *incertezza* chiama in causa due argomenti tra loro correlati: i dati e il caso. Tali fenomeni sono oggetto di studi matematici rispettivamente nella statistica e nella teoria della probabilità. Alcune osservazioni relativamente recenti circa i curricula scolastici concordano sul fatto che la statistica e la probabilità oggi dovrebbero occupare un posto molto più importante che nel passato (*Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools*, 1982; LOGSE, 1990; MSEB, 1990; NCTM, 1989; NCTM, 2000).

Attività e concetti matematici specifici in questo ambito sono la raccolta e l'analisi dei dati, la loro rappresentazione/visualizzazione, la probabilità e l'inferenza statistica.

Nel paragrafo che segue si affronta l'aspetto più importante del quadro di riferimento della matematica, cioè il discorso sulle competenze che gli studenti devono attivare quando cercano di risolvere un problema. Tali competenze sono discusse complessivamente sotto il titolo di processi matematici.



I processi matematici

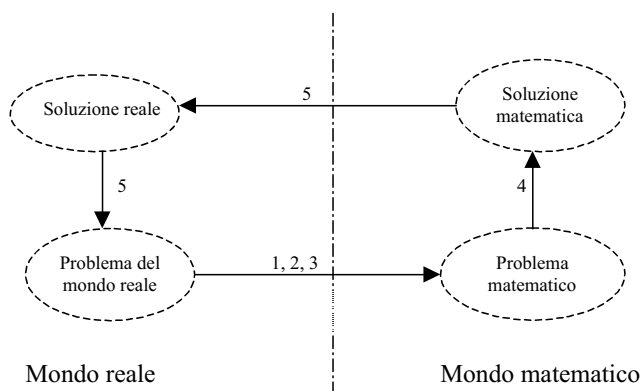
Introduzione – la matematizzazione

Il progetto OCSE/PISA esamina la capacità degli studenti di analizzare, ragionare e comunicare idee matematiche in modo efficace nel momento in cui pongono, formulano, risolvono problemi matematici e ne interpretano le soluzioni. Tale attività di analisi e soluzione di problemi richiede, da parte degli studenti, l'uso di abilità e competenze acquisite attraverso il percorso scolastico e l'esperienza. Nell'indagine OCSE/PISA, si usa il termine “matematizzazione” per riferirsi a un processo fondamentale del quale gli studenti si servono per risolvere problemi della vita reale.

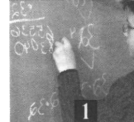
Si potrebbe affermare che Newton stesse descrivendo la “matematizzazione” quando, nel suo lavoro principale *I principi matematici della filosofia della natura*, scrisse: “Ma il nostro scopo è solo di individuare l'entità e le proprietà di tale forza partendo dai fenomeni, e di usare quello che noi scopriamo in pochi casi semplici come principi guida, attraverso i quali, per via matematica, possiamo stimare gli effetti conseguenti in casi più complessi” (Newton, 1687).

Nella presentazione iniziale delle basi teoriche del quadro di riferimento della matematica si è tracciata una descrizione della matematizzazione in cinque fasi. Tali fasi sono rappresentate nella Figura 1.3.

Figura 1.3 • Il ciclo della matematizzazione



- 1) Si parte da un problema situato nella realtà.
- 2) Si organizza il problema in base a concetti matematici e si identificano gli strumenti matematici pertinenti.
- 3) Si ritaglia progressivamente la realtà attraverso processi quali il fare supposizioni, il generalizzare e il formalizzare il problema, che mettono in evidenza le caratteristiche matematiche della situazione e trasformano il problema reale in uno matematico che rappresenti fedelmente la situazione di partenza.
- 4) Si risolve il problema matematico.
- 5) Si interpreta la soluzione matematica nei termini della situazione reale, individuando anche i limiti della soluzione proposta.



Come si vede nel diagramma della Figura 1.3, le cinque fasi possono essere riunite in tre gruppi.

Innanzitutto la matematizzazione implica che il problema venga tradotto dalla “realtà” alla matematica. Questo processo comprende operazioni quali:

- identificare gli aspetti matematici pertinenti a un problema collocato nella realtà;
- rappresentare il problema in modo diverso, cioè organizzarlo secondo concetti matematici ed effettuare supposizioni adeguate;
- capire le relazioni tra il linguaggio del problema e il linguaggio simbolico e formale richiesto per capire il problema dal punto di vista matematico,
- trovare regolarità, relazioni e *pattern*;
- riconoscere aspetti isomorfi ad altri problemi già noti;
- tradurre il problema in termini matematici, cioè in un modello matematico (de Lange 1987, p. 43).

Non appena uno studente abbia tradotto il problema in termini matematici, l'intero processo di matematizzazione può continuare all'interno della matematica. Gli studenti si porranno domande come: “C'è...?”, “Se è così, quanti?”, “Come posso trovare...?” usando tecniche e concetti matematici noti. Essi cercheranno di lavorare sul modello della situazione problematica che hanno costruito, di perfezionarlo, di stabilire regolarità, di identificare relazioni e di sviluppare argomentazioni matematiche solide. Tale aspetto del processo di matematizzazione viene generalmente definito “aspetto deduttivo del ciclo di modellizzazione” (Schupp, 1988, Blum, 1996). Tuttavia, in questa fase possono giocare un ruolo importante altri processi oltre a quelli strettamente deduttivi, quali:

- l'uso di diverse rappresentazioni e il passaggio da una all'altra;
- l'uso di un linguaggio simbolico, formale e tecnico e delle operazioni;
- la rifinitura e l'adattamento dei modelli matematici, l'associazione e l'integrazione dei modelli;
- l'argomentazione;
- la generalizzazione.

L'ultimo o gli ultimi passaggi nella risoluzione di un problema comportano una riflessione sull'intero processo di matematizzazione, nonché sui suoi risultati. In questo caso gli studenti devono interpretare i risultati con atteggiamento critico e devono convalidare l'intero processo. Tale riflessione deve essere presente in tutti gli stadi del processo di matematizzazione, ma è particolarmente importante nella fase conclusiva. Aspetti di questo processo di riflessione e di convalida sono:

- la comprensione delle potenzialità e dei limiti dei concetti matematici;
- la riflessione sulle argomentazioni matematiche e la spiegazione e la giustificazione dei risultati;
- la comunicazione del procedimento seguito e della soluzione trovata;
- la critica del modello e dei suoi limiti.

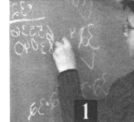
Nella Figura 1.3 questa fase è riportata due volte con il numero 5, una volta per indicare il processo di matematizzazione in cui si passa dalla soluzione matematica a quella reale, e l'altra nel momento in cui la soluzione reale è nuovamente messa in relazione con il problema originario del mondo reale.



Le competenze

Il paragrafo precedente tratta i principali concetti e processi che sono messi in gioco nella matematizzazione. Una persona che affronta con successo il processo di matematizzazione nell'ambito di una molteplicità di situazioni e contesti, extra e intra-matematici, e di diverse idee chiave, deve possedere un certo numero di competenze matematiche che, nel loro insieme, possono essere considerate come costitutive della competenza matematica. Ciascuna di queste competenze può essere posseduta a diversi livelli di padronanza. Le diverse fasi del processo di matematizzazione si basano in modo differenziato su queste competenze, sia per quanto riguarda le specifiche competenze messe in gioco, sia per quanto riguarda il livello di padronanza richiesto. Per individuare e analizzare queste competenze, il progetto OCSE/PISA ha deciso di fare riferimento a otto tipiche competenze matematiche, che si basano, nella loro forma attuale, sul lavoro di Niss (1999) e dei suoi colleghi danesi. Definizioni analoghe si possono trovare nei lavori di molti altri studiosi (come mostrato da Neubrand *et al.*, 2001), ma alcuni dei termini usati vengono impiegati in modo diverso dai diversi autori.

1. *Pensiero e ragionamento.* Questa competenza consiste: nel formulare domande che sono tipiche della matematica ("C'è...?", "Se è così, quanti?", "Come troviamo...?"); nel conoscere i tipi di risposte che la matematica dà a tali domande; nel distinguere tra diversi tipi di enunciati (definizioni, teoremi, congetture, ipotesi, esempi, affermazioni di tipo condizionale); e nel comprendere e trattare la portata e i limiti di determinati concetti matematici.
2. *Argomentazione.* Questa competenza consiste: nel conoscere cosa sono le dimostrazioni matematiche e come differiscono da altri tipi di ragionamento matematico; nel seguire catene di ragionamenti matematici di diverso tipo e nel valutarne la validità; nell'avere un'idea dell'euristica ("Che cosa può o non può accadere? E perché?"); e nel creare ed esprimere ragionamenti matematici.
3. *Comunicazione.* Questa competenza consiste nel sapersi esprimere in vari modi su questioni di carattere matematico, in forma orale e scritta e nel comprendere gli enunciati scritti od orali di altre persone circa tali questioni.
4. *Modellizzazione.* Questa competenza consiste: nella strutturazione del campo o della situazione che deve essere modellizzata; nel tradurre "la realtà" in strutture matematiche; nell'interpretare i modelli matematici in termini di "realtà"; nel lavorare con un modello matematico; nel validare il modello, nel riflettere, analizzare e valutare un modello e i suoi risultati; nel comunicare ad altri il modello e i suoi risultati (compresi i limiti di tali risultati); e nel monitorare e controllare il processo di modellizzazione.
5. *Formulazione e risoluzione di problemi.* Questa competenza consiste nel porre, formulare e definire diversi tipi di problemi matematici (quali problemi "puri", "applicati", "aperti" e "chiusi") e nel risolverli in vari modi.
6. *Rappresentazione.* Questa competenza consiste: nel decodificare e codificare, tradurre, interpretare e distinguere le diverse forme di rappresentazione di oggetti e situazioni matematiche e le relazioni tra le varie rappresentazioni; nello scegliere e passare da una forma di rappresentazione a un'altra, in relazione alla situazione e allo scopo.



7. *Uso del linguaggio simbolico, formale e tecnico e delle operazioni.* Questa competenza consiste: nel decodificare e interpretare il linguaggio simbolico e formale e nel comprendere il suo rapporto con il linguaggio naturale; nel tradurre il linguaggio naturale in linguaggio simbolico/formale; nel lavorare con enunciati ed espressioni che contengano simboli e formule; e nell'usare variabili, risolvere equazioni ed effettuare calcoli.
8. *Uso di sussidi e strumenti.* Questa competenza consiste nel conoscere ed essere capaci di usare vari sussidi e strumenti (comprese le tecnologie dell'informazione) che possono facilitare l'attività matematica e nel conoscerne i limiti.

Il progetto PISA non vuole sviluppare prove che valutino individualmente le sopracitate competenze. Fra tali competenze, infatti, esiste una considerevole sovrapposizione e, quando ci si serve della matematica, è generalmente necessario attingere simultaneamente a molte di queste competenze. Qualsiasi sforzo di valutare competenze individuali, quindi, porterebbe a quesiti artificiosi e a una suddivisione inutile dell'ambito della competenza matematica. Le particolari competenze che ciascuno studente sarà in grado di mostrare varieranno considerevolmente da individuo a individuo. Ciò è in parte dovuto al fatto che tutto l'apprendimento avviene attraverso l'esperienza "con la costruzione della conoscenza individuale che si verifica attraverso i processi di interazione, negoziazione e collaborazione" (De Corte, Greer & Verschaffel, 1996, p. 510). Il progetto OCSE/PISA parte dal presupposto che la maggior parte della matematica conosciuta dagli studenti sia appresa a scuola. La comprensione di un ambito è acquisita gradualmente. Modi più formali e astratti di rappresentazione e ragionamento emergono con il tempo come conseguenza di un impegno attivo in attività designate per aiutare lo sviluppo di idee informali. La competenza matematica viene anche acquisita attraverso esperienze che comprendono interazioni in una molteplicità di situazioni o contesti sociali.

Per descrivere e presentare in modo produttivo le capacità degli studenti, come anche i loro punti di forza e di debolezza in una prospettiva internazionale, è necessaria una qualche schematizzazione. Un modo per strutturare il discorso in modo comprensibile e maneggevole consiste nel descrivere raggruppamenti di competenze (*clusters of competencies*), basati sui tipi di richieste cognitive che sono necessarie per risolvere diversi problemi matematici.

I raggruppamenti di competenze

Il progetto PISA ha scelto di dividere le competenze e i processi cognitivi che esse mettono in gioco in tre diversi raggruppamenti: il raggruppamento della *riproduzione*, quello delle *connessioni* e quello della *riflessione*. Nei paragrafi che seguono si descrivono tali raggruppamenti e il modo in cui ciascuna competenza è messa in gioco all'interno di ciascuno di essi.

Il raggruppamento della riproduzione

Le competenze che rientrano in questo raggruppamento consistono nella riproduzione di conoscenze note e comprendono quelle più comunemente usate negli accertamenti standardizzati e nelle verifiche scolastiche. Tali competenze sono la conoscenza di dati di fatto e di rappresentazioni di problemi comuni, l'identificazione di equivalenze, il ricordo di argomenti e pro-



prietà matematiche note, l'esecuzione di procedure di routine, l'applicazione di algoritmi standard e di abilità tecniche, la manipolazione di espressioni con simboli e formule standard e l'esecuzione di calcoli.

1. *Pensiero e ragionamento.* Questa competenza consiste: nel formulare domande di base ("Quanti sono?", "Quanto fa...?") e nel comprendere le rispettive risposte ("Sono tanti..." "Fa tot..."); nel distinguere tra definizioni ed asserzioni; nel comprendere e manipolare concetti matematici nel tipo di contesto in cui sono stati originariamente introdotti o in cui sono stati successivamente esercitati.
2. *Argomentazione.* Questa competenza consiste nel seguire e nel motivare processi quantitativi standard (compresi processi di calcolo), affermazioni e risultati.
3. *Comunicazione.* Questa competenza consiste nel comprendere e nell'esprimersi, in forma orale e scritta, su semplici questioni matematiche, quali assegnare un nome e riconoscere le proprietà fondamentali di oggetti familiari, citare calcoli e risultati, solitamente in un'unica direzione.
4. *Modellizzazione.* Questa competenza consiste: nel riconoscere, richiamare alla mente, attivare e sfruttare modelli conosciuti e ben strutturati; nell'interpretare i modelli matematici in termini di "realtà" e viceversa; nel comunicare ad altri in modo semplice i risultati del modello.
5. *Formulazione e risoluzione di problemi.* Questa competenza consiste nel porre e formulare problemi matematici riconoscendo e riproducendo in forma chiusa problemi standard conosciuti, puri o applicati, e nel risolvere, solitamente in un'unica direzione, tali problemi ricorrendo ad approcci e procedure standard.
6. *Rappresentazione.* Questa competenza consiste nel decodificare, codificare e interpretare rappresentazioni standard, conosciute e sperimentate, di oggetti matematici ben noti. Il passare da una forma di rappresentazione a un'altra entra in gioco solo nel caso in cui tale passaggio sia parte integrante della rappresentazione stessa.
7. *Uso del linguaggio simbolico, formale e tecnico e delle operazioni.* Questa competenza consiste: nel decodificare e interpretare un linguaggio simbolico e formale semplice e consueto in contesti e situazioni conosciute; nel lavorare con semplici enunciati ed espressioni che contengono simboli e formule; e nell'usare variabili, risolvere equazioni ed effettuare calcoli con procedure di routine.
8. *Uso di sussidi e strumenti.* Questa competenza consiste nel conoscere ed essere capaci di usare vari sussidi e strumenti in contesti, situazioni e modi simili a quelli nei quali essi sono solitamente introdotti e usati.

I quesiti che accertano le competenze che rientrano in questo raggruppamento potrebbero essere definiti con i seguenti descrittori: riproduzione di materiale già conosciuto ed esecuzione di operazioni di routine.

Esempi di quesiti del Raggruppamento della Riproduzione

Matematica: esempio 5

Risolvi la seguente equazione $7x - 3 = 13x + 15$

Matematica: esempio 6

Qual è la media tra 7, 12, 8, 14, 15, 9?

Matematica: esempio 7

Scrivi 69% sotto forma di frazione

Matematica: esempio 8

La linea m è detta _____ del cerchio



Matematica: esempio 9

Su un libretto di risparmio bancario vengono depositati 1000 zed, a un interesse del 4%. Quanti zed ci saranno sul conto bancario dopo un anno?

Per delineare in modo più chiaro la delimitazione di questo raggruppamento, l'esempio 3 fornisce un esempio di quesito che NON appartiene a esso. Per la maggior parte degli studenti, questo problema comporta più della semplice applicazione di procedure di routine, poiché richiede l'applicazione di una catena di ragionamenti e di una sequenza di calcoli che non rientrano nelle competenze del raggruppamento della *riproduzione*.

Il raggruppamento delle connessioni

Le competenze del raggruppamento delle *connessioni* presuppongono le competenze della *riproduzione* in quanto estendono l'attività di soluzione di problemi a situazioni che non sono di semplice routine, ma che chiamano in causa ambiti comunque familiari o semi-familiari. Esse possono essere descritte come segue:

1. *Pensiero e ragionamento*. Questa competenza consiste nel formulare domande ("Come trovo?", "A quale matematica devo ricorrere per...?") e nel comprendere le relative risposte (che sono fornite per mezzo di tabelle, grafici, espressioni algebriche, figure ecc.), nel distinguere tra definizioni ed asserzioni e fra diversi tipi di asserzione, nel comprendere e manipolare concetti matematici in contesti un po' diversi da quelli in cui sono stati originariamente introdotti o nei quali sono stati successivamente esercitati.
2. *Argomentazione*. Questa competenza consiste nel formulare semplici ragionamenti a carattere matematico senza distinguere fra dimostrazioni e forme più articolate di argomentazione o di ragionamento, nel seguire catene di ragionamenti matematici di diverso tipo e nel valutarne la validità; nell'avere un'idea dell'euristica ("Che cosa può o non può accadere? E perché?", "Che cosa sappiamo e che cosa vogliamo ottenere?").
3. *Comunicazione*. Questa competenza consiste nel comprendere e nell'esprimersi, in forma orale e scritta, su questioni matematiche, dall'assegnare un nome e riconoscere le proprietà fondamentali di oggetti familiari, allo spiegare calcoli e risultati (solitamente in più di una direzione), all'illustrare problemi che comprendono relazioni. Infine tale competenza com-



porta anche la comprensione di enunciati scritti o orali emessi da altre persone riguardanti tali problemi.

4. *Modellizzazione*. Questa competenza consiste nella strutturazione del campo o della situazione che deve essere modellizzata, nel tradurre “la realtà” in strutture matematiche all'interno di contesti che, pur non essendo eccessivamente complessi, sono comunque diversi da quelli ai quali gli studenti sono abituati. Essa consiste, inoltre, nell'interpretare modelli e risultati matematici in termini di “realtà”, e viceversa, nonché aspetti di comunicazione del modello e dei suoi risultati.
5. *Formulazione e risoluzione di problemi*. Questa competenza consiste nel porre e formulare problemi matematici andando oltre la riproduzione in forma chiusa di problemi standard conosciuti puri o applicati, nel risolvere tali problemi usando approcci e procedure standard, ma anche processi originali di problem solving che uniscono aree diverse della matematica e differenti metodi di rappresentazione e comunicazione (schemi, tabelle, grafici, parole e figure).
6. *Rappresentazione*. Questa competenza consiste nel decodificare, codificare e interpretare rappresentazioni conosciute o meno conosciute di oggetti matematici, nello scegliere e passare da una forma di rappresentazione di oggetti e situazioni matematiche a un'altra, nel tradurre e distinguere fra diverse forme di rappresentazione.
7. *Uso del linguaggio simbolico, formale e tecnico e delle operazioni*. Questa competenza consiste nel decodificare e interpretare un linguaggio simbolico e formale all'interno di contesti e situazioni meno conosciuti, nel lavorare con enunciati ed espressioni che contengono simboli e formule e nell'usare variabili, risolvere equazioni ed effettuare calcoli con procedure note.
8. *Uso di sussidi e strumenti*. Questa competenza consiste nel conoscere ed essere capaci di usare vari sussidi e strumenti in contesti, situazioni e modi diversi da quelli nei quali essi sono stati introdotti e usati.

I quesiti che rientrano in questa classe di competenze generalmente richiedono che si dimostri di saper integrare e mettere in connessione elementi che fanno parte di varie idee chiave, o dei diversi filoni curriculari della matematica, oppure di saper collegare diverse rappresentazioni di un problema.

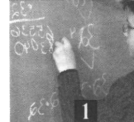
I quesiti che accertano le competenze del raggruppamento delle *connessioni* potrebbero essere definiti dai seguenti descrittori: integrazione, connessione e un qualche ampliamento di materiali già conosciuti.

Esempi di quesiti del Raggruppamento delle Connessioni

Un primo esempio di quesito di Raggruppamento delle *connessioni* è stato fornito con l'esempio 3, *Libretto di risparmio*. Altri esempi di quesiti del raggruppamento delle *connessioni* sono i seguenti.

Matematica: esempio 10 - DISTANZA

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.
Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra?



Quando questo problema fu inizialmente presentato agli insegnanti, molti di loro respinsero il quesito perché troppo facile: “Si poteva facilmente vedere che la risposta era 3 chilometri”. Un altro gruppo di insegnanti reagì dicendo che non era un buon quesito perché non aveva risposta, cioè non aveva una soluzione numerica univoca. Una terza reazione fu che non era un buon quesito perché aveva più possibilità di risposta, dal momento che senza ulteriori informazioni tutto quello che si può concludere è che le due ragazze vivono a una distanza che va dai 3 ai 7 chilometri, e questa indeterminatezza non è una caratteristica positiva per un quesito. Un piccolo gruppo di insegnanti ritenne che fosse un ottimo quesito, perché imponeva di capire la domanda, che fosse un vero compito di problem solving perché non aveva una soluzione già nota, e che fosse un bel compito matematico, per quanto non si potesse prevedere come gli studenti avrebbero risolto il problema. È sulla base di questo ultimo punto di vista che questo problema viene fatto rientrare tra le competenze del raggruppamento delle *connessioni*.

Matematica: esempio 11 - AFFITTO DI UN UFFICIO

I due annunci che seguono sono apparsi su un quotidiano di un Paese la cui valuta è costituita dagli zed.

PALAZZINA A	PALAZZINA B
Spazio uso ufficio disponibile: 58 - 95 metri quadrati 475 zed al mese 100 - 120 metri quadrati 800 zed al mese	Spazio uso ufficio disponibile: 35 - 260 metri quadrati 90 zed all'anno per metro quadrato

Se in quel Paese un'azienda è interessata ad affittare un ufficio di 110 m^2 per un anno, in quale palazzina, la A o la B, dovrebbe prendere in affitto i locali uso ufficio per ottenere il prezzo più conveniente? Scrivi i passaggi che fai per arrivare alla risposta. [© IEA/TIMSS]

Matematica: esempio 12 - LA PIZZA

Una pizzeria prepara due pizze dello stesso spessore, ma di diverse dimensioni. La più piccola ha un diametro di 30 cm e costa 30 zed. La più grande ha un diametro di 40 cm e costa 40 zed. [© PRIM, Stockholm Institute of Education]

Quale delle due pizze è più conveniente? Spiega come sei arrivato alla risposta.

In entrambi questi problemi gli studenti devono tradurre situazioni del mondo reale in linguaggio matematico, costruire un modello matematico che consenta di effettuare gli opportuni confronti, verificare che la soluzione ottenuta sia adeguata al contesto del problema di partenza e comunicare i risultati del proprio lavoro. Queste sono tutte attività che rientrano nel raggruppamento delle *connessioni*.



Il raggruppamento della riflessione

Le competenze di questo raggruppamento richiedono un elemento di riflessione da parte degli studenti sui processi richiesti o utilizzati per risolvere un problema. Esse sono legate all'abilità degli studenti di pianificare strategie di soluzione e di applicarle affrontando ambiti problematici più complessi e meno familiari rispetto a quelli del raggruppamento delle *connessioni*. Oltre alle competenze descritte nei paragrafi precedenti, il raggruppamento della *riflessione* comprende le seguenti competenze:

1. *Pensiero e ragionamento*. Questa competenza consiste nel formulare domande ("Come trovo?", "A quale matematica devo ricorrere per...?", "Quali sono gli aspetti essenziali di questo problema o situazione?") e nel comprendere i corrispondenti tipi di risposte (fornite per mezzo di tabelle, grafici, espressioni algebriche, figure, specifiche di punti chiave, ecc.), nel distinguere tra definizioni, teoremi, congetture, ipotesi e affermazioni che riguardano casi particolari e nel riflettere su tali distinzioni o nell'articolarle, nel comprendere e manipolare concetti matematici in contesti nuovi o complessi, nel comprendere e manipolare la portata e i limiti di determinati concetti matematici e nel generalizzare i risultati.
2. *Argomentazione*. Questa competenza consiste nel formulare semplici ragionamenti di carattere matematico distinguendo fra dimostrazioni e forme più articolate di argomentazione o di ragionamento, nel creare catene di ragionamenti matematici di diverso tipo e nel valutarne la validità; nel far ricorso all'euristica ("Che cosa può o non può accadere?", "Quale può essere il caso? E perché?", "Che cosa sappiamo e che cosa vogliamo ottenere?", "Quali fra le proprietà sono essenziali?", "In che relazione si pongono gli oggetti?").
3. *Comunicazione*. Questa competenza consiste nel comprendere enunciati e nel sapersi esprimere, in forma orale e scritta, su questioni di carattere matematico, che vanno dal semplice assegnare un nome e riconoscere le proprietà fondamentali di oggetti noti, allo spiegare calcoli e risultati (solitamente in più di una direzione) fino all'illustrare problemi caratterizzati da relazioni complesse, comprese relazioni logiche. Infine tale competenza comporta anche la comprensione di enunciati scritti o orali emessi da altre persone e riguardanti tali problemi.
4. *Modellizzazione*. Questa competenza consiste nella strutturazione del campo o della situazione che deve essere modellizzata, nel tradurre "la realtà" in strutture matematiche all'interno di contesti che potrebbero essere complessi o molto diversi da quelli ai quali gli studenti sono abituati, nell'interpretare modelli e risultati matematici in termini di "realtà", e viceversa, nonché aspetti di comunicazione dei risultati del modello (raccolgere informazioni e dati, monitorare il processo di modellizzazione e validare il modello risultante dal processo stesso). Tale competenza comprende inoltre il riflettere, analizzando, il criticare e l'impegnarsi in comunicazioni più complesse riguardanti i modelli e la modellizzazione.
5. *Formulazione e risoluzione di problemi*. Questa competenza consiste nel porre e formulare problemi matematici in un modo che vada ben oltre la riproduzione in forma chiusa di problemi standard conosciuti puri o applicati, nel risolvere tali problemi ricorrendo ad approcci e procedure standard o a

processi originali di problem solving che uniscano aree diverse della matematica e differenti metodi di rappresentazione e comunicazione (schemi, tabelle, grafici, parole e figure). Essa, inoltre, implica una riflessione sulle strategie e sulle soluzioni.

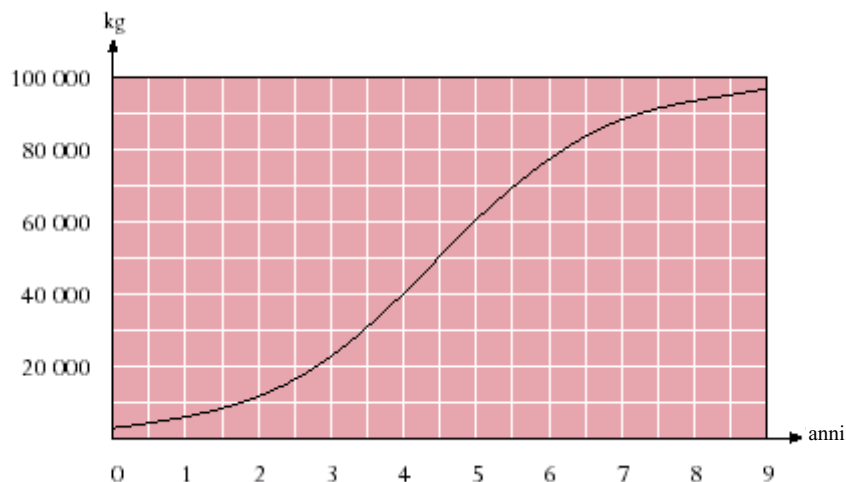
6. *Rappresentazione.* Questa competenza consiste nel decodificare, codificare e interpretare rappresentazioni note o meno note di oggetti matematici, nello scegliere e passare da una forma di rappresentazione di oggetti e situazioni matematiche a un'altra, nel tradurre e distinguere fra diverse forme di rappresentazione. Essa implica inoltre una combinazione creativa di rappresentazioni differenti e la creazione di rappresentazioni originali.
7. *Uso del linguaggio simbolico, formale e tecnico e delle operazioni.* Questa competenza consiste nel decodificare e interpretare un linguaggio simbolico e formale in contesti e situazioni sconosciute, nel lavorare con enunciati ed espressioni che contengono simboli e formule e nell'usare variabili, risolvere equazioni ed effettuare calcoli. Essa implica inoltre la capacità di affrontare enunciati e termini complessi e un linguaggio simbolico o formale cui non si è abituati e nel tradurre in linguaggio naturale il linguaggio simbolico/formale.
8. *Uso di sussidi e strumenti.* Questa competenza consiste nel conoscere ed essere capaci di usare sussidi e strumenti, conosciuti o meno, in contesti, situazioni e modi assai diversi da quelli nei quali essi sono solitamente introdotti e usati. Essa implica inoltre la conoscenza dei limiti di tali sussidi e strumenti.

I quesiti che accertano le competenze del raggruppamento della *riflessione* potrebbero essere definiti dai seguenti descrittori: ragionamento avanzato, argomentazione, astrazione, generalizzazione e modellizzazione applicate a nuovi contesti.

Esempi di quesiti del raggruppamento della riflessione

Matematica: esempio 13 - CRESCITA DEI PESCI

In un corso d'acqua sono stati immessi alcuni pesci. Il grafico mostra l'andamento della crescita del peso complessivo dei pesci in quel corso d'acqua.





Supponiamo che un pescatore decida di aspettare un certo numero di anni prima di cominciare a pescare da questo corso d'acqua. Quanti anni dovrà aspettare per ottenere il numero il più alto possibile di pesci da pescare annualmente da quell'anno in poi?
Spiega le ragioni della tua risposta

Matematica: esempio 14 - BILANCIO

In un Paese, il bilancio nazionale per la difesa nel 1980 è di 30 milioni di dollari. Il bilancio complessivo in quell'anno è di 500 milioni di dollari. L'anno successivo il bilancio per la difesa è di 35 milioni di dollari, mentre il bilancio totale è di 605 milioni di dollari. Durante il periodo coperto dai due budget l'inflazione è ammontata al 10%.

- A. Sei invitato a tenere una conferenza per una società pacifista. Ti prefiggi di dimostrare che il bilancio della difesa durante quel periodo è diminuito. Spiega come faresti.
- B. Sei invitato a tenere una conferenza in un'accademia militare. Ti prefiggi di dimostrare che il bilancio della difesa durante quel periodo è aumentato. Spiega come faresti.

Fonte: de Lange e Verhage (1992). Con il permesso dell'editore.

È chiaro che l'esempio 13 si accorda con la definizione di soluzione di problemi matematici situati in contesti reali. Gli studenti devono mettere a punto una loro strategia e argomentazione nei confronti di un problema piuttosto complesso e non familiare. La complessità risiede in parte nel fatto che occorre collegare in modo ragionato l'informazione presentata in forma grafica e nel testo, in parte nel fatto che non c'è una risposta immediatamente evidente. Essi devono leggere il grafico e capire, per esempio, che il tasso di crescita raggiunge il punto massimo dopo circa cinque anni. Per risolvere correttamente il problema gli studenti devono riflettere sulla soluzione man mano che la elaborano e ragionare circa l'adeguatezza delle strategie che impiegano. Inoltre il problema richiede una dimostrazione e una indicazione delle "prove". Una possibilità è quella di usare il metodo di procedere per tentativi ed errori, per esempio provando a vedere cosa accade se si aspettano solo tre anni, e così via. Se si aspetta fino al termine del quinto anno si può ottenere una abbondante pesca ogni anno, pari a 20.000 kg di pesce. Se non è possibile aspettare così a lungo e si comincia la pesca un anno prima, se ne potranno pescare solo 17.000 kg, mentre se si aspetta troppo a lungo (sei anni) se ne pescheranno solo 18.000. Quindi il risultato migliore si ottiene cominciando a pescare dopo cinque anni.

L'esempio 14 è stato studiato in modo approfondito con studenti di 16 anni (de Lange, 1987, pp. 87-90). Esso illustra molto bene il tipo di problemi che fanno parte del raggruppamento della *riflessione*. Gli studenti hanno immediatamente riconosciuto l'aspetto di competenza e in molti casi sono stati in grado di operare qualche generalizzazione dal momento che la chiave della soluzione consiste nel riconoscere che i concetti matematici essenziali in questo caso sono quelli di crescita assoluta e di crescita relativa. L'inflazione potrebbe naturalmente essere omessa per semplificare il problema per studenti più giovani senza per questo perdere i concetti chiave alla base del problema. Tuttavia in questo modo si perderebbe qualcosa a livello di complessità e quindi nel processo di matematizzazione richiesto. Un altro modo per rendere il quesito più "facile" è quello di presentare i dati sotto forma di

tabella o di schema. Questi aspetti della matematizzazione non sarebbero così più richiesti agli studenti, che potrebbero cominciare a lavorare direttamente al nocciolo del problema.

Figura 1.4. • **Diagramma dei raggruppamenti di competenze**

Competenza matematica		
Raggruppamento della <i>riproduzione</i>	Raggruppamento delle <i>connessioni</i>	Raggruppamento della <i>riflessione</i>
<ul style="list-style-type: none"> • Rappresentazioni e definizioni standard • Calcoli di routine • Procedure di routine • Analisi e soluzione di problemi di routine 	<ul style="list-style-type: none"> • Modellizzazione • Analisi e soluzione di problemi standard, traduzione e interpretazione • Uso di molteplici metodi ben definiti 	<ul style="list-style-type: none"> • Formulazione, analisi e soluzione di problemi complessi • Riflessione e intuizione • Approccio matematico creativo • Uso di molteplici metodi complessi • Generalizzazione

Riepilogo dei processi matematici nell'ambito della matematica dell'OCSE/PISA

La Figura 1.4 presenta un diagramma dei raggruppamenti di competenze e sintetizza le loro differenze.

Le descrizioni delle competenze nelle pagine precedenti potrebbero servire a classificare i quesiti di matematica e, dunque, ad assegnarli a uno o all'altro dei raggruppamenti di competenze. Un modo per fare ciò potrebbe consistere nell'analizzare quanto il quesito richiede, assegnando al quesito un punteggio per ciascuna delle otto competenze, a seconda di quale dei tre raggruppamenti fornisce la descrizione più calzante del problema. Nel caso in cui qualcuna delle competenze raggiungesse un punteggio tale da poter essere assegnata al raggruppamento della *riflessione*, il quesito deve essere compreso in tale raggruppamento. Se ciò non si verificasse, ma una o più competenze corrispondessero a qualcuno dei descrittori del raggruppamento delle *connessioni*, allora il quesito dovrebbe essere assegnato a quel raggruppamento. Altrimenti, il quesito dovrebbe essere assegnato al raggruppamento della *riproduzione*, giacché tutte le competenze ricadrebbero nelle descrizioni di tale raggruppamento.

LA VALUTAZIONE DELLA COMPETENZA MATEMATICA

Caratteristiche dei compiti

Nei paragrafi precedenti, è stato definito l'ambito della competenza matematica come essa è intesa nel progetto OCSE/PISA ed è stata descritta la struttura del quadro di riferimento della valutazione di tale competenza. Il paragrafo che segue esamina più approfonditamente le caratteristiche dei compiti di valutazione utilizzati. In particolare si descrivono la natura dei compiti e i formati di questi ultimi.

La natura dei compiti della matematica nel progetto PISA

Dal momento che l'OCSE/PISA è una valutazione internazionale delle compe-



tenze dei quindicenni, tutti i quesiti delle prove dovrebbero essere adatti agli studenti quindicenni dei Paesi dell'OCSE.

I quesiti sono normalmente costituiti da un testo o da un'informazione stimolo, da un'introduzione alla domanda, dalla domanda vera e propria e dalla soluzione richiesta. Inoltre, nel caso dei quesiti non a scelta multipla, viene messo a punto un dettagliato schema di correzione per consentire ai correttori dei diversi Paesi di assegnare un punteggio alle risposte degli studenti in modo affidabile e uniforme.

In un precedente paragrafo si è parlato delle situazioni che devono essere prese in considerazione per i quesiti di matematica. Per il progetto OCSE/PISA 2003, ciascun quesito è ambientato in uno dei quattro tipi di situazioni: personale, scolastica/professionale, pubblica e scientifica.

Inoltre, si sono preferiti i quesiti con contesti che si possono considerare come *autentici*. Questo significa che si ritengono migliori i compiti simili a quelli che si incontrano nel mondo reale, cioè caratterizzati da un contesto nel quale l'uso della matematica per risolvere il problema è autentico. Per la valutazione della competenza matematica si preferiscono problemi le cui soluzioni e interpretazioni sono legate a contesti extra-matematici.

I quesiti dovrebbero essere in relazione principalmente a una delle categorie di problemi sopra descritte (idee chiave). La selezione dei quesiti della prova matematica di PISA 2003 garantisce che le quattro idee chiave siano ben rappresentate. I quesiti, inoltre, dovrebbero mettere in gioco uno o più processi matematici e dovrebbero rientrare principalmente in uno dei raggruppamenti di competenze.

Nello sviluppo e nella selezione dei quesiti viene attentamente considerato il livello di capacità di lettura richiesto per affrontarli con successo. La loro formulazione è la più semplice e diretta possibile. Si è anche cercato di evitare quesiti con contesti che potrebbero creare svantaggi culturali.

I quesiti selezionati rappresentano un'ampia gamma di difficoltà, che corrisponde alla gamma altrettanto ampia di abilità degli studenti coinvolti nella valutazione, e le principali classificazioni del quadro di riferimento. Gli indici di difficoltà dei quesiti sono stabiliti nello studio pilota che precede la selezione dei quesiti per lo studio principale dell'OCSE/PISA.

Tipi di quesito

Quando si mettono a punto strumenti di valutazione occorre considerare attentamente l'impatto del formato dei compiti sulle prestazioni degli studenti e quindi sulla definizione del costrutto valutato. Questo problema è particolarmente rilevante in un progetto come l'OCSE/PISA nel quale la dimensione dell'indagine, su grandi campioni e internazionale, pone seri vincoli rispetto al tipo di formati utilizzabili per i quesiti.

Nell'indagine OCSE/PISA, la valutazione della competenza matematica avviene per mezzo di una batteria di prove con quesiti a risposta aperta articolata, a risposta aperta univoca e a scelta multipla. Le prove contengono un numero pressappoco uguale di ciascun tipo di quesiti.

Sulla base dell'esperienza del primo ciclo di PISA (2000), i quesiti a scelta multipla sono generalmente considerati più adatti per valutare i raggruppamenti di competenze della *riproduzione* e delle *connessioni*. L'esempio 15 mostra un quesito che riguarda il raggruppamento di competenze delle *connessioni* e che ha un numero limitato di alternative. Per risolvere questo problema gli studenti devono tradurlo in termini matematici, mettere a punto un modello per rappresentare la scansione periodica descritta nel contesto e ripetere la sequenza estendendo il modello in modo da far combaciare il risultato con una delle opzioni proposte.

Matematica: esempio 15 - LA FOCA

Una foca deve respirare anche mentre dorme. Martino ha osservato una foca per un'ora. All'inizio della sua osservazione, la foca si è immersa nel fondo del mare e ha cominciato a dormire. Durante gli 8 minuti successivi è ritornata lentamente a galla e ha preso fiato.

Dopo tre minuti era nuovamente sul fondo del mare e l'intero processo si è ripetuto in modo molto regolare.

Dopo un'ora, la foca stava:

- A. sul fondo del mare.
- B. risalendo a galla.
- C. prendendo fiato.
- D. scendendo sul fondo.

Nel caso di altre competenze e processi più complessi, si preferisce spesso far uso di altri tipi di quesiti. I quesiti a risposta aperta univoca consentono di porre lo stesso tipo di domande dei quesiti a scelta multipla, ma gli studenti devono produrre una risposta che può essere facilmente classificata come corretta o errata. Per i quesiti che hanno questo formato, è più improbabile che lo studente tiri a indovinare e non è necessario fornire informazioni plausibili errate (che influenzano il costrutto che si sta valutando). Per esempio, nel problema presentato nell'esempio 16 c'è una risposta corretta e molte possibili risposte errate.

Matematica: esempio 16 - MARATONA DI ROTTERDAM

Tepla Loroupe ha vinto la maratona di Rotterdam nel 1998. "È stato facile", ha detto, "il percorso era quasi pianeggiante".

Qui è mostrato un grafico delle variazioni altimetriche del percorso della maratona di Rotterdam:



Quale era la differenza tra il punto più alto e quello più basso del percorso?

_____ m

I quesiti a risposta aperta articolata richiedono una risposta più lunga da parte degli studenti, e la produzione di una risposta implica spesso operazioni cognitive di livello superiore. Spesso tali quesiti richiedono agli studenti non solo di produrre una risposta, ma anche di esplicitare i passaggi eseguiti o di spiegare come sono giunti alla risposta. La caratteristica fondamentale dei quesiti a risposta aperta articolata è che essi permettono agli studenti di dimostrare le proprie capacità fornendo soluzioni a diversi livelli di complessità matematica. Il quesito presentato nell'esempio 17 è di questo tipo.

Matematica: esempio 17 - INDONESIA

L'Indonesia si trova tra la Malesia e l'Australia. Nella seguente tabella sono riportati alcuni dati sulla popolazione dell'Indonesia e la sua distribuzione nelle varie isole:

Regione	Estensione (km ²)	Percentuale rispetto all'area totale	Popolazione nel 1980 (in milioni)	Percentuale dell'intera popolazione
Java /Madura	132 187	6.95	91 281	61.87
Sumatra	473 606	24.86	27 981	18.99
Kalimantan (Borneo)	539 460	28.32	6 721	4.56
Sulawesi (Celebes)	189 216	9.93	10 377	7.04
Bali	5 561	0.30	2 470	1.68
Irian Java	421 981	22.16	1 145	5.02
	1 905 569	100.00	147 384	100.00

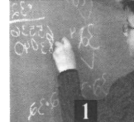
Una delle principali difficoltà dell'Indonesia è la distribuzione ineguale della popolazione nelle varie isole. Dalla tabella si può vedere che Java, che occupa meno del 7% dell'area totale, ha quasi il 62% della popolazione totale.

Richiesta: Disegna un grafico (o alcuni grafici) che mostri l'ineguale distribuzione della popolazione indonesiana.

Fonte: de Lange e Verhage (1992). Con il permesso dell'editore.

In PISA 2003, circa un terzo dei quesiti di matematica è costituito da quesiti a risposta aperta articolata. Tali quesiti richiedono un lavoro di codifica da parte di correttori, formati a tale fine, che utilizzano uno schema di correzione la cui applicazione può richiedere un giudizio basato su una competenza professionale. Dal momento che è possibile che si registrino disaccordi tra i correttori di tali quesiti, PISA analizza l'attendibilità delle correzioni per controllare il grado di disaccordo. Precedenti esperienze in questo campo mostrano che è possibile mettere a punto schemi di correzione chiari e ottenere punteggi affidabili.

In alcuni casi la prova è costituita da un'unità, nella quale diversi quesiti sono legati a una informazione-stimolo comune. I compiti caratterizzati da questo formato permettono agli studenti di confrontarsi con un contesto o un problema, ponendo una serie di domande di complessità crescente. Le prime domande sono generalmente a scelta multipla o a risposta aperta univoca, mentre quelle successive sono generalmente a risposta aperta articolata. Questo formato può essere usato per valutare ciascun raggruppamento di competenze.



Uno dei motivi per cui si fa ricorso a prove caratterizzate da uno stimolo comune è che esse permettono di riprodurre problemi realistici che riflettono la complessità della vita reale. Un'altra ragione è costituita dal fatto che essi consentono un uso efficiente del tempo della valutazione, perché riducono il tempo necessario allo studente per "entrare" nell'argomento. Si sottolinea la necessità di rendere ciascun punteggio assegnato indipendente dagli altri all'interno del compito e ciò viene preso in considerazione sia nella messa a punto dei compiti di PISA che nella codifica delle risposte e nell'assegnazione dei punteggi. Infine, viene riconosciuta l'importanza di minimizzare l'errore che può derivare dall'uso di un numero troppo ristretto di situazioni problematiche.

Struttura della valutazione

Le prove di matematica di PISA 2003 sono costituite da materiali il cui tempo totale di somministrazione è di 210 minuti. I quesiti selezionati sono divisi in sette pacchetti, ciascuno dei quali richiede un tempo di somministrazione di circa 30 minuti. Tali pacchetti sono riuniti in fascicoli secondo uno schema di rotazione delle prove.

Il tempo totale dello strumento di valutazione della matematica è distribuito nel modo più equilibrato possibile tra le quattro idee chiave (*quantità, spazio e forma, cambiamento e relazioni e incertezza*), e le quattro situazioni descritte nel quadro di riferimento (*personale, scolastica/professionale, pubblica e scientifica*). La proporzione dei quesiti che riflettono i tre raggruppamenti di competenze (*riproduzione, connessioni e riflessione*) è circa di 1:2:1. Circa un terzo dei quesiti è a scelta multipla, un terzo a risposta aperta univoca e un terzo a risposta aperta articolata.

Presentazione dei livelli di competenza matematica

Per presentare i risultati delle prove di PISA verrà messa a punto una scala di competenza a cinque livelli (Masters e Forster, 1996; Masters, Adams e Wilson, 1999). La scala sarà messa a punto con procedure statistiche usando l'approccio dell'Item Response Modelling per costruire una scala di misura con dati di tipo ordinale. La scala complessiva sarà usata per descrivere le prestazioni in relazione a cinque livelli di abilità e permetterà di classificare i Paesi in base a tali livelli, fornendo così un quadro di riferimento per il confronto internazionale.

Si considererà la possibilità di costruire diverse scale indipendenti per la presentazione dei risultati. Tali scale potrebbero essere basate sui tre raggruppamenti di competenze o sulle quattro idee chiave. La costruzione di tali scale verrà decisa sulla base di diverse considerazioni, tra cui vi sono l'analisi dei parametri psicometrici delle prove che sarà condotta nel corso dell'analisi dei dati di PISA. Per rendere possibile la costruzione di diverse scale, è necessario che le prove di PISA comprendano un numero sufficiente di quesiti per ciascuna delle possibili categorie di presentazione dei risultati. Inoltre, i quesiti all'interno di ciascuna categoria dovranno coprire una gamma di difficoltà sufficientemente ampia.

I raggruppamenti di competenza descritti precedentemente nel quadro di riferimento riflettono categorie concettuali di complessità crescente, ma non una gerarchia di prestazioni degli studenti basata sulla difficoltà dei quesiti.



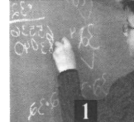
La complessità concettuale rappresenta solo una delle componenti della difficoltà dei quesiti che influisce sul livello delle prestazioni. Altre componenti sono la familiarità del problema, le opportunità recenti di apprendimento e di esercizio e così via. Quindi un quesito a scelta multipla che mette in gioco competenze del raggruppamento della *riproduzione* (per esempio la domanda “quale tra i seguenti è un parallelepipedo rettangolo?” seguita dalle figure di una palla, di una lattina, di una scatola e di una piazza) può risultare molto facile per studenti a cui è stato insegnato il significato di tali termini, ma molto difficile per altri a causa della mancanza di familiarità con la terminologia usata. Anche se è possibile immaginare quesiti relativamente difficili del raggruppamento della *riproduzione* e quesiti relativamente facili del raggruppamento della *riflessione*, e per quanto sia possibile quesiti di difficoltà variabile per ciascun raggruppamento, ci si aspetta una relazione grosso modo positiva tra i raggruppamenti di competenze e la difficoltà dei quesiti.

Tra i fattori sottesi ai crescenti livelli di difficoltà del quesito e di competenza matematica vi sono i seguenti:

- Il tipo e il grado di interpretazione e di ragionamento richiesti. Questo aspetto comprende la natura della richiesta di interpretazione che deriva dal contesto del problema; la misura in cui i procedimenti matematici richiesti per risolvere il problema sono forniti esplicitamente o devono essere ricostruiti dallo studente; e la misura in cui sono richiesti *insight*, ragionamenti complessi e generalizzazioni.
- Il tipo di capacità di rappresentazione che sono necessarie, spaziando da problemi dove è usato solo un metodo di rappresentazione a problemi nei quali gli studenti devono passare tra diversi metodi oppure trovare essi stessi quelli appropriati.
- Il tipo e il livello di capacità matematiche richieste. Per questo aspetto si spazia da problemi con un unico passaggio (*single-step problems*) che richiedono la riproduzione di elementi matematici di base e l'esecuzione di semplici processi di calcolo fino a problemi con molti passaggi (*multi-step problems*) che richiedono conoscenze matematiche più complesse e abilità complesse di decisione, di elaborazione cognitiva, di analisi e soluzione di problemi e di modellizzazione.
- Il tipo e il grado di argomentazione matematica che è richiesta, andando da problemi dove non è richiesto alcun tipo di argomentazione, a problemi in cui gli studenti possono dover applicare argomentazioni matematiche note, fino a problemi dove gli studenti devono creare loro stessi argomentazioni matematiche o comprendere quelle di altre persone o giudicare la correttezza di determinati argomenti o dimostrazioni.

Al livello più basso di competenza descritto, gli studenti portano a termine processi con un unico passaggio che implicano il riconoscimento di contesti familiari e problemi matematicamente ben formulati, utilizzando nozioni e processi matematici molto noti e applicando semplici abilità di calcolo.

A un successivo livello di competenza, gli studenti portano a termine compiti più complessi che richiedono un'elaborazione a più passaggi e si basano sul collegamento di più informazioni o sull'interpretazione di diverse rappresentazioni di concetti o informazioni matematiche, riconoscendo quali ele-



menti sono pertinenti e rilevanti e come si collegano uno all'altro. A questo livello essi lavorano con modelli o formulazioni date, spesso in forma algebrica, per individuare soluzioni, o portano a termine brevi sequenze di processi o passaggi di calcolo per arrivare a una soluzione.

Al livello di competenza più alto, gli studenti assumono un ruolo più creativo e attivo nel loro approccio ai problemi matematici. Interpretano informazioni più complesse e trattano più passaggi di elaborazione. A questo livello gli studenti formulano il problema e spesso sviluppano un modello adeguato che ne favorisce la soluzione. Essi individuano e applicano strumenti e conoscenze pertinenti spesso in un contesto problematico poco familiare, dimostrano intuizione nell'individuare una strategia di soluzione appropriata e mostrano processi cognitivi di ordine superiore quali la generalizzazione, il ragionamento e l'argomentazione nella spiegazione o comunicazione dei risultati.

Sussidi e strumenti

La posizione del progetto OCSE/ PISA riguardo all'uso della calcolatrice e di altri strumenti è che gli studenti dovrebbero poter usare gli strumenti che normalmente usano a scuola.

Lo scopo è quello di valutare il più fedelmente possibile quanto gli studenti sono in grado di fare e di fornire un quadro comparato il più possibile ricco di informazioni circa i risultati dei sistemi di istruzione. La decisione all'interno di un dato sistema di istruzione di consentire agli studenti di servirsi della calcolatrice non è molto diversa, in linea di principio, da altre decisioni di politica scolastica prese dai diversi sistemi di istruzione e non è controllata dall'OCSE/PISA.

Gli studenti abituati ad avere la calcolatrice a disposizione quando affrontano compiti matematici sarebbero svantaggiati se privati all'improvviso di tale risorsa.

RIEPILOGO

L'obiettivo dell'indagine OCSE/PISA è di sviluppare indicatori che mostrino l'efficacia dei diversi Paesi nel preparare i propri quindicenni a diventare cittadini attivi, riflessivi e intelligenti dal punto di vista dell'uso della matematica. Per raggiungere ciò, l'OCSE/PISA ha messo a punto una serie di prove che mirano a determinare in che misura gli studenti siano in grado di utilizzare quanto hanno appreso.

Il presente quadro di riferimento fornisce una definizione di competenza matematica e definisce il piano della valutazione del 2003 che consente ai Paesi dell'OCSE di avere un quadro di alcuni importanti risultati dei loro sistemi di istruzione. La definizione di competenza matematica adottata nel presente quadro di riferimento è coerente con le definizioni di competenza negli ambiti della lettura e delle scienze e con l'orientamento di PISA ad accertare la capacità degli studenti di divenire membri attivi e impegnati nella società in cui vivono.

Le componenti principali del quadro di riferimento della matematica, coe-



rentemente con i quadri di riferimento degli altri ambiti, comprendono i contesti in cui la matematica viene utilizzata, i contenuti e i processi matematici, ciascuno dei quali scaturisce direttamente dalla definizione di competenza. L'analisi del contesto e del contenuto evidenzia gli aspetti dei problemi che gli studenti affrontano in quanto cittadini, mentre l'analisi dei processi evidenzia le competenze che gli studenti mettono in gioco per risolvere tali problemi. Queste competenze sono state raggruppate nei tre cosiddetti "raggruppamenti di competenze" per razionalizzare il modo in cui un insieme complesso di processi cognitivi viene affrontato in un programma di valutazione strutturato.

L'accento posto dalle prove di matematica sull'uso della propria conoscenza e comprensione matematica per risolvere i problemi che sorgono nell'esperienza quotidiana di ciascuno, costituisce un ideale che viene raggiunto in gradi diversi da diversi sistemi scolastici nel mondo. Le prove di PISA cercano di utilizzare una molteplicità di problemi matematici, che variano per il grado di strutturazione e di esplicitazione dei percorsi, ma che sono orientati verso contesti autentici sui quali gli studenti devono riflettere in modo autonomo.

ALTRI ESEMPI

Nelle prossime pagine, vengono presentate alcune prove di matematica al fine di illustrare determinati aspetti del quadro di riferimento della matematica. I quesiti sono accompagnati da un commento che ne mette in evidenza alcuni aspetti in relazione al quadro di riferimento.

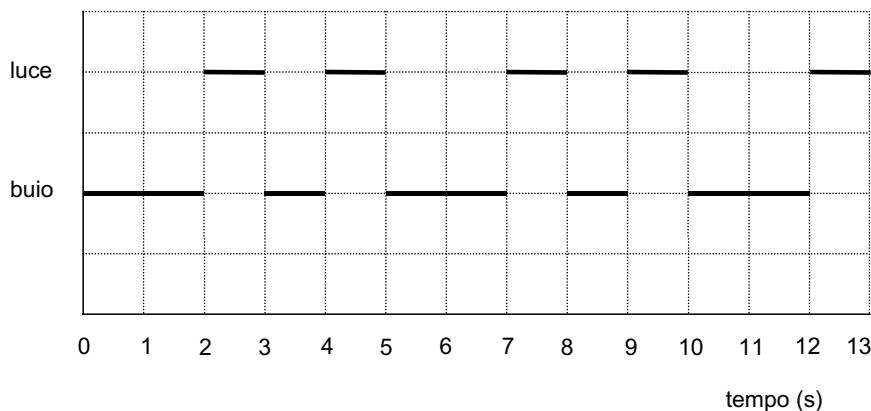
Si tratta del terzo gruppo di esempi di prove di matematica pubblicato dall'OCSE. Sette prove (per un totale di 14 quesiti) sono state già pubblicate in *Measuring Student Knowledge and Skills* (OECD, 2000); altre cinque prove (per un totale di 11 quesiti) sono state pubblicate in *Sample Tasks from the PISA 2000 Assessment* (OECD, 2002a).

Di seguito si presentano tredici prove, che comprendono 27 quesiti. Ciascuno di tali quesiti è stato usato nello studio pilota condotto nel 2002, nel quadro del processo di messa a punto delle prove per lo studio principale di PISA 2003. Per vari motivi, legati principalmente all'esigenza di assicurare un equilibrio fra molteplici aspetti nella costruzione degli strumenti definitivi, i seguenti quesiti sono stati esclusi dal novero di quelli selezionati per lo studio principale. Alcuni di essi sono caratterizzati da proprietà psicometriche tali per cui essi non sono risultati del tutto adatti per uno strumento di valutazione internazionale, mentre sono utili a scopo illustrativo e, forse, anche a scopo didattico.

MATEMATICA: PROVA I
FARO

I fari sono torri che hanno, in cima, un dispositivo per emettere luce. I fari aiutano le navi a trovare la rotta di notte, quando navigano in prossimità della costa.

Il faro emette segnali luminosi con una sequenza regolare fissa. Ciascun faro ha una propria sequenza. Il diagramma qui sotto rappresenta la sequenza dei segnali di un determinato faro. I segnali luminosi si alternano a momenti di buio.



Si tratta di una sequenza regolare che si ripete dopo qualche tempo. Il tempo necessario per completare una sequenza, prima che cominci a ripetersi, si chiama *periodo*. Se trovi il periodo di una sequenza, è facile continuare il diagramma per i successivi secondi, minuti o persino ore.

Matematica: esempio 1.1

Quale, fra i seguenti periodi, può corrispondere alla sequenza di questo faro?

- A. 2 secondi.
- B. 3 secondi.
- C. 5 secondi.
- D. 12 secondi.

Punteggio e commenti per l'esempio 1.1

Punteggio pieno

Codice 1: risposta C: 5 secondi.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: cambiamento e relazioni

Situazione: pubblica



Il modo insolito in cui questo problema è presentato agli studenti, lo pone al di sopra del raggruppamento di competenze della *riproduzione*. La rappresentazione grafica è nuova per la maggior parte degli studenti, se non addirittura per tutti, e ciò comporta capacità di interpretazione e di ragionamento, fin dall'inizio del problema. Con tutta probabilità, molti studenti simuleranno nella loro mente la situazione: buio, buio, luce, buio, luce, buio, buio, luce e così via. Tutti, in qualche misura, dovranno trovare il "ritmo", attraverso una rappresentazione grafica oppure attraverso altri tipi di rappresentazione, come quella verbale appena enunciata. Il problema rientra nel raggruppamento delle *connessioni* proprio in quanto richiede che diversi tipi di rappresentazioni vengano messi in relazione.

Il concetto di periodicità che è alla base della prova non è importante solo nell'ambito disciplinare della matematica, ma anche nella vita quotidiana. I risultati dello studio pilota indicano come, nonostante la presentazione inusuale, la prova non risulti particolarmente difficile per la maggior parte degli studenti.

Qualcuno potrebbe obiettare che gli studenti che vivono vicino al mare o all'oceano potrebbero essere favoriti dal contesto. Occorre sottolineare, però, che la competenza matematica comprende la capacità di servirsi della matematica in contesti diversi da quello locale. Per quanto gli studenti che vivono in località marittime possano essere in qualche misura avvantaggiati, l'analisi del funzionamento dell'item in rapporto ai diversi Paesi, non fornisce indicazioni in tale senso: i Paesi continentali hanno ottenuto in questa prova risultati simili a quelli dei Paesi costieri.

Matematica: esempio 1.2

Per quanti secondi il faro emette luce nel corso di 1 minuto?

- A. 4
- B. 12
- C. 20
- D. 24

Punteggio e commenti per l'esempio 1.2

Punteggio pieno

Codice 1: risposta D: 24.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: cambiamento e relazioni

Situazione: pubblica

.....

Questo esempio è un po' più difficile di quello precedente e anche il problema è di natura differente. Agli studenti è richiesto di tradurre e di estendere il modello visivo che viene fornito in un modello numerico che consenta loro di analizzare l'andamento periodico nel corso di un minuto. Non è indispensabile che gli studenti abbiano risposto correttamente al quesito precedente, anche se una delle strategie possibili per rispondere è quella di servirsi di quel risultato: poiché il periodo è uguale a 5 secondi, in un minuto ci

sono 12 periodi e, poiché in ciascun periodo ci sono due segnali luminosi, la risposta deve essere 24.

Un'altra strategia che gli studenti possono usare a questo livello è quella di rintracciare nel grafico i primi 10 o 12 secondi, giacché 60 è divisibile sia per 10 che per 12: se essi considerano 10 secondi, troveranno 4 segnali luminosi da moltiplicare per 6 e, dunque, giungeranno di nuovo a 24. Tuttavia, non abbiamo realmente “dimostrato” che essi abbiano compreso del tutto il problema. Lo stesso infatti vale per i 12 secondi: però se gli studenti moltiplicano i 4 segnali luminosi per 5 otterranno 20, che è una risposta sbagliata: la differenza sta nel fatto che scegliendo 10, gli studenti ottengono esattamente due periodi, mentre scegliendo 12 non ottengono un multiplo del periodo. Il presente problema – autentico e non troppo difficile – rientra nel raggruppamento delle *connessioni* anche perché richiede più passaggi.

Matematica: esempio 1.3

Nella seguente griglia, disegna il grafico di una possibile sequenza di un faro che emetta luce per un totale di 30 secondi ogni minuto. Il periodo della sequenza deve essere di 6 secondi.

Punteggio e commenti per l'esempio 1.3

Punteggio pieno

Codice 2: risposte nelle quali il grafico mostra una sequenza di luce e buio con segnali luminosi di 3 secondi, ogni 6 secondi, e con un *periodo* di 6 secondi. È possibile realizzarla nei seguenti modi:

- 1 segnale luminoso da un secondo e 1 da due secondi (che può essere rappresentato in molti modi), oppure
- 1 segnale luminoso da tre secondi (che può essere rappresentato in quattro modi).
- Se vengono rappresentati 2 periodi, la sequenza deve essere identica in entrambi.

Punteggio parziale

Codice 1: risposte nelle quali il grafico mostri una sequenza luce/buio in cui, ogni 6 secondi, ci siano 3 secondi di segnale luminoso per un *periodo* diverso dai 6 secondi. Se vengono rappresentati 2 periodi, la sequenza deve essere identica in entrambi.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Raggruppamento di competenze: riflessione

Idea chiave: cambiamento e relazioni

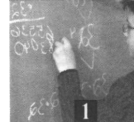
Situazione: pubblica

.....

La formulazione stessa del problema indica quanto esso sia “aperto”: “disegna il grafico di una possibile sequenza di un faro”. Per quanto il quesito appaia strettamente legato ai due che lo precedono, la percentuale di risposte corrette è stata molto più bassa, il che lo rende un quesito “piuttosto difficile”.



È interessante notare come agli studenti venga richiesto proprio di “costruire” o “disegnare” qualcosa, il che sembra essere un aspetto importante della competenza matematica: servirsi di capacità matematiche non soltanto in modo passivo o meccanico, ma per costruire una risposta. La risposta al problema non è banale, poiché occorre soddisfare due condizioni: tempi di luce e di buio equivalenti (“30 secondi al minuto”) e un periodo di 6 secondi. Tale combinazione rende necessaria, da parte degli studenti, una reale comprensione del concetto di periodicità – un’altra indicazione, questa, che ci troviamo di fronte a un problema che rientra nel raggruppamento *riflessione*.

**MATEMATICA: PROVA 2**
TARIFFE POSTALI

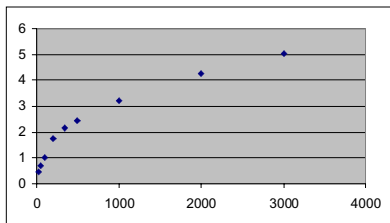
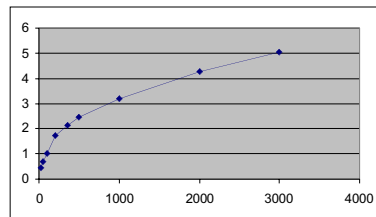
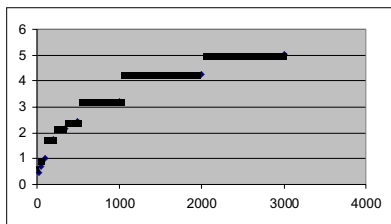
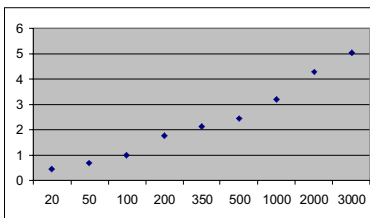
In Zedlandia le tariffe postali si basano sul peso di ciò che viene spedito (arrotondato al grammo) come mostrato nella seguente tabella:

Peso (arrotondato al grammo)	Tariffa
Fino a 20 g	0,46 zed
21 g - 50 g	0,69 zed
51 g - 100 g	1,02 zed
101 g - 200 g	1,75 zed
201 g - 350 g	2,13 zed
351 g - 500 g	2,44 zed
501 g - 1.000 g	3,20 zed
1.001 g - 2.000 g	4,27 zed
2.001 g - 3.000 g	5,03 zed

Matematica: esempio 2.1

Quale dei seguenti grafici è la migliore rappresentazione delle tariffe postali in Zedlandia?

(Sull'asse orizzontale è rappresentato il peso in grammi e sull'asse verticale la tariffa in zed).

A**B****C****D****Punteggio e commenti per l'esempio 2.1**

Punteggio pieno

Codice 1: risposta C.

Nessun punteggio

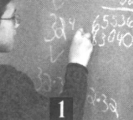
Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: incertezza

Situazione: pubblica



La situazione è ovviamente pubblica e il problema è di quelli che si incontrano di frequente, anche se non necessariamente in questa forma. Nella realtà, i cittadini si limitano a porgere il pacco all'impiegato e a chiedere quanto costa la spedizione. Tuttavia si presume che cittadini consapevoli siano grado di riflettere un po' sul sistema delle tariffe postali o di servizi analoghi. Molti sapranno che l'aumento nelle tariffe postali è inizialmente piuttosto consistente e che esso decresce con l'aumentare del peso. Tale andamento è piuttosto comune.

Comprendere che tale andamento possa essere visualizzato è, tuttavia, una cosa piuttosto diversa. Il grafico è un grafico "a gradini", che raramente, se non addirittura mai, gli studenti incontrano durante il percorso scolastico. Ciò spiega probabilmente perché tale problema sia risultato tanto difficile. Gli studenti, infatti, sono abituati a unire i punti nei grafici e, talvolta, si domandano se unirli con segmenti o con una bella curva (come nell'alternativa B). L'alternativa B, in effetti, sembra una risposta valida, perché al contrario della A fornisce una tariffa per ciascun peso. Il problema, ovviamente, consiste nel fatto che non tutti i prezzi "esistono" e che le fasce di prezzo sono in numero limitato: 0,46 – 0,69 – 1,02 ecc. Il grafico B è perciò errato, mentre il grafico C illustra la tabella meglio degli altri.

Un ulteriore fattore di difficoltà, nell'accostare la tabella alla rappresentazione grafica, è dato dal fatto che nelle alternative A, B e C, a causa della scala utilizzata, è difficile leggere la parte del grafico che riguarda i pesi inferiori a 500 grammi. Se gli studenti si soffermano sui pesi inferiori, potrebbero essere tentati di scegliere l'alternativa D, che fornisce una rappresentazione molto leggibile dei valori contenuti nella tabella, senza rendersi conto che la scala non è lineare (in senso orizzontale). Nel caso in cui, però, gli studenti capiscano che i punti isolati del grafico D non possono rappresentare l'andamento riportato in tabella, non lo prenderanno neanche in considerazione.

Quanto appena detto dovrebbe rendere chiaro come questo quesito, a causa dell'insolita rappresentazione e delle abilità che richiede per essere risolto, rientri nel raggruppamento delle *connessioni*.

Matematica: esempio 2.2

Giacomo vuole spedire a un amico due lettere, che pesano rispettivamente 40 grammi e 80 grammi.

In base alle tariffe postali zelandesi, decidi se è più economico spedire le due lettere in un'unica busta o spedire le lettere in due buste separate. Mostra i calcoli del costo in ciascun caso.

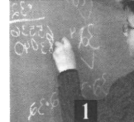
Punteggio e commenti per l'esempio 2.2

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che riportino che è più economico spedire le due lettere in due buste separate. Il costo sarà di 1,71 zed per due buste separate e di 1,75 per una busta contenente entrambe le lettere.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.



Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: quantità

Situazione: pubblica

.....

Questo esempio è più pratico di quello precedente e, dallo studio pilota, è risultato essere piuttosto semplice per gli studenti.

Esso rientra nel raggruppamento delle *connessioni* dal momento che non è un problema familiare agli studenti e che richiede competenze leggermente superiori a quelle della *riproduzione*. Giacomo vuole spedire a un amico due lettere, che pesano rispettivamente 40 grammi e 80 grammi. Sebbene leggermente diversa dalle attese, la risposta si può trovare facilmente nelle tabelle: 40g costano 0,69 zed, 80 g costano 1,02 zed, dunque due buste spedite separatamente verranno a costare 1,71 zed mentre spedire una busta del peso di 120 g costerà 1,75 zed. Il quesito non è complesso dal punto di vista matematico, ma è un buon esempio per quanto concerne la competenza matematica, poiché riguarda un tipo di problema che si incontra spesso nella vita.

MATEMATICA: PROVA 3
BATTITO CARDIACO

Per motivi di salute, le persone dovrebbero limitare i loro sforzi, ad esempio durante le attività sportive, per non superare una determinata frequenza del battito cardiaco. Per anni, la relazione tra la frequenza cardiaca massima consigliata e l'età della persona è stata descritta dalla seguente formula:

Frequenza cardiaca massima consigliata = $220 - \text{età}$

Recenti ricerche hanno mostrato che questa formula dovrebbe essere leggermente modificata. La nuova formula è la seguente:

Frequenza cardiaca massima consigliata = $208 - (0,7 \times \text{età})$

Matematica: esempio 3.1

Un articolo di giornale afferma: "Una conseguenza dell'uso della nuova formula al posto della vecchia è che il numero massimo consigliato di battiti cardiaci al minuto diminuisce leggermente per i giovani e aumenta leggermente per gli anziani".

A partire da quale età la frequenza cardiaca massima consigliata diventa maggiore come risultato dell'introduzione della nuova formula? Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.

Punteggio e commenti per l'esempio 3.1

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che specifichino 40 o 41.

$220 - \text{età} = 208 - 0,7 \times \text{età}$ ha come soluzione $\text{età} = 40$ e dunque le persone con più di 40 anni avranno una frequenza cardiaca massima consigliata più alta con la nuova formula.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Raggruppamento di competenze: connessioni

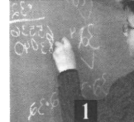
Idea chiave: cambiamento e relazioni

Situazione: pubblica/personale

.....

La classificazione della situazione dipende, ovviamente, dal maggiore o minore interesse che il corpo e la salute rivestono per le diverse persone. Si può sostenere che il quesito sia in una certa misura scientifico (data la presenza di formule), ma molti sportivi (che fanno corsa, ciclismo, canottaggio, marcia ecc.) sono soliti misurare il proprio battito cardiaco durante l'attività fisica. Strumenti sempre più a buon mercato che si avvalgono di micro-tecnologie rendono il controllo di questo particolare aspetto del benessere alla portata di tutti; ecco perché la situazione è stata classificata come "pubblica/personale".

Poiché abbiamo a che fare più con la creazione di un modello che non con la banale risoluzione di un problema, il quesito è classificato nel raggruppamento delle *connessioni* e l'idea chiave è *cambiamento e relazioni*.



Mettere a confronto due formule che riguardano il benessere individuale, siano pure semplici regole basate sull'esperienza, può essere un'attività interessante, specialmente perché esse sono in parte presentate come formule "a parole", risultando solitamente più accessibili agli studenti. Anche senza che sia espressamente richiesto, una possibile reazione iniziale degli studenti è di vedere quale siano i diversi parametri raccomandati rispetto alla loro fascia di età. Poiché gli studenti di PISA hanno 15 anni, il risultato, secondo la vecchia formula sarebbe 205 battiti al minuto (tenendo conto che non viene fornita l'informazione che si tratta di battiti *al minuto*) mentre, con la nuova formula, è 198 (o 197). In questo modo gli studenti possono già trovare un'indicazione del fatto che l'affermazione dell'articolo sembra essere corretta.

L'esempio proposto è un po' più difficile: chiede agli studenti di indicare quando (a che età) le due formule diano il medesimo risultato. Alla risposta si può giungere per tentativi ed errori (strategia adottata abitualmente da molti studenti), anche se è più probabile che il problema venga impostato in modo algebrico: $220 - e = 208 - (0,7 \times e)$, che porta a una risposta pari a 40.

Tale problema è piuttosto interessante e pertinente sia dal punto di vista della *mathematical literacy*, sia da quello della matematica più scolastica. Dai dati dello studio pilota il quesito è risultato essere piuttosto difficile per gli studenti quindicenni.

Matematica: esempio 3.2

La formula *frequenza cardiaca massima consigliata* = $208 - (0,7 \times \text{età})$ viene usata anche per determinare quando l'esercizio fisico ha efficacia massima. Alcune ricerche hanno mostrato che l'esercizio fisico ha la massima efficacia quando i battiti sono all'80% della frequenza cardiaca massima consigliata.

Scrivi una formula che fornisca la frequenza cardiaca, in funzione dell'età, affinché l'esercizio fisico abbia la massima efficacia.

Punteggio e commenti per l'esempio 3.2

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che riportino qualsiasi formula equivalente alla moltiplicazione della formula della frequenza cardiaca massima consigliata per 80 per cento.

- frequenza cardiaca = $166 - 0,56 \times \text{età}$
- frequenza cardiaca = $166 - 0,6 \times \text{età}$
- $f = 166 - 0,56 \times \text{età}$
- $f = 166 - 0,6 \times \text{età}$
- frequenza cardiaca = $(208 - 0,7 \times \text{età}) \times 0,8$.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Raggruppamento di competenze: connessioni

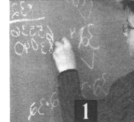
Idea chiave: cambiamento e relazioni

Situazione: pubblica/personale

.....



Questo esempio *sembra* misurare esattamente le stesse competenze dell'esempio 3.1. Il tasso di risposte corrette – durante lo studio pilota – è stato praticamente identico, ma esiste una differenza sostanziale: mentre nell'esempio 3.1 viene chiesto agli studenti di confrontare due formule e di decidere in che caso esse diano lo stesso risultato, nell'esempio 3.2 viene chiesto loro di “costruire” una formula, cosa che a scuola, in molti Paesi, viene chiesta loro di rado. Da un punto di vista strettamente matematico la domanda non è difficile: è sufficiente moltiplicare la formula per 0,8 – per esempio, *frequenza cardiaca* = $(208 - 0,7 \times \text{età}) \times 0,8$. Tuttavia, anche maneggiare un'espressione algebrica così semplice, collocata in un contesto pratico e realistico, per molti studenti quindicenni rappresenta una sfida non indifferente.



MATEMATICA: PROVA 4
PREZZI PER SUPERFICIE

Gli inquilini di un palazzo decidono di acquistare l'edificio. Raccoglieranno i soldi in modo che ciascuno pagherà un prezzo proporzionale alla grandezza del proprio appartamento.
 Per esempio, una persona che abita in un appartamento che occupa un quinto della superficie di tutti gli appartamenti pagherà un quinto del prezzo totale dell'edificio.

Matematica: esempio 4.1

Fai un cerchio intorno a "Corretta" o "Errata" per ciascuna delle seguenti affermazioni.

Affermazione	Corretta / Errata
Una persona che abita nell'appartamento più grande pagherà di più per ogni metro quadro del suo appartamento rispetto alla persona che vive nell'appartamento più piccolo.	Corretta / Errata
Se conosciamo le superfici di due appartamenti e il prezzo di uno di essi possiamo calcolare il prezzo del secondo.	Corretta / Errata
Se conosciamo il prezzo dell'edificio e quanto pagherà ciascun proprietario, è possibile calcolare la superficie totale di tutti gli appartamenti.	Corretta / Errata
Se il prezzo totale dell'edificio venisse ridotto del 10% ogni proprietario pagherebbe il 10% in meno.	Corretta / Errata

Punteggio e commenti per l'esempio 4.1

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che riportino: Errata, Corretta, Errata, Corretta in quest'ordine.

Nessun punteggio

Codice 0: qualunque altra combinazione.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla complessa

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: cambiamento e relazioni

Situazione: pubblica

.....

Il quesito richiede un livello piuttosto elevato di competenza per quanto riguarda il ragionamento proporzionale in relazione a una situazione pratica della società, probabilmente poco familiare per dei quindicenni. Il tipo di



quesito, a scelta multipla complessa, richiede che gli studenti dimostrino una comprensione piuttosto approfondita dei concetti considerati. Gli studenti, inoltre, devono leggere e comprendere una serie di proposizioni matematiche complesse. Dallo studio pilota si è visto che il quesito è alquanto difficile.

Matematica: esempio 4.2

L'edificio è costituito da tre appartamenti. Il più grande, l'appartamento 1 ha una superficie totale di 95 m^2 . Gli appartamenti 2 e 3 hanno, rispettivamente, superfici di 85 m^2 e 70 m^2 . Il prezzo di vendita dell'edificio è di 300.000 zed.

Quanto deve pagare il proprietario dell'appartamento 2? Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.

Punteggio e commenti per l'esempio 4.2

Punteggio pieno

Codice 2: risposte che riportino 102.000 zed, con o senza calcolo mostrato.

L'unità di misura non è richiesta.

- Appartamento 2 = 102.000 zed
- App. 2: $85 \div 250 \times 300.000 = 102.000 \text{ zed}$
- $300.000 \div 250 = 1.200 \text{ zed}$ per ciascun metro quadrato, perciò l'appartamento 2 è 102.000 zed.

Punteggio parziale

Codice 1: risposte in cui lo studente ha applicato il metodo corretto, ma con piccoli errori di calcolo.

- App. 2: $85 \div 250 \times 300.000 = 10.200 \text{ zed}$.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: quantità

Situazione: pubblica

.....

Il quesito riportato nell'esempio 4.2 è più concreto, avendo a che fare con appartamenti "reali", con superfici "reali". Lo studio pilota conferma che questo quesito risulta considerevolmente più semplice rispetto al primo, più astratto.

La classificazione di questo quesito nel raggruppamento delle *connessioni* è appropriata poiché richiede una risoluzione in più passaggi, all'interno di un contesto poco familiare.

MATEMATICA: PROVA 5
STATURA DEGLI STUDENTI

Matematica: esempio 5.1

Un giorno, durante una lezione di matematica, è stata misurata la statura di tutti gli studenti. L'altezza media dei ragazzi era 160 cm e l'altezza media delle ragazze era 150 cm. Alessia era la più alta: la sua altezza era 180 cm. Dario era il più basso: la sua altezza era 130 cm.

Quel giorno due studenti erano assenti, ma erano in classe il giorno seguente. È stata misurata la loro statura e sono state nuovamente calcolate le medie. Sorprendentemente, l'altezza media delle ragazze e l'altezza media dei ragazzi non sono cambiate.

Quali delle seguenti conclusioni si possono trarre da queste informazioni?

Fai un cerchio intorno a "Sì" o a "No" per ciascuna conclusione.

<i>Conclusione</i>	<i>Si può trarre questa conclusione?</i>
Entrambi gli studenti sono ragazze.	Sì / No
Uno degli studenti è un ragazzo e l'altro è una ragazza.	Sì / No
Entrambi gli studenti hanno la stessa altezza.	Sì / No
L'altezza media della totalità degli studenti non è cambiata.	Sì / No
Dario è ancora il più basso.	Sì / No

Punteggio e commenti per l'esempio 5.1

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che riportino "No" per tutte le conclusioni.

Nessun punteggio

Codice 0: qualunque altra combinazione.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla complessa

Raggruppamento di competenze: riflessione

Idea chiave: incertezza

Situazione: educativa

Nel caso di questo quesito, la classificazione è piuttosto ovvia: *incertezza*, come idea chiave, in quanto si richiede la comprensione di concetti statistici; situazione *educativa*, in quanto ci troviamo di fronte a un tipo di problema che si incontra solo in ambito scolastico e *riflessione*, come raggruppamento di competenze, giacché gli aspetti comunicativi hanno un peso preponderante – gli studenti, infatti, devono davvero comprendere nei dettagli il linguaggio adoperato e afferrare i concetti sottesi, che pure sono piuttosto sofisticati. Il problema richiede, infatti, la capacità di porre domande ("Come faccio a sapere...?", "Come faccio a trovare...?", "Che cosa può succedere?", "Che cosa succede se...?") e la capacità di comprendere concetti matematici (media) e di servirsene in contesti di per sé complessi.

La matematizzazione, ovvero l'identificazione di contenuti e di informazioni



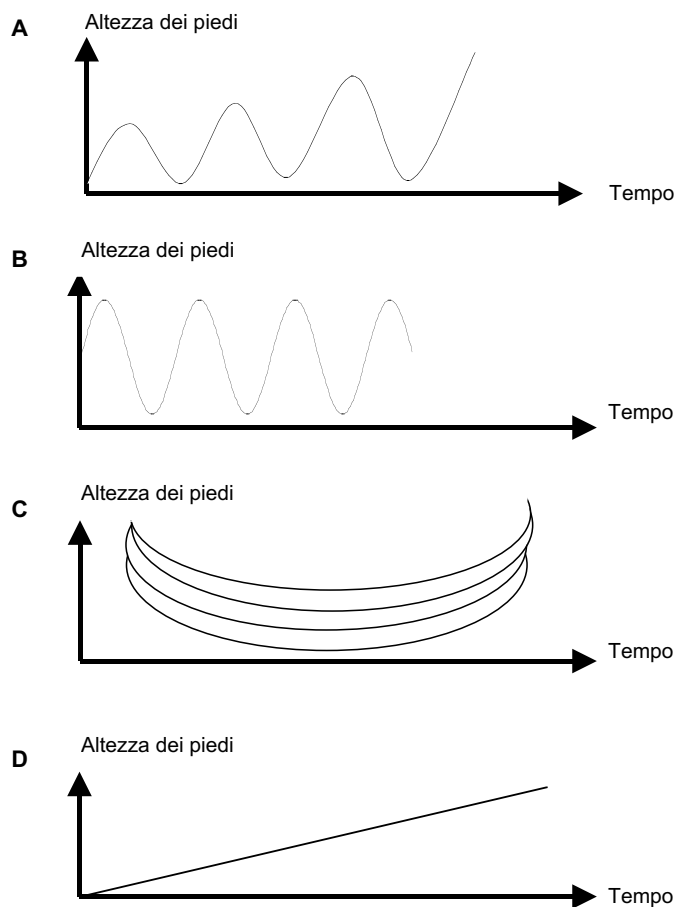
matematiche pertinenti, in questo caso è un aspetto importante. Una lettura superficiale porterebbe a un'interpretazione errata. La situazione è effettivamente complessa: varia all'interno della classe e nel tempo. Si fa riferimento all'entità "classe" quando si parla della media dei *maschi* e delle *femmine* separatamente, ma successivamente si afferma che Alessia è la più alta (delle ragazze o degli studenti) e che Dario è il più basso (dei ragazzi o degli studenti). Gli studenti devono leggere con molta attenzione per capire che Dario è un ragazzo – il che è essenziale – e che Alessia è una ragazza. La variazione nel tempo è data dal fatto che inizialmente due studenti sono assenti, ma, quando il giorno seguente viene misurata la loro statura, le medie rimangono inalterate. La classe, dunque, diventa più numerosa ma non si sa se i due studenti aggiunti in un secondo tempo siano maschi, femmine, o un maschio e una femmina.

Per poter completare correttamente tutte e cinque le parti del quesito, gli studenti devono esplorare in modo alquanto sofisticato le relazioni esistenti fra i dati e la lettura statistica dei dati medesimi. Lo studio pilota ha dimostrato che, per un quindicenne, il quesito è estremamente impegnativo.

MATEMATICA: PROVA 6
ALTALENA

Matematica: esempio 6.1

Maurizio è seduto su un'altalena. Comincia a dondolarsi e cerca di andare il più in alto possibile.
Quale grafico rappresenta meglio l'altezza dei suoi piedi rispetto al suolo mentre si dondola?



Punteggio e commenti per l'esempio 6.1

Punteggio pieno
Codice 1: risposta A.

Nessun punteggio
Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla
Raggruppamento di competenze: connessioni
Idea chiave: cambiamento e relazioni
Situazione: personale



Questo tipo di quesito – “Qual è la rappresentazione grafica più adatta a questo testo?” – è piuttosto usato in alcuni Paesi. Negli anni '70, l'esperto canadese di insegnamento della matematica Janvier lanciò questa tipologia di problema: egli chiedeva agli studenti di identificare il circuito di una gara che corrispondeva a un determinato grafico sulla velocità, ovvero lo stesso tipo di domanda, ma rovesciata. Un quesito simile è stato usato in PISA 2000 e si trova nel volume *Sample Tasks from the PISA 2000 Assessment* (OCSE, 2002a).

Nel caso dell'altalena, la domanda appare più semplice di quella proposta in PISA 2000 perché alcune alternative si possono scartare quasi immediatamente, cosa non possibile con il problema del circuito.

La risposta A appare la più promettente, la B non comincia con i piedi in basso e non si alza con il susseguirsi delle spinte, la C non è altro che una visualizzazione dell'oscillazione e la D non oscilla affatto. La risposta A è dunque la più probabile ed è quella scelta dalla maggioranza degli studenti.

Il quesito può essere classificato nel raggruppamento delle *connessioni*, dal momento che gli studenti devono interpretare e mettere in relazione fra loro almeno due tipi di rappresentazione, testuale e grafica, e poi collegare al testo il grafico migliore. La familiarità del contesto può aggiungere una componente pratica che aiuta a valutare le alternative di risposta. Gli studenti sono chiamati a comprendere un grafico inserito in un contesto che è loro familiare, sebbene le rappresentazioni grafiche non siano altrettanto familiari.

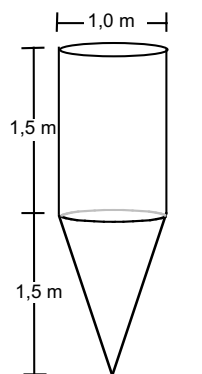
MATEMATICA: PROVA 7
SERBATOIO PER L'ACQUA

Matematica: esempio 7.1

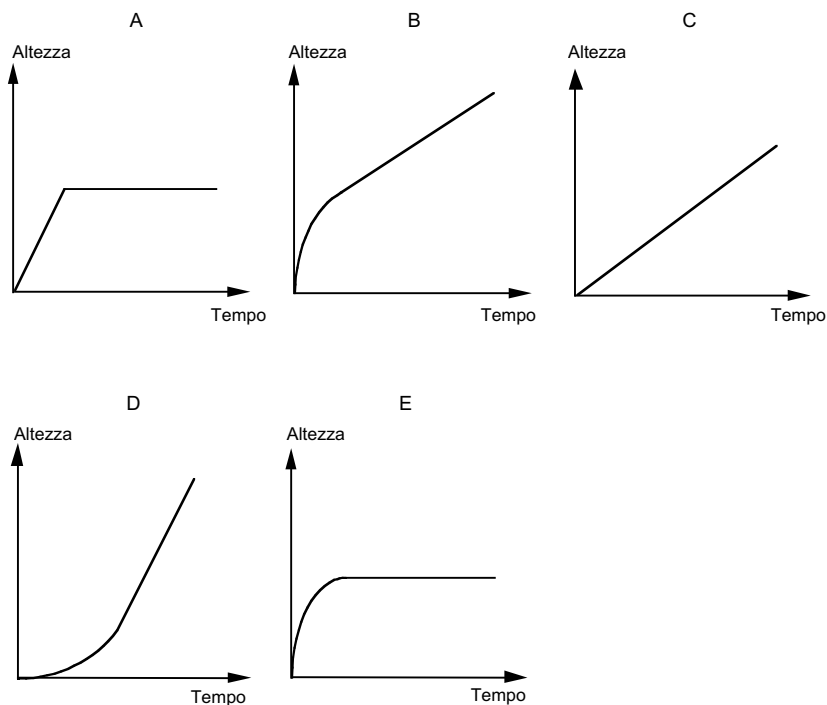
Un serbatoio per l'acqua ha la forma e le dimensioni indicate nella figura.

All'inizio il serbatoio è vuoto, poi viene riempito di acqua alla velocità di un litro al secondo.

Quale dei seguenti grafici mostra come cambia l'altezza del livello dell'acqua con il passare del tempo?



Serbatoio per l'acqua



Punteggio e commenti per l'esempio 7.1

Punteggio pieno
Codice 1: risposta B.

Nessun punteggio
Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla
Raggruppamento di competenze: connessioni
Idea chiave: cambiamento e relazioni
Situazione: scientifica



Il quesito non è particolarmente difficile da capire: presenta un testo molto breve e una figura chiara. Gli studenti devono mettere in relazione il testo con la figura e poi collegare alle rappresentazioni grafiche quanto hanno compreso. Tali competenze rientrano nel raggruppamento delle *connessioni*.

È interessante notare come in tale quesito vi siano un certo numero di informazioni ridondanti: vengono fornite le misure dettagliate del serbatoio ed è indicata la velocità costante di riempimento, pari a 1 litro al secondo. Tuttavia tali dati quantitativi non servono agli studenti in quanto i grafici sono “qualitativi” o “globali”. Ciò è interessante, perché raramente in un problema di matematica si trovano informazioni ridondanti, mentre la ridondanza è presente quasi sempre quando si ha a che fare con problemi del mondo reale. In effetti, un aspetto importante di qualunque processo di matematizzazione, è proprio l'identificazione delle informazioni pertinenti da un punto di vista matematico e lo scarto di quelle superflue.

Sebbene il quesito sia stato classificato come legato a un contesto scientifico, problemi simili si incontrano anche in situazioni personali. Riempire un bicchiere, un vaso o un recipiente qualunque, specialmente nel caso in cui il contenitore non abbia una forma cilindrica, può riservare qualche sorpresa se non si tiene conto di come la velocità con cui aumenta il livello dell'acqua dipenda dalla forma del contenitore: tale consapevolezza rientra nella definizione di competenza matematica.

MATEMATICA: PROVA 8 **TEMPO DI REAZIONE**

In una gara di velocità, il "tempo di reazione" è l'intervallo di tempo tra lo sparo dello starter e il distacco dell'atleta dal blocco di partenza. Il "tempo finale" comprende sia il tempo di reazione che la durata della corsa.

La seguente tabella indica il tempo di reazione e il tempo finale di 8 corridori in una gara di velocità di 100 metri.

<i>Corsia</i>	<i>Tempo di reazione (s)</i>	<i>Tempo finale (s)</i>
1	0,147	10,09
2	0,136	9,99
3	0,197	9,87
4	0,180	Non ha terminato la corsa
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13



Matematica: esempio 8.1

Identifica i corridori che hanno vinto le medaglie d'oro, d'argento e di bronzo in questa corsa. Completa la seguente tabella con il numero di corsia, il tempo di reazione e il tempo finale di ciascun atleta premiato.

<i>Medaglia</i>	<i>Corsia</i>	<i>Tempo di reazione (s)</i>	<i>Tempo finale (s)</i>
Oro			
Argento			
Bronzo			

Punteggio e commenti per l'esempio 8.1

Punteggio pieno

Codice 1:

<i>Medaglia</i>	<i>Corsia</i>	<i>Tempo di reazione (s)</i>	<i>Tempo finale (s)</i>
Oro	3	0,197	9,87
Argento	2	0,136	9,99
Bronzo	6	0,216	10,04

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Raggruppamento di competenze: riproduzione

Idea chiave: quantità

Situazione: scientifica

.....

Un esempio di quesito del raggruppamento della *riproduzione* che riguarda la comprensione della notazione decimale (quantità), caratterizzato però da



una certa ridondanza e complessità per la presenza del tempo di reazione, che è un dato non necessario per rispondere al primo quesito. Quasi due terzi degli studenti che hanno partecipato allo studio pilota hanno risposto correttamente, dimostrando che si tratta di un quesito relativamente semplice per la maggior parte dei quindicenni.

Matematica: esempio 8.2

Fino a oggi, nessun essere umano è riuscito a reagire allo sparo dello starter in meno di 0,110 secondi.

Se il tempo di reazione registrato per un corridore è inferiore a 0,110 secondi, si ritiene che sia avvenuta una falsa partenza, perché si presume che il corridore sia partito prima di sentire lo sparo.

Se il vincitore della medaglia di bronzo avesse avuto un tempo di reazione più breve, avrebbe potuto vincere la medaglia d'argento? Spiega brevemente la tua risposta.

Punteggio e commenti per l'esempio 8.2

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che riportino un "sì" con una spiegazione adeguata. Per esempio:

- Sì, se avesse avuto un tempo di reazione di 0,05 secondi più breve sarebbe arrivato a pari merito con il secondo.
- Sì, avrebbe potuto vincere la medaglia d'argento se il suo tempo di reazione fosse stato inferiore o uguale a 0,166 sec.
- Sì, con il tempo di reazione più breve possibile avrebbe realizzato un tempo finale di 9,93 sec che sarebbe stato sufficiente per vincere la medaglia d'argento.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte, compreso "sì" senza una spiegazione adeguata.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: quantità

Situazione: scientifica

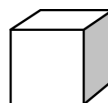
.....

Questo esempio richiede un certo grado di ragionamento verbale e di ragionamento matematico. Chi ha risposto correttamente al quesito 8.1 si accorge immediatamente che il corridore della corsia 6 (bronzo) è uno che comincia lentamente (in effetti è il più lento di tutti), mentre il corridore della corsia 2 (argento) è uno che parte veloce (il più veloce di tutti), anche se entrambi arrivano con quasi lo stesso tempo finale (solo 0,05 secondi di differenza). Se solo avesse avuto un tempo di reazione più breve, il corridore della corsia 6 sarebbe riuscito a guadagnarsi la medaglia d'argento, giacché la differenza fra il suo tempo di reazione e quello del secondo classificato è assai maggiore della differenza fra i loro tempi finali.

A causa delle capacità di interpretazione che richiede e della comparazione fra numeri decimali con diversi gradi di arrotondamento, questo quesito rientra nel raggruppamento delle *connessioni*.

MATEMATICA: PROVA 9
CUBI

A Susanna piace costruire dei solidi usando cubetti come quello mostrato nella seguente figura:



Cubetto

Susanna ha molti cubetti come questo e usa la colla per unire i cubi tra loro e ottenere altri solidi.

Prima di tutto, Susanna incolla insieme otto cubi in modo da ottenere il solido mostrato nella figura A:

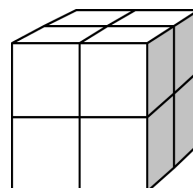


Figura A

Successivamente, Susanna costruisce i solidi pieni mostrati nelle figure B e C che seguono:

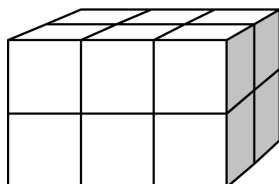


Figura B

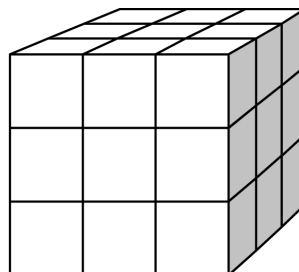


Figura C

Matematica: esempio 9.1

Di quanti cubetti avrà bisogno Susanna per ottenere il solido mostrato nella figura B?

Risposta: _____ cubetti.

Punteggio e commenti per l'esempio 9.1

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che indichino 12 cubetti.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta univoca

Raggruppamento di competenze: riproduzione

Idea chiave: spazio e forma

Situazione: personale



In ogni banca di item ve ne devono necessariamente essere alcuni veramente facili, accanto ad altri più difficili, sulla base dei risultati degli studenti. Questa domanda è veramente facile: gli studenti possono figurarsi il problema senza difficoltà, avendo probabilmente giocato spesso con cubetti del genere (Lego, Duplo ecc.) e non c'è nemmeno bisogno di fare moltiplicazioni per rispondere correttamente. Nella figura B vedono i sei cubetti davanti e sanno che ci sono altri sei cubetti dietro. La familiarità del contesto insieme alla semplicità del problema fanno di questo un tipico quesito del raggruppamento della *riproduzione*.

Matematica: esempio 9.2

Di quanti cubetti avrà bisogno Susanna per ottenere il solido mostrato nella figura C? Risposta: _____ cubetti.

Punteggio e commenti per l'esempio 9.2

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che indichino 27 cubetti.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta univoca

Raggruppamento di competenze: riproduzione

Idea chiave: spazio e forma

Situazione: personale

.....

L'esempio 9.2 differisce dal precedente per il numero dei cubetti, che è un po' più alto (27 invece di 12) ma, da un punto di vista concettuale, si tratta dello stesso tipo di quesito. Lo studio pilota ha mostrato che gli studenti trovano questa domanda relativamente facile, il che era facilmente prevedibile viste le competenze di base richieste per risolvere il problema. Gli esperti dei Paesi partecipanti, inoltre, sono stati concordi nel dire che quesiti di questo tipo si avvicinano molto a quanto svolto nei programmi scolastici.

Matematica: esempio 9.3

Susanna si rende conto che per ottenere un solido come quello mostrato nella figura C ha utilizzato un numero di cubetti superiore a quello effettivamente necessario. Infatti avrebbe potuto incollare insieme i cubetti in modo da ottenere un solido come quello della figura C, ma vuoto all'interno. Qual è il numero minimo di cubetti necessario per costruire un solido come quello della figura C, ma vuoto all'interno?

Risposta: _____ cubetti.

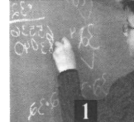
Punteggio e commenti per l'esempio 9.3

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che indichino 26 cubetti.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.



Tipo di quesito: domanda aperta a risposta univoca

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: spazio e forma

Situazione: personale

.....

Nell'esempio 9.2 si immaginava di usare cubetti separati ed era quindi necessario usarli tutti e 27 per evitare che la struttura crollasse. Potendo però usare della colla, è possibile costruire il solido C con un numero di cubetti inferiore a 27. Sebbene 26 sia la risposta "ovvia" (è sufficiente eliminare il cubetto centrale), questo esempio permette di fare ulteriori osservazioni. Il problema consiste nel fatto che la domanda non dice esplicitamente che il solido C deve sembrare uguale da qualsiasi direzione lo si guardi: l'osservazione è pertinente perché, visto che è possibile usare la colla, teoricamente si potrebbe levare più di un cubetto e riprodurre comunque la figura C. D'altra parte, però, l'informazione viene data *implicitamente* laddove si afferma che il solido deve essere vuoto *all'interno*. Dal punto di vista della formulazione e dell'interpretazione, tuttavia, non si tratta di una domanda ovvia.

Il quesito appartiene al raggruppamento delle *connessioni* per vari motivi: perché per afferrare i punti essenziali della domanda è necessario un processo di "matematizzazione", perché richiede che ci si figuri mentalmente la figura C con una cavità all'interno, perché necessita di un ragionamento e di un procedimento logico, perché non esistono una procedura o un algoritmo standard per risolvere il problema.

Matematica: esempio 9.4

Ora Susanna vuole costruire un solido che sembri pieno e che abbia 6 cubetti in lunghezza, 5 cubetti in larghezza e 4 cubetti in altezza. Vuole utilizzare il minor numero possibile di cubetti, lasciando più spazio vuoto possibile all'interno del solido.

Qual è il numero minimo di cubetti che servono a Susanna per costruire questo solido?

Risposta: _____ cubetti.

Punteggio e commenti per l'esempio 9.4

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che indichino 96 cubetti.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta univoca

Raggruppamento di competenze: riflessione

Idea chiave: spazio e forma

Situazione: personale

.....

Nell'esempio 9.4 dobbiamo immaginare (visti i termini in cui è posta la domanda) di usare di nuovo la colla. Questa volta il problema è: "Qual è il numero minimo di cubetti necessario per costruire un solido cavo di $4 \times 5 \times 6$ cubetti?".



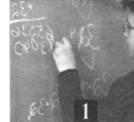
Come già osservato, non esiste una procedura euristica standard per risolvere il problema. Farsi un'immagine mentale di un cubetto mancante in un solido di $3 \times 3 \times 3$ è tutt'altra cosa. In questo caso, infatti, gli studenti non possono limitarsi a togliere mentalmente un cubetto, ma devono trovare una strategia che sia generalizzabile e, dunque, ragionare maggiormente in termini matematici: ecco perché il quesito rientra nel raggruppamento della *riflessione*.

Come fanno gli studenti a giungere alla soluzione corretta? Una buona strategia sarebbe quella di cominciare con il numero massimo di cubetti: $6 \times 5 \times 4 = 120$ cubetti in totale. Da qui si può cominciare a estrarre mentalmente il maggior numero possibile di cubetti dal centro: visto che ha una lunghezza di 6, se ne possono togliere 4; visto che ha una larghezza di 5, se ne possono togliere 3; visto che ha un'altezza di 4, se ne possono togliere 2. Il totale sarà $4 \times 3 \times 2$ che è uguale a 24; di conseguenza, si sottrae 24 ai 120 iniziali e si ottiene 96, che è la risposta giusta. Si tratta di una buona strategia che dimostra una reale comprensione del problema. In un contesto scolastico, sarebbe interessante chiedere agli studenti di spiegare il loro ragionamento per trarne spunti didattici utili.

Un'altra strategia possibile è quella di visualizzare le pareti necessarie per il solido in questione. In questo caso potrebbe essere utile un disegno: per la parete anteriore sono necessari 5×4 cubetti e altrettanti per quella posteriore; per ognuna delle pareti laterali non saranno più necessari 6×4 cubetti ma, visto che ci sono già quelli delle pareti anteriore e posteriore, soltanto 4×4 , mentre, per le pareti superiore e inferiore, considerando le parti già coperte, ne basteranno 3×4 . Sommando il tutto avremo: 5×4 ; 5×4 ; 4×4 ; 4×4 ; 3×4 ; 3×4 ; in totale, 96.

Gli studenti adotteranno sicuramente varie strategie per risolvere questo problema e, in certi casi, un'indagine come PISA potrebbe essere utilizzata per scoprire quali strategie gli studenti inventino e usino per risolvere problemi complessi, per i quali i metodi tradizionali di rappresentazione non sono sufficienti.

Ci troviamo di fronte a un problema alquanto impegnativo, che se da un lato è strettamente matematico, dall'altro richiede competenze e abilità, come la visualizzazione nello spazio, che sono cruciali per la *literacy* nell'ambito matematico.

**MATEMATICA: PROVA 10**
CONCENTRAZIONE DI UN MEDICINALE**Matematica: esempio 10.1**

A una donna ricoverata in ospedale viene fatta un'iniezione di penicillina. L'organismo della donna scompone gradualmente la penicillina in modo che un'ora dopo l'iniezione solo il 60% della penicillina è ancora attivo. Questo processo continua: al termine di ogni ora è ancora attivo solo il 60% della penicillina presente alla fine dell'ora precedente. Supponi che alla donna venga iniettata una dose di penicillina da 300 milligrammi alle 8.00 del mattino. Completa questa tabella per mostrare la quantità di penicillina che è attiva nel sangue della donna ad intervalli di un'ora dalle 8.00 alle 11.00 del mattino.

Ore	8.00	9.00	10.00	11.00
Penicillina (mg)	300			

Punteggio e commenti per l'esempio 10.1

Punteggio pieno

Codice 2: Risposte che abbiano tutti e tre i valori nella tabella che sono stati inseriti correttamente. Per esempio:

Ore	8.00	9.00	10.00	11.00
Penicillina (mg)	300	180	108	64.8 o 65

Punteggio parziale

Codice 1: risposte che abbiano uno o due valori nella tabella che sono inseriti correttamente.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: cambiamento e relazioni

Situazione: scientifica

.....

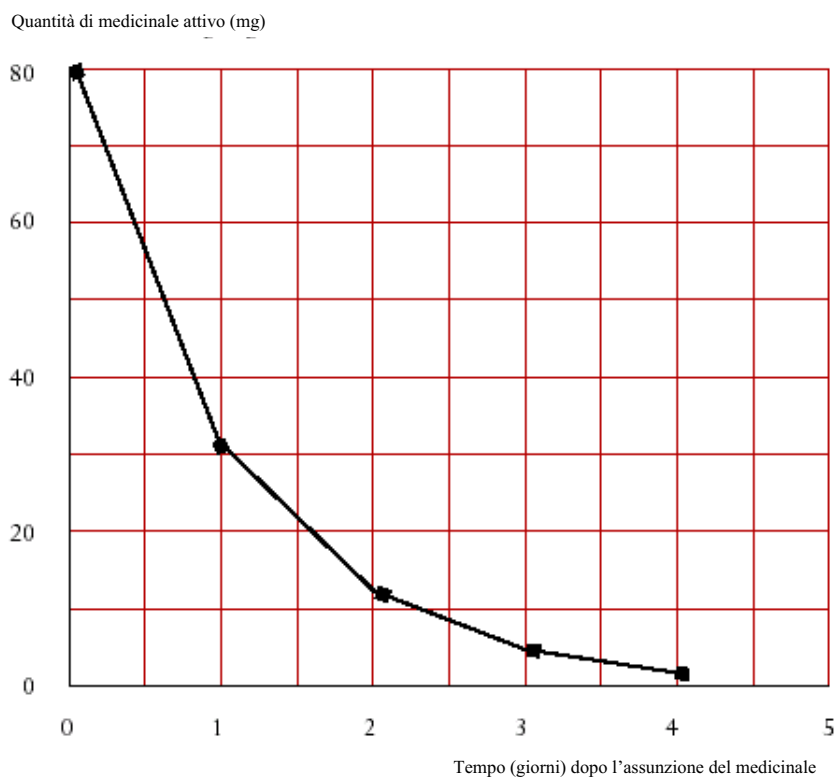
Il primo esempio potrebbe sembrare piuttosto semplice ma il decadimento esponenziale, per molti studenti, è una faccenda tutt'altro che banale. Il 60% del 60% del 60% potrebbe sembrare una semplice regola, ma i risultati ottenuti in quesiti di questo genere mostrano che non è così. Infatti, sebbene le percentuali siano trattate in modo abbastanza esauriente nella scuola primaria, spesso gli studenti non sono preparati ad attivare le loro conoscenze in una situazione differente. Identificare l'informazione matematica pertinente significa comprendere la percentuale o il decadimento esponenziale (non necessariamente comprendere le operazioni matematiche come tali, ma il concetto), individuare il valore di partenza (300) e applicare ripetutamente il procedimento.



È interessante notare quanti studenti dello studio pilota (50%) non siano stati in grado di rispondere correttamente. Un simile dato è assai rilevante per giudicare la qualità e/o l'efficacia del processo di insegnamento/apprendimento.

Matematica: esempio 10.2

Pietro deve assumere 80 mg di una medicina per regolare la sua pressione sanguigna. Il seguente grafico mostra la quantità iniziale di medicinale e la quantità che è ancora attiva nel sangue di Pietro dopo uno, due, tre e quattro giorni.



Quale quantità di medicinale è ancora attiva al termine del primo giorno?

- A. 6 mg
- B. 12 mg
- C. 26 mg
- D. 32 mg

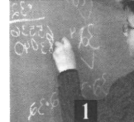
Punteggio e commenti per l'esempio 10.2

Punteggio pieno

Codice 1: risposta D: 32 mg.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.



Tipo di quesito: domanda a scelta multipla
Raggruppamento di competenze: riproduzione
Idea chiave: cambiamento e relazioni
Situazione: scientifica

.....

L'esempio 10.2 è più facile del precedente e non richiede altro che di leggere un grafico, il che porta a concludere che si tratta di un quesito che richiede le competenze del raggruppamento della *riproduzione*. Il quesito, tuttavia, è presentato in un contesto piuttosto inusuale e richiede una certa dose di interpretazione.

Matematica: esempio 10.3

Il grafico della domanda precedente permette di ricavare che ogni giorno resta pressappoco costante il rapporto tra la quantità di medicinale rimasto attivo nel sangue di Pietro e la quantità di medicinale attivo il giorno precedente.

Tra le seguenti percentuali, quale corrisponde approssimativamente alla percentuale di medicinale che resta attivo alla fine di ogni giorno rispetto alla quantità del giorno precedente?

- A. 20%
- B. 30%
- C. 40%
- D. 80%

Punteggio e commenti per l'esempio 10.3

Punteggio pieno

Codice 1: risposta C: 40%.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla
Raggruppamento di competenze: connessioni
Idea chiave: cambiamento e relazioni
Situazione: scientifica

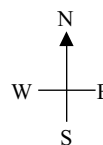
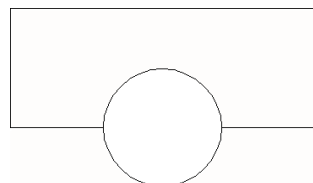
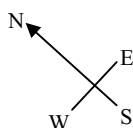
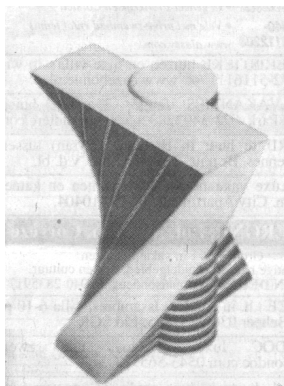
.....

L'esempio 10.3 fa riferimento al grafico del quesito precedente. Qui la domanda è "Qual è il tasso di diminuzione?" in questa particolare situazione. Presentare il problema attraverso una domanda a scelta multipla consente agli studenti di fare un'ipotesi plausibile, dal momento che conoscono il valore di partenza (80 mg) e quello successivo (32 mg se hanno risposto correttamente al quesito 10.2, o circa 30 mg se ignorano il quesito precedente e vanno direttamente al grafico), e $\frac{3}{8}$ è un valore che si avvicina molto al 40%. L'interpretazione richiesta dal quesito lo pone nel raggruppamento delle *connessioni*.

MATEMATICA: PROVA 11
EDIFICIO A SPIRALE

Nell'architettura moderna, gli edifici hanno spesso forme insolite. La figura che segue mostra un modello fatto al computer di un "edificio a spirale" e una pianta del piano terra.

I punti cardinali mostrano l'orientamento dell'edificio.



Al piano terra dell'edificio si trovano l'ingresso principale e uno spazio per i negozi. Sopra al piano terra ci sono 20 piani di appartamenti.

La pianta di ciascun piano è simile alla pianta del piano terra, ma ognuna ha un orientamento leggermente diverso rispetto al piano inferiore. Il cilindro contiene il vano dell'ascensore e un pianerottolo ad ogni piano.

Matematica: esempio 11.1

Stima l'altezza totale dell'edificio, in metri. Spiega come sei arrivato alla tua risposta.

Punteggio e commenti per l'esempio 11.1

Punteggio pieno

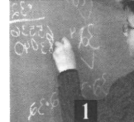
Codice 2: risposte da 50 a 90 metri, accompagnate da una spiegazione corretta. Ad esempio:

- Un piano dell'edificio ha un'altezza di circa 2,5 m. C'è dello spazio in più tra i piani. Quindi una stima è $21 \times 3 = 63$ m.
- Si prevedono 4 m per ogni piano, per cui 20 di questi fanno 80 m, più 10 m per il piano terra, otteniamo 90 m.

Punteggio parziale

Codice 1: risposte che presentano metodo di calcolo e spiegazione corretti, ma considerano 20 piani anziché 21. Ad esempio:

- Ogni appartamento potrebbe essere alto 3,5 m; 20 piani di 3,5 m fanno un'altezza totale di 70 m.



Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte, comprese risposte prive di spiegazione, risposte con un numero di piani errato e risposte con stime poco plausibili dell'altezza di ciascun piano (4 m dovrebbe essere il limite superiore).

Ad esempio:

- Ciascun piano è alto circa 5 m, quindi 5×21 è uguale a 105 m.
- 60 m.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: spazio e forma

Situazione: pubblica

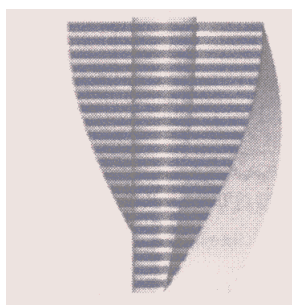
.....

I quesiti di questa prova richiedono una certa dose di immaginazione e di intuito, in particolare nell'ambito della visualizzazione dello spazio, in un contesto pubblico con elementi familiari, ma che a molti può apparire nuovo. Il primo quesito richiede agli studenti di fare una stima ragionevole per quanto riguarda l'altezza dei singoli piani di un edificio, prendendo in considerazione sia l'altezza "visibile" delle stanze di ciascun piano, sia lo spazio necessario fra un piano e l'altro. Gli studenti, dunque, devono svolgere un elementare processo di modellizzazione e tradurre una rappresentazione visiva in una numerica. Tali competenze rientrano nel raggruppamento delle *connessioni*.

Nello studio pilota, molti studenti si sono dimostrati in grado di risolvere il problema, con un lieve vantaggio dei maschi. Tuttavia, il quesito ha avuto un alto tasso di omissioni, a indicazione del fatto che molti studenti non hanno voluto o non hanno saputo servirsi della propria immaginazione nella maniera richiesta.

Matematica: esempio 11.2

Le figure che seguono sono vedute laterali dell'edificio a spirale.



Veduta laterale 1



Veduta laterale 2

Da che direzione è stata presa la veduta laterale 1?

- A. Da Nord.
- B. Da Ovest.
- C. Da Est.
- D. Da Sud.



Punteggio e commenti per l'esempio 11.2

Punteggio pieno

Codice 1: risposta C. Da Est.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: spazio e forma

Situazione: pubblica

.....

L'esempio 11.2 chiede agli studenti di paragonare mentalmente diverse rappresentazioni di un edificio e di scegliere fra varie alternative che potrebbero descrivere la relazione esistente fra tali rappresentazioni. Dato il ragionamento di tipo spaziale che questo quesito richiede esso rientra nel raggruppamento delle *connessioni*.

Il quesito è risultato considerevolmente più facile del precedente, ma ha mostrato di avere qualità psicometriche insufficienti in diversi Paesi. È possibile che la qualità del grafico usato nello studio pilota non fosse adeguata, data l'importanza che l'aspetto visivo aveva in questo quesito.

Matematica: esempio 11.3

Da che direzione è stata presa la veduta laterale 2?

A. Da Nord-Ovest.

B. Da Nord-Est.

C. Da Sud-Ovest.

D. Da Sud-Est.

Punteggio e commenti per l'esempio 11.3

Punteggio pieno

Codice 1: risposta D. Da Sud-Est.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: spazio e forma

Situazione: pubblica

.....

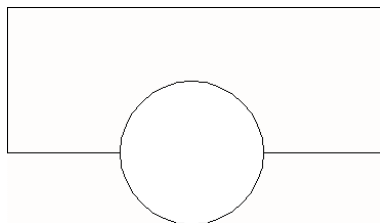
L'esempio 11.3 è molto simile al precedente. È interessante notare i diversi suggerimenti visivi forniti dalle due "vedute laterali" usate nei quesiti 11.2 e 11.3. Il quesito 11.3 è risultato un po' più difficile dell'11.2, forse a causa delle ombre poco marcate nella figura e per il grado di interpretazione che richiede.

Matematica: esempio 11.4

Ciascun piano di appartamenti presenta una certa "torsione" rispetto al piano terra. L'ultimo piano (il 20° sopra il piano terra) è ad angolo retto rispetto al piano terra.

Il disegno che segue rappresenta il piano terra.

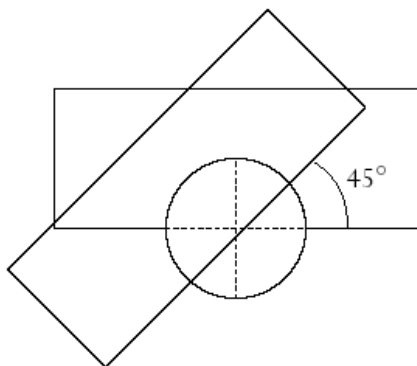
Su questo disegno traccia la pianta del 10° piano, mostrando come questo piano è situato rispetto al piano terra.



Punteggio e commenti per l'esempio 11.4

Punteggio pieno

Codice 2: risposte che presentano un disegno corretto, che indica il corretto centro di rotazione e una rotazione antioraria. Sono accettabili angoli compresi fra i 40° e i 50°.



Punteggio parziale

Codice 1: risposte che presentino l'angolo di rotazione o il centro di rotazione o il verso di rotazione errato.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: spazio e forma

Situazione: pubblica

L'ultimo esempio chiede agli studenti di immaginare l'effetto cumulativo di un fenomeno di torsione moltiplicato per un certo numero di volte e di costruire una rappresentazione grafica del decimo piano. Ancora una volta, il ragionamento di tipo spaziale pone il quesito nel raggruppamento di competenze delle *connessioni*.

Questo item è relativamente difficile e ha anche esso avuto un alto tasso di omissioni nello studio pilota. Sembrerebbe che, per molti quindicenni, questo tipo di costruzione geometrica risulti alquanto ostica.

MATEMATICA: PROVA 12
CONCERTO ROCK

Matematica: esempio 12.1

In occasione di un concerto rock, è stato riservato per gli spettatori un campo rettangolare di 100 m per 50 m. Il concerto ha registrato il tutto esaurito e il campo era pieno di *fans*, tutti in piedi.

Fra i seguenti numeri, quale fornisce la stima più attendibile del numero totale di spettatori?

- A. 2.000
- B. 5.000
- C. 20.000
- D. 50.000
- E. 100.000

Punteggio e commenti per l'esempio 12.1

Punteggio pieno

Codice 1: risposta C. 20.000.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla

Raggruppamento di competenze: connessioni

Idea chiave: quantità

Situazione: pubblica

.....

Il quadro di riferimento per la matematica sottolinea l'importanza della capacità di fare stime in quanto parte del bagaglio di strumenti quantitativi del cittadino competente dal punto di vista matematico. Questo quesito viene presentato in un contesto che dovrebbe essere familiare a molti studenti quindicenni. Tuttavia, richiede che gli studenti, dopo avere interpretato i termini del problema, assumano un ruolo attivo facendo supposizioni su quanto spazio, in media, possa occupare una persona in piedi in mezzo alla folla. Il tipo di problema, e il ragionamento matematico che esso implica, pongono il quesito nel raggruppamento delle *connessioni*.

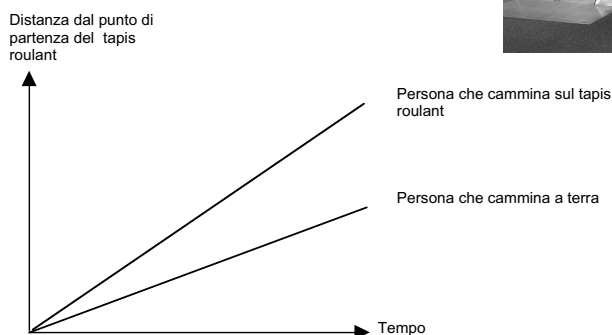
Vengono fornite cinque alternative, perciò gli studenti devono soltanto scegliere la migliore. L'alternativa A (2.000) presuppone che le persone occupino in media 2,5 metri quadrati, il che è poco plausibile in un concerto affollato. L'alternativa E (100.000) presuppone che vi sia una media di 20 persone per metro quadrato, il che è pressoché impossibile e certamente non realistico. Gli studenti, dunque, si trovano a scegliere fra tre densità intermedie: 1,4 o 10 persone al metro quadrato. Qual è la più realistica date le circostanze descritte (biglietti esauriti e tutti i fan in piedi sul prato)? Nello studio pilota, circa il 30% degli studenti ha scelto l'alternativa intermedia più ragionevole: C (20.000).

MATEMATICA: PROVA 13

TAPIS ROULANTS

Matematica: esempio 13.1

A destra trovi la fotografia di due tapis roulants. Il grafico Distanza-Tempo che segue permette di confrontare tra il "camminare sul tapis roulant" e il "camminare a terra accanto al tapis roulant" di due persone.

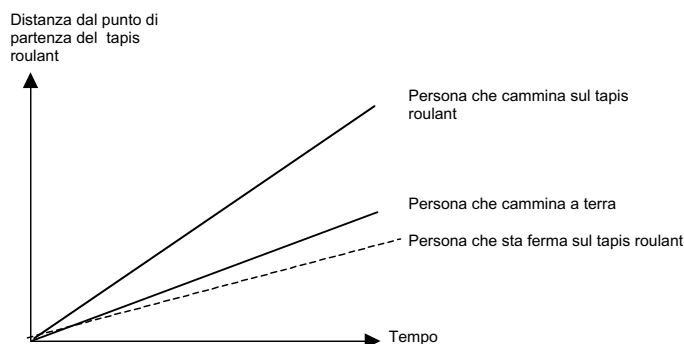


Supponi che, nel grafico qui sopra, le due persone camminino più o meno alla stessa velocità. Aggiungi alla figura la linea Distanza-Tempo di una persona ferma sul tapis roulant.

Punteggio e commenti per l'esempio 13.1

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che mostrino una linea al di sotto delle due linee, purché sia più vicina alla linea di "Persona che cammina a terra" che non all'asse del tempo.



Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Raggruppamento di competenze: riflessione

Idea chiave: cambiamento e relazioni

Situazione: scientifica

.....



Lo stimolo, in questo problema, è la rappresentazione di un oggetto che s'incontra spesso nei luoghi pubblici, e ricorda anche fenomeni simili che possono essere familiari a un quindicenne, come camminare accanto a una scala mobile, oppure correre giù per le scale accanto a un ascensore in movimento. Tuttavia la natura della domanda fa sì che la situazione del quesito sia "scientifica".

Gli studenti sono chiamati a misurarsi con una rappresentazione matematica del fenomeno descritto e devono far ricorso a una buona dose di immaginazione e di intuito per comprendere la rappresentazione stessa. Oltre a ciò, per risolvere il problema e delineare una risposta adeguata è necessario un ragionamento matematico piuttosto sofisticato. Tali competenze sono tipiche del raggruppamento della *riflessione*.

I dati dello studio pilota, con circa il 15% di risposte corrette, indicano che si tratta di un quesito alquanto difficile.



SVILUPPO DELLE IDEE CHIAVE

Quantità

Descrizione

Per organizzare il mondo in cui viviamo abbiamo chiaramente bisogno di quantificare, di stabilire che cosa è “grande” e che cosa è “piccolo”, “alto” o “basso”, “poco” o “molto”, “più” o “meno”. Noi riconosciamo dei modelli nella realtà che ci circonda nel momento in cui li quantifichiamo: noi chiamiamo “cinquina” ciò che una serie di cinque mele, di cinque persone, di cinque automobili o di cinque quesiti hanno in comune. I numeri 1, 2, 3... costituiscono un modo di impadronirsi e descrivere questi modelli. I numeri forniscono un punto di partenza per le attività di calcolo e una fonte per la ricerca di modelli più complessi come pari e dispari.

Tuttavia, per i bambini, i numeri non sono il primo modo di rapportarsi alla realtà. I bambini possono riconoscere in modo qualitativo ciò che è “piccolo” e “grande” senza associarlo a numeri, sia che si tratti di oggetti di diversa grandezza (come un biscotto grande rispetto a uno piccolo), sia che si tratti di un gruppo di oggetti (come tre oggetti rispetto a sette).

Quando si misura una grandezza, ci rendiamo conto di un ulteriore uso dei numeri che è molto importante nella vita di tutti i giorni. La lunghezza, l'area, il volume, l'altezza, la velocità, la massa, la pressione atmosferica, il valore del denaro sono tutte misure utilizzate per quantificare.

Il ragionamento quantitativo è un aspetto importante quando si ha a che fare con le quantità. Esso comprende:

- il significato di numero;
- la comprensione del significato delle operazioni;
- l'idea dell'ordine di grandezza dei numeri;
- i calcoli eleganti;
- il calcolo mentale;
- le stime.

La comprensione del “significato delle operazioni” include la capacità di effettuare operazioni che comportano comparazioni, rapporti e percentuali. Il “significato di numero” riguarda le dimensioni relative, le diverse rappresentazioni dei numeri, le forme equivalenti dei numeri e l'uso della comprensione di questi aspetti per descrivere gli attributi della realtà.

La Quantità implica anche “l'avere un'idea” delle grandezze e delle stime. Per essere in grado di verificare la ragionevolezza di risultati numerici occorre avere un'ampia conoscenza delle quantità (cioè delle misure) nel mondo reale. La velocità massima di un'automobile è 5, 50 o 500 km/h? La popolazione mondiale è 6 milioni, 600 milioni, 6 miliardi o 60 miliardi? Quanto è alta una torre? Quanto è largo un fiume? È molto importante saper effettuare rapidamente stime approssimative dell'ordine di grandezza, soprattutto visto il sempre maggior uso di strumenti elettronici di calcolo. Occorre essere capaci di dire che 33×613 fa circa 20.000: per raggiungere tale abilità non serve allenarsi a lungo a eseguire mentalmente i tradizionali algoritmi scritti, ma occorre saper applicare in modo flessibile e intelligente il sistema posizionale delle cifre e l'aritmetica a una cifra (Fey, 1990).



Usando in modo adeguato il significato di numero, gli studenti possono risolvere problemi che richiedono un ragionamento diretto, inverso e associato con la proporzionalità; sono in grado di calcolare i tassi di cambiamento e di spiegare le ragioni alla base della selezione di dati e del livello di precisione richiesto dalle operazioni e dai modelli che usano; possono esaminare algoritmi alternativi, dimostrando perché funzionino o in quali casi falliscano; possono sviluppare modelli che implicano operazioni e relazioni tra operazioni per risolvere problemi che riguardano dati del mondo reale e relazioni numeriche che richiedono operazioni e confronti (Dossey, 1997).

Nell'idea chiave *Quantità* è compreso anche il ragionamento quantitativo "elegante", come quello usato da Gauss e illustrato nell'esempio riportato sotto. Al livello scolastico dei quindicenni, bisognerebbe dare valore alla creatività e al ragionamento concettuale.

ESEMPI

Gauss

L'insegnante di Karl Friedrich Gauss (1777-1855) domandò alla classe di addizionare tutti i numeri dall'1 al 100. Forse il suo scopo era quello di tenere gli studenti occupati per un po' di tempo, ma Gauss, che era bravissimo nel ragionamento quantitativo, trovò una scorciatoia per arrivare alla soluzione. Il suo ragionamento fu il seguente:

Si scrive due volte la somma, una volta in ordine crescente e una volta in ordine decrescente, in questo modo:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

$$100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$$

Ora si addizionano le due somme, colonna per colonna, per ottenere:

$$101 + 101 + \dots + 101 + 101$$

Poiché il numero 101 si ripete esattamente 100 volte, il risultato di questa somma è

$$100 \times 101 = 10.100.$$

Poiché questo valore è doppio rispetto alla somma originaria richiesta, per ottenere la risposta corretta bisogna dividere il risultato a metà: 5.050.

Numeri triangolari

Questo esempio di ragionamento quantitativo sulle serie di numeri può essere sviluppato ulteriormente per dimostrare il legame con la rappresentazione geometrica di tali serie giungendo alla formula che fornisce la regola generale del problema di Gauss:

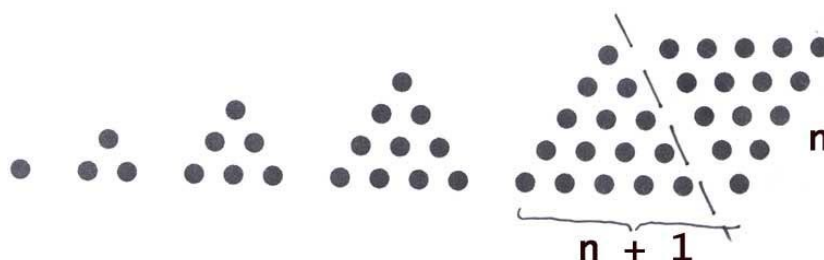
$$1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n + 1)/2$$

Questa formula si collega anche a un modello geometrico ben conosciuto: i numeri nella forma $n(n + 1) / 2$ sono chiamati numeri triangolari, perché sono

esattamente i numeri che si possono ottenere disponendo alcune palle in un triangolo equilatero.

Nella Figura 1.5 vengono illustrati i primi cinque numeri triangolari:

Figura 1.5 • Primi cinque numeri triangolari



Il ragionamento con le proporzioni

Sarà interessante vedere come studenti di diversi Paesi risolvono problemi che si prestano all'uso di diverse strategie. È probabile che vi siano differenze soprattutto nell'area del ragionamento attraverso le proporzioni. Ed è presumibile che in alcuni Paesi si ricorrerà principalmente a un'unica strategia per ciascun item, mentre in altri Paesi verranno usate diverse strategie e si osserveranno ragionamenti analoghi nella soluzione di problemi che non sembrano analoghi. Ciò è in accordo con i recenti risultati emersi dallo studio dei dati del TIMSS (Mitchell, J. *et al.*, 2000). I tre quesiti sotto riportati illustrano quanto detto in precedenza circa il ricorso a diverse strategie e le relazioni tra queste ultime:

1. Stasera dai una festa. Vuoi acquistare 100 lattine di bibite. Quante confezioni da 6 lattine devi acquistare?
2. Un deltaplano con un rapporto di planata di 1 a 22 parte da una rupe a 120 metri di altezza. Il pilota vuole arrivare a un punto che si trova a una distanza di 1400 metri. Riuscirà a raggiungere quel punto (in condizioni di assenza di vento)?
3. Una scuola vuole affittare alcuni pulmini (da 8 posti ciascuno) per andare a un campo scuola con 98 alunni. Di quanti pulmini ha bisogno la scuola?

Il primo problema può essere visto come un problema che implica una divisione ($100 : 6 = \underline{\hspace{1cm}}$) che lascia successivamente lo studente con un problema di interpretazione che lo riporta al contesto (come intendere le lattine avanzate?). Il secondo problema può essere risolto con una proporzione (per ogni metro di altezza posso volare per una distanza di 22 metri, quindi se si comincia da 120 metri...). Il terzo problema può essere risolto da molti studenti come un problema che implica una divisione. Tuttavia, tutti e tre i problemi possono essere risolti con il metodo della tabella dei rapporti.

Bottiglie:	1	10	5	15	2	17
	6	60	30	90	12	102
<hr/>						
Volo:	1	100	20	120		
	22	2.200	440	2.640		
<hr/>						
Pulmini:	1	10	2	13		
	8	80	16	104		



Saper cogliere queste somiglianze è un'abilità che rientra tra le competenze matematiche: gli studenti competenti da un punto di vista matematico non hanno bisogno di cercare l'unico strumento o algoritmo valido ed appropriato, ma hanno a loro disposizione un'ampia gamma di strategie tra cui possono scegliere.

Percentuali

Carlo è andato a comprare una giacca che costava normalmente 50 zed ed era in saldo con uno sconto del 20%. In Zedlandia c'è una tassa di vendita del 5%. Il commesso prima ha aggiunto la tassa del 5% al prezzo della giacca e ha tolto il 20%. Carlo ha protestato: egli voleva che il commesso prima effettuasse lo sconto del 20% e poi calcolasse la tassa del 5%.

C'è differenza tra i due prezzi finali?

Quando si fanno acquisti si incontrano spesso problemi che richiedono questo tipo di ragionamento quantitativo e i corrispondenti calcoli mentali. La capacità di affrontare efficacemente questo tipo di problemi è essenziale nell'ottica delle competenze matematiche funzionali.

Spazio e forma

DESCRIZIONE

Nella matematica, la forma è un aspetto fondamentale, crescente e affascinante, con forti legami con la geometria tradizionale ma che va ben oltre quest'ultima per contenuto, significato e metodo. L'interazione con le forme della realtà implica la comprensione del mondo visibile attorno a noi, la sua descrizione e la codifica e decodifica delle informazioni visive. Si tratta, inoltre, di interpretare informazioni visive. Per poter comprendere il concetto di forma, gli studenti devono essere in grado di trovare somiglianze e differenze tra gli oggetti, di analizzare le diverse componenti di un oggetto e di riconoscere le forme in diverse dimensioni e rappresentazioni.

È importante non limitarsi a considerare le forme come entità statiche. Una forma si può trasformare come entità e le forme possono essere modificate. A volte questi cambiamenti possono essere visualizzati con grande eleganza attraverso la tecnologia del computer. Gli studenti dovrebbero essere in grado di riconoscere strutture (patterns) e regolarità nelle forme che cambiano. La Figura 1.6 nel prossimo paragrafo mostra un esempio.

Un altro importante aspetto dinamico nello studio delle forme è la loro posizione reciproca rispetto alla posizione di un osservatore. Per arrivare a ciò occorre non solo capire il concetto di posizione relativa degli oggetti, ma anche considerare come vediamo gli oggetti e perché li vediamo in quel modo. In questo caso, giocano un ruolo fondamentale la relazione tra forme o immagini e le loro rappresentazioni sia a due che a tre dimensioni.

Vi sono molti esempi che richiedono questo tipo di ragionamento: identificare e collegare la fotografia di una città con una carta topografica e indicare da quale punto è stata presa la fotografia; la capacità di disegnare una cartina; capire perché un edificio più vicino sembra più grande di uno più lontano; capire perché sembra che i binari della ferrovia si incontrino all'orizzonte. Que-

sti sono tutti problemi rilevanti per gli studenti, che rientrano in questa idea chiave.

Dal momento che gli studenti vivono in uno spazio tridimensionale, dovrebbero essere abituati a vedere gli oggetti da tre punti di vista tra loro ortogonali (per esempio da davanti, di lato e dall'alto). Dovrebbero rendersi conto dell'efficacia e dei limiti di diverse rappresentazioni delle forme tridimensionali, come mostrato nell'esempio della Figura 15. Essi devono capire non solo la posizione relativa degli oggetti, ma anche come muoversi nello spazio e attraverso costruzioni e forme. Un esempio di ciò è leggere ed interpretare una carta topografica e formulare le istruzioni per andare da un punto A a un punto B, usando le coordinate, il linguaggio comune o un disegno.

La comprensione del concetto di forma comprende anche la capacità di prendere un oggetto tridimensionale e costruire il suo sviluppo bi-dimensionale e viceversa, anche quando l'oggetto tridimensionale si presenta in due dimensioni. La Figura 1.8 presenta un esempio.

Concludendo gli aspetti fondamentali di *spazio e forma* sono:

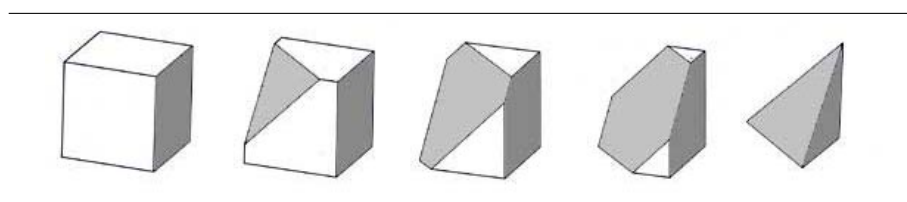
- il riconoscimento di forme e strutture (patterns);
- la descrizione, la codifica e la decodifica di informazioni visive;
- la comprensione dei cambiamenti dinamici delle forme;
- somiglianze e differenze;
- posizioni relative;
- rappresentazioni bi- e tri-dimensionali e loro interrelazioni;
- il movimento nello spazio.

ESEMPI

La Figura 1.6 mostra un singolo esempio della flessibilità richiesta quando si osservano forme mentre cambiano. Esso si basa su un cubo che viene sezionato (cioè, tagliato lungo dei piani). Si possono fare diverse domande, quali:

Quali forme possono essere prodotte da un piano che taglia un cubo?
Quante facce, spigoli e vertici si formano quando il cubo viene sezionato in questo modo?

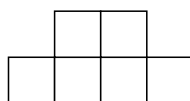
Figura 1.6 • Un cubo, sezionato secondo diversi piani



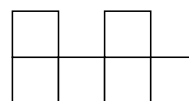
Vengono illustrati tre esempi che riguardano l'importanza di avere dimestichezza con le rappresentazioni di forme tridimensionali. Nel primo esempio, presentato nella Figura 1.7, si vede di fronte e di lato un oggetto costruito con alcuni cubi. La domanda è:

Quanti cubi sono stati usati per costruire questo oggetto?

Figura 1.7 • Oggetto costruito con cubi visto di lato e di fronte



Visto di lato

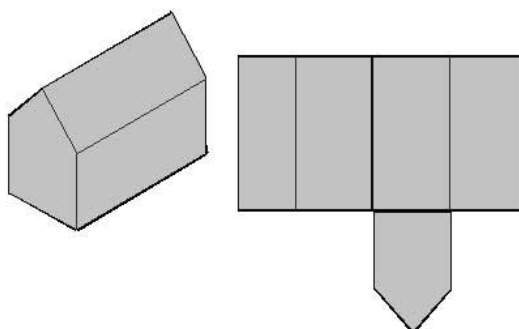


Visto di fronte

Può essere sorprendente, per gli studenti come per gli insegnanti, che il massimo numero di cubi sia 20 e il minimo 6 (de Lange, 1995).

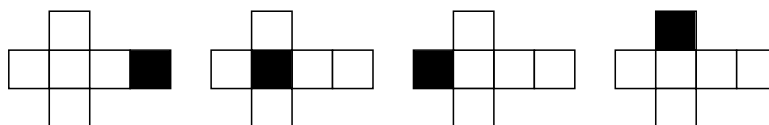
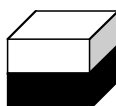
L'esempio successivo mostra una rappresentazione bi-dimensionale di un capannone e il suo sviluppo incompleto. Il problema è di completare lo sviluppo del capannone.

Figura 1.8 • Rappresentazione bi-dimensionale di un capannone tri-dimensionale e il suo sviluppo (incompleto)

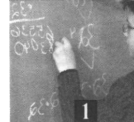


Nella Figura 1.9 si riporta l'ultimo esempio, simile al precedente (adattato da HersHKovitz *et al.*, 1996).

Figura 1.9 • Cubo con il fondo nero



La metà inferiore del cubo è stata dipinta di nero. In ciascuno dei quattro sviluppi, la faccia inferiore è già nera. Agli studenti si potrebbe chiedere di terminare ciascuno sviluppo colorando di nero le facce che ancora devono essere colorate.



Cambiamento e relazioni

DESCRIZIONE

Stuart (1990) afferma che, per cogliere i modelli di cambiamento, occorre:

- rappresentare i cambiamenti in una forma comprensibile;
- comprendere i tipi fondamentali di cambiamento;
- riconoscere particolari tipi di cambiamento quando si verificano;
- applicare queste tecniche al mondo circostante;
- controllare a nostro vantaggio un universo in cambiamento.

Cambiamento e relazioni possono essere rappresentate in diversi modi: numericamente (ad esempio sotto forma di tabella), per mezzo di simboli o di grafici. Saper passare da un tipo di rappresentazione a un altro è estremamente importante, come anche riconoscere l'importanza delle relazioni fondamentali e i tipi di cambiamento. Gli studenti dovrebbero conoscere i concetti di crescita lineare (processo additivo), esponenziale (processo moltiplicativo), periodica e, almeno superficialmente, quello di crescita logistica, come un caso particolare della crescita esponenziale.

Gli studenti dovrebbero anche cogliere le relazioni tra questi modelli, cioè le principali differenze tra processi lineari ed esponenziali, il fatto che la crescita percentuale è uguale alla crescita esponenziale, come si verifica la crescita logistica e perché, sia con variabili discrete che continue.

I cambiamenti avvengono in un sistema di oggetti o di fenomeni interrelati dove gli elementi si influenzano a vicenda. Negli esempi citati nel sommario, tutti i fenomeni cambiano nel tempo. Ci sono però molti esempi tratti dalla vita reale in cui gli oggetti sono collegati tra loro in diversi modi. Ad esempio:

Se la corda di una chitarra viene divisa a metà, la nuova tonalità è un'ottava più alta rispetto a quella originaria. Quindi la tonalità dipende dalla lunghezza della corda.

Quando si deposita del denaro su un conto bancario, si sa che il saldo del conto dipende dall'entità, dalla frequenza e dal numero di depositi e di prelievi che si effettuano e dal tasso di interesse.

Le relazioni conducono alla dipendenza, cioè al fatto che le proprietà ed i cambiamenti di determinati oggetti matematici possono dipendere od essere influenzati dalle proprietà e dai cambiamenti di altri oggetti matematici. Le relazioni matematiche spesso prendono la forma di equazioni o disequazioni, ma vi possono anche essere relazioni di natura più generale.

Il *cambiamento* e le *relazioni* richiedono che si pensi in termini funzionali. Per i quindicenni, questo vuol dire che essi devono sapere, tra il resto, cosa sono il tasso di cambiamento, i gradienti e la pendenza (sebbene non necessariamente in modo esplicito), e la dipendenza di una variabile da un'altra. Essi dovrebbero essere in grado di giudicare, anche in modo relativo, quanto velocemente certi processi si verificano.



Questa idea chiave si collega strettamente ad aspetti di altre idee chiave. Lo studio dei modelli presenti nei numeri può portare a relazioni interessanti come ad esempio lo studio dei numeri di Fibonacci e il rapporto aureo. Quest'ultimo è un concetto che si incontra anche nella geometria. Molti altri esempi di *cambiamento e relazioni* si possono trovare in *spazio e forma*: la crescita di un'area in relazione alla crescita del perimetro o del diametro. Anche la geometria euclidea si presta allo studio delle relazioni come, ad esempio, la ben nota relazione tra i tre lati di un triangolo. Se si conosce la misura di due lati, il terzo non può essere determinato, ma si conosce l'intervallo nel quale si collocano le possibili misure: gli estremi dell'intervallo sono rispettivamente il valore assoluto della differenza e della somma degli altri due lati. Molte altre relazioni analoghe esistono per i vari elementi di un triangolo.

L'*incertezza* si presta a vari problemi che possono essere considerati nell'ottica del cambiamento e delle relazioni. Se due dadi non truccati vengono gettati e uno di loro segna quattro, qual è la probabilità che la loro somma sia superiore a sette? La risposta (50%) si basa sulla dipendenza della probabilità da un insieme di eventi favorevoli. La probabilità richiesta è il rapporto tra tutti questi eventi e tutti i possibili eventi, cioè una dipendenza.

ESEMPI

Una gita scolastica

Una classe vuole affittare un pullman per una gita e ha contattato tre ditte per informarsi sui prezzi.

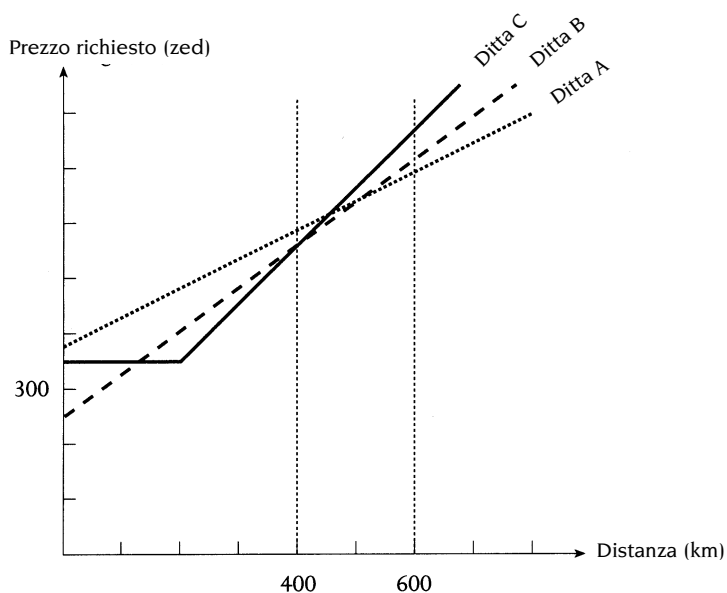
La Ditta A richiede 375 zed come tariffa iniziale più 0,5 zed per chilometro percorso. La Ditta B richiede 250 zed come tariffa iniziale più 0,75 zed per chilometro percorso. La Ditta C fa pagare una tariffa fissa di 350 zed che comprende i primi 200 chilometri percorsi e in più 1,02 zed per ogni chilometro oltre ai 200 km.

Quale ditta dovrebbe scegliere la classe tenendo conto che nella gita si percorre una distanza compresa tra i 400 ed i 600 km circa?

A parte gli elementi fittizi del contesto, questo problema potrebbe veramente presentarsi. La sua soluzione richiede la formulazione e l'attivazione di molte relazioni funzionali, sia equazioni che disequazioni. Esso può essere affrontato sia con un metodo grafico sia con uno algebrico o con la combinazione di entrambi. Il fatto che non sia nota l'esatta distanza totale che viene percorsa nella gita introduce anche un nesso con l'idea chiave dell'*Incertezza*.

Nella Figura 1.10 viene mostrata una rappresentazione grafica del problema.

Figura 1.10 • Prezzi richiesti da tre ditte di pullman per la gita



La crescita delle cellule

Alcuni ricercatori stanno controllando la crescita di alcune cellule. Essi sono particolarmente interessati al giorno in cui il conteggio arriverà a 60.000 perché in quel momento devono cominciare un esperimento. La tabella dei risultati è la seguente:

Tempo (giorni)	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Numero di cellule	597	893	1 339	1 995	2 976	2 976	14 719	21 956	32 763

Quando le cellule raggiungeranno il numero 60.000?

Preda e predatore

Il seguente grafico mostra la crescita di due organismi viventi: il Paramecio e il Saccaromiceto:

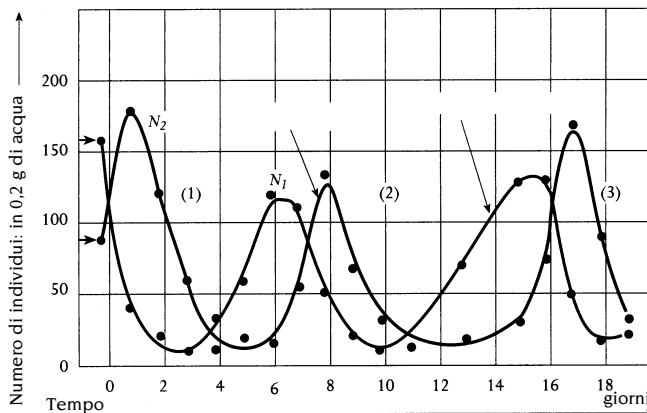
Paramecio



Saccaromiceto



Modello Preda-Predatore





Uno dei due animali (il predatore) mangia l'altro (la preda). Guardando il grafico, puoi stabilire quale dei due animali è la preda e quale il predatore?

Una delle proprietà del fenomeno preda-predatore è la seguente: il tasso di crescita è proporzionale al numero di prede disponibili. I grafici sopra riportati dimostrano questa proprietà?

Incertezza

DESCRIZIONE

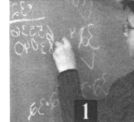
La scienza e la tecnologia raramente hanno a che fare con la certezza. Le scienze hanno il compito di cercare di scoprire come funziona il mondo e, nella misura in cui esse riescono a fare ciò, cresce la nostra capacità di descrivere con una certa sicurezza quanto è accaduto nel passato e di predire con accuratezza quanto potrà accadere nel futuro. Ma la conoscenza scientifica è raramente, se non addirittura mai, assoluta, per non parlare delle volte in cui è errata, e quindi vi è sempre un certo grado di incertezza anche nelle previsioni più scientifiche.

Le raccomandazioni circa il posto da assegnare ai dati, alla statistica e alla probabilità nei programmi scolastici mettono in evidenza il ruolo dell'analisi dei dati. Da ciò risulta che è facile considerare la competenza statistica in particolare come una serie di abilità specifiche. David S. Moore ha sottolineato che l'idea chiave *incertezza* riguarda davvero quasi tutto. La definizione del PISA si basa sulle sue idee presentate in *On the Shoulders of Giants* (Steen, 1990), e su quelle di James Rutherford presentate in *Why Numbers Count* (Steen, 1997).

La capacità di affrontare in modo intelligente la variazione e l'incertezza è lo scopo dell'insegnamento che riguarda i dati e il caso. La variazione è un concetto difficile da trattare: i bambini che cominciano il loro percorso scolastico con la conoscenza dell'ortografia e con la moltiplicazione si aspettano che il mondo sia deterministico; rapidamente essi imparano che c'è una risposta giusta e che le altre sono errate, per lo meno quando le risposte sono di tipo numerico. La variazione è inaspettata e scomoda. La statistica apporta qualcosa di unico e di importante all'insegnamento della matematica: il ragionamento a partire da dati empirici incerti. Questo tipo di ragionamento statistico dovrebbe far parte del bagaglio intellettuale di ogni cittadino intelligente. Gli elementi principali sono:

- l'onnipresenza della variazione nei processi;
- la necessità di dati che riguardano i processi;
- la progettazione di una produzione di dati che tenga conto della variazione;
- la quantificazione della variazione;
- la spiegazione della variazione.

I dati non sono semplicemente numeri, ma sono numeri in un contesto. Quindi è necessario conoscere il contesto dei dati per poterli comprendere e interpretare, piuttosto che effettuare semplicemente operazioni aritmetiche. La statistica, nei primi anni di scuola, non viene insegnata tanto per l'interesse



che riveste in sé, ma in quanto è un modo efficace per sviluppare una comprensione e un ragionamento quantitativi e per applicare l'aritmetica e la costruzione di grafici alla risoluzione di problemi.

Non è un compito facile raccogliere dati precisi su problemi importanti. Per l'indagine OCSE/PISA i dati devono essere interessanti, pertinenti, realistici e dotati di significato per gli studenti.

I dati si ottengono misurando una data caratteristica, cioè rappresentandola con un numero. Il fatto di riflettere sulla misurazione porta a una buona comprensione delle ragioni per cui alcuni numeri forniscono informazioni mentre altri sono irrilevanti o privi di senso. Innanzitutto, come si ottiene una misura valida? La misura della lunghezza è piuttosto facile – un righello può essere generalmente utilizzato con un sufficiente grado di accuratezza per numerosi scopi. La misura dell'area, invece, può essere più problematica, dal momento anche nelle misurazioni pratiche è in gioco l'incertezza. È importante non solo lo strumento, ma anche il grado di accuratezza e la variabilità delle misure.

Il disegno delle indagini a campione è un argomento fondamentale della statistica. L'analisi dei dati mette l'accento sulla comprensione dei dati disponibili, sulla base del presupposto che essi siano rappresentativi di un universo più ampio. Per i quindicenni il concetto di campione casuale semplice è essenziale per capire le questioni legate all'incertezza.

Un esempio molto famoso:

Nel 1975, Ann Landers, una famosa giornalista, domandò ai suoi lettori:

"Se doveste ricominciare tutto da capo, vorreste avere dei bambini?".

Su 10.000 persone intervistate, il 70% rispose: NO.

Si sa che nel caso di risposte volontarie, chi risponde sono per lo più coloro che hanno opinioni estreme (negative). Da un campione casuale di persone su scala nazionale interrogato sulla stessa questione è emerso che il 90% dei genitori vorrebbe di nuovo avere figli.

L'essenza dell'analisi dei dati è di "lasciar parlare i dati" cercando in essi strutture senza prima considerare se i dati siano rappresentativi di un universo più ampio.

I fenomeni hanno risultati individuali incerti e spesso l'andamento di risultati ripetuti è casuale. Si è dimostrato che la nostra concezione intuitiva del caso contraddice profondamente le leggi sulla probabilità (Garfield e Ahlgren, 1988; Tversky e Kahneman, 1971). Questo è dovuto in parte alle opportunità limitate che gli studenti hanno di venire in contatto con la casualità. Lo studio dei dati fornisce un quadro naturale per una tale esperienza. Questo spiega il motivo per cui l'analisi dei dati dovrebbe avere la priorità rispetto alla probabilità formale e all'inferenza statistica, nell'apprendimento e nell'insegnamento dell'incertezza. Perfino a livello universitario molti studenti non riescono a capire la probabilità e l'inferenza statistica a causa di concezioni erranee che non vengono eliminate attraverso lo studio di regole formali. Nell'attuale indagine OCSE/PISA il concetto di probabilità è per lo più affrontato



in relazione a dispositivi come monete e dadi, o in relazione a situazioni della realtà non troppo complesse che possono essere analizzate intuitivamente o essere modellizzate utilizzando tali dispositivi.

L'incertezza si ritrova anche in aspetti quali le naturali differenze che si riscontrano nelle misure di altezza degli studenti, nei loro risultati di profitto, o nei redditi di un dato gruppo di persone. Una tappa molto importante, anche per i quindicenni, è quella di considerare l'analisi dei dati e il caso come un tutt'uno. Tale principio comporta la progressione dalla semplice analisi dei dati alla produzione di dati, alla probabilità, fino all'inferenza statistica.

I concetti specifici e le attività matematiche importanti in questa area sono:

- La produzione di dati (quali sono i metodi validi per misurare determinate caratteristiche e i dati sono validi rispetto all'uso che se ne vuole fare?). A questo proposito, è importante avere un atteggiamento critico. Un altro aspetto chiave è il disegno dell'indagine statistica.
- L'analisi dei dati e la loro visualizzazione, la rappresentazione grafica dei dati, le descizioni numeriche come la media e la mediana.
- La probabilità.
- L'inferenza statistica, che però ha uno spazio secondario per gli studenti coinvolti nell'indagine dal momento che la trattazione formale e i metodi specifici di questo aspetto vengono normalmente affrontati negli anni successivi.

ESEMPI

Gli esempi che seguono illustrano l'idea chiave dell'*incertezza*.

Età media

Se il 40% della popolazione di un Paese ha 60 anni o più, è possibile che l'età media di quella popolazione sia di 30 anni?

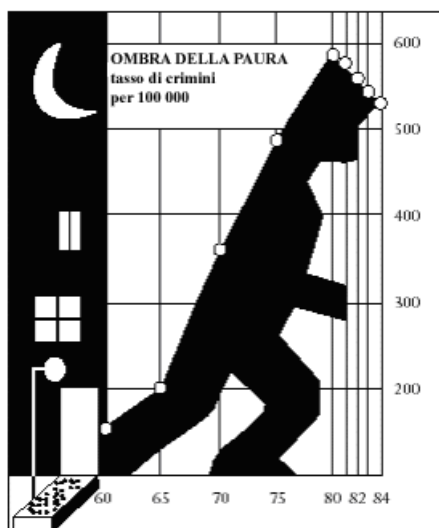
Redditi crescenti?

È aumentato o diminuito negli ultimi decenni il reddito degli abitanti di Zedlandia? Il reddito medio per famiglia è diminuito: nel 1970 era di 34.200 zed, nel 1980 di 30.500 zed e nel 1990 di 31.200 zed. Ma il reddito pro-capite è aumentato: nel 1970 era di 13.500 zed, nel 1980 di 13.850 zed e nel 1990 di 15.777 zed.

Per "famiglia" si intende l'insieme di persone che abitano allo stesso indirizzo. Spiega come è possibile che in Zedlandia il reddito per famiglia sia diminuito mentre il reddito pro-capite è aumentato.

Reati in aumento

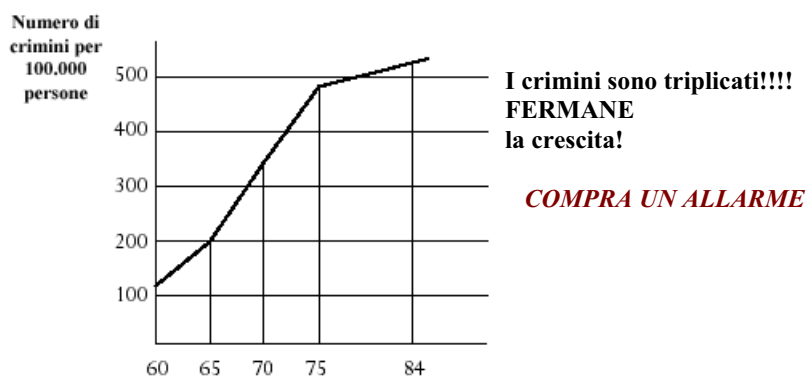
Il seguente grafico è stato preso dal settimanale News Magazine di Zedlandia



Esso mostra il numero di reati denunciati ogni 100.000 abitanti, prima con intervalli di cinque anni e poi con intervalli di un anno.

Quanti reati furono denunciati nel 1960?

I produttori di sistemi di allarme usarono gli stessi dati per costruire il seguente grafico:



Come sono arrivati a questo grafico i disegnatori e perché?

La polizia non fu molto contenta del grafico preparato dai produttori di sistemi di allarme perché essa voleva dimostrare che la lotta contro la criminalità era stata efficace.

Disegna un grafico che possa essere usato dalla polizia per dimostrare che negli ultimi tempi i reati sono diminuiti.

La competenza di lettura

Definizione dell'ambito	109
Formato del testo	111
• Testi continui	111
• Testi non continui	112
Caratteristiche dei quesiti	114
• Cinque processi (o aspetti)	114
• Tipi di quesito	118
• Correzione delle risposte	119
Situazioni	120
Presentazione dei risultati	121
• La costruzione di scale con i compiti di <i>reading literacy</i>	121
• La presentazione dei risultati	122
• Costruire una mappa dei quesiti	124
• I livelli di competenza di lettura	127



DEFINIZIONE DELL'AMBITO

Le definizioni di lettura e di *reading literacy* sono cambiate nel tempo contestualmente ai cambiamenti avvenuti nella società, nell'economia e nella cultura. I concetti di apprendimento e, in particolare, quello di apprendimento per tutta la vita (*lifelong learning*), hanno ampliato i principi e i requisiti che definiscono la competenza di lettura. Questa non è più considerata come un'abilità che si acquisisce unicamente nell'infanzia, durante i primi anni di scuola, ma piuttosto come un insieme di conoscenze, abilità e strategie in continua evoluzione, che gli individui sviluppano nel corso della vita in diverse situazioni e attraverso l'interazione con i pari e con i gruppi più ampi di cui fanno parte.

Al termine di un processo di condivisione, che ha coinvolto un gruppo di esperti selezionati dai Paesi partecipanti e dai comitati consultivi del progetto OCSE/PISA, si è adottata per l'indagine la seguente definizione di competenza di lettura (*reading literacy*):

“La competenza di lettura consiste nella comprensione e nell'utilizzazione di testi scritti e nella riflessione sui loro contenuti al fine di raggiungere i propri obiettivi, di sviluppare le proprie conoscenze e potenzialità e di svolgere un ruolo attivo nella società”.

Tale definizione supera la nozione di *reading literacy* intesa come decodifica e comprensione letterale, a favore di un'interpretazione che unisce la comprensione all'uso dell'informazione scritta e alla riflessione su di essa. La definizione, inoltre, fa riferimento all'insieme delle situazioni che chiamano in causa la competenza di lettura: dalla sfera privata a quella pubblica, dalla scuola al lavoro, dall'esercizio di una cittadinanza attiva all'apprendimento nel corso di tutta la vita. Essa indica che la *literacy* permette di realizzare le proprie aspirazioni individuali, da quelle ben definite, quali il conseguire un diploma o l'ottenere un posto di lavoro, fino a obiettivi più a lungo termine, come arricchire e sviluppare la vita personale. Possedere una competenza di lettura, inoltre, significa avere a disposizione gli strumenti linguistici che la società moderna – con le sue istituzioni, la sua pervasiva organizzazione burocratica e il suo complesso sistema legale – richiede.

Le persone, nel tentativo di comprendere ciò che leggono e di servirsene, reagiscono in modi diversi. Tale dinamica è influenzata da una molteplicità di fattori, su alcuni dei quali è possibile intervenire nell'ambito di indagini su larga scala come l'OCSE/PISA. Tra questi vi sono la situazione di lettura, le caratteristiche dei quesiti relativi al testo e la struttura stessa del testo. Tali fattori sono considerati aspetti importanti del processo di lettura e su di essi si è intervenuti al momento della costruzione delle prove usate nell'indagine.

Affinché il formato del testo, le caratteristiche degli item e le situazioni possano essere utilizzati nella messa a punto degli strumenti di valutazione e, successivamente, considerati nell'interpretazione dei risultati, è necessario specificare i diversi valori che ciascuno di questi fattori può assumere. Ciò consente di classificare ciascun compito in modo che sia possibile tener conto del peso di ciascuna componente nella messa a punto definitiva dello strumento dell'indagine.

FORMATO DEL TESTO

Un aspetto fondamentale della valutazione nell'indagine OCSE/PISA è la distinzione tra testi continui e testi non continui.

- **I testi continui** sono normalmente costituiti da frasi raggruppate in capoversi. Questi ultimi, a loro volta, possono far parte di strutture ancora più ampie (quali paragrafi, capitoli e libri). La principale classificazione dei testi continui si basa sul loro obiettivo retorico, ovvero sul tipo di testo.
- **I testi non continui** (o documenti, come sono a volte chiamati) possono essere classificati in due modi. Il primo è l'approccio basato sulla struttura formale utilizzato da Kirsch e Mosenthal (1989-1991), che classifica i testi in base alla struttura degli elenchi sottesa ai vari tipi di testo non continuo. L'approccio di Kirsch e Mosenthal è utile per comprendere somiglianze e differenze tra i diversi tipi di testo non continuo. Il secondo approccio utilizza le normali descrizioni di questo genere di testi. La classificazione dei testi non continui di OCSE/PISA avviene in base a quest'ultimo approccio.

Testi continui

I tipi di testo corrispondono a modi standard di classificare i testi continui sulla base dei contenuti e dello scopo dell'autore.

- **I testi narrativi** sono testi nei quali le informazioni riguardano le proprietà degli oggetti *nel tempo*. La domanda tipica alla quale rispondono i testi narrativi è "*quando?*" o anche "*in che ordine?*".
- **I testi informativi** sono testi nei quali l'informazione è presentata sotto forma di un insieme di concetti o costrutti mentali, o degli elementi costitutivi di tali concetti o costrutti. Questi testi forniscono una spiegazione di come tali elementi siano integrati in un insieme dotato di significato e spesso rispondono alla domanda "*come?*".
- **I testi descrittivi** forniscono informazioni circa le proprietà fisiche degli *oggetti nello spazio* o le caratteristiche delle persone. Essi rispondono in primo luogo alla domanda "*che cosa?*".
- **I testi argomentativi** contengono proposizioni che riguardano relazioni tra concetti o altre proposizioni. I testi argomentativi rispondono spesso alla domanda "*perché?*". Una sottocategoria importante dei testi argomentativi è quella dei **testi persuasivi**.
- **I testi di istruzioni** (detti anche **testi conativi**) sono testi che forniscono indicazioni su come agire. In tale categoria rientrano testi che contengono procedure, regole, regolamenti e statuti che definiscono determinati comportamenti.
- **I documenti o atti ufficiali** sono testi costruiti per standardizzare e conservare l'informazione. Tali testi possono essere connotati da caratteristiche testuali e grafiche altamente formalizzate.



- L'*ipertesto* è un insieme di testi uniti tra loro in modo tale da poter essere fruiti in diverse sequenze, consentendo ai lettori di seguire vari percorsi di lettura.

Testi non continui

I testi non continui sono strutturati diversamente dai testi continui e richiedono quindi un differente approccio da parte del lettore. Per un'analisi dell'approccio strutturale si veda l'opera di Kirsch e Mosenthal (1989-1991). Secondo tali autori un elenco è l'esempio più elementare di testo non continuo. All'interno di un elenco, infatti, si trovano un certo numero di elementi che condividono una o più proprietà; tali proprietà possono essere usate come etichetta o come titolo dell'elenco stesso. Gli elementi che compongono un elenco possono essere ordinati – come nel caso degli alunni di una classe elencati in ordine alfabetico – oppure essere elencati senza nessun ordine particolare – come nel caso di una lista della spesa.

Classificare i testi non continui in base al loro formato – come si vede di seguito – è un metodo pratico per stabilire quali tipi di testi non continui possano essere inclusi nella valutazione.

- I *grafici* sono rappresentazioni iconiche di dati. Sono utilizzati per sostenere le trattazioni scientifiche e anche per presentare numeri e tabelle in riviste o giornali.
- Le *tabelle* sono griglie con righe e colonne. Generalmente tutte le celle di ciascuna riga e di ciascuna colonna presentano proprietà comuni, e quindi le intestazioni delle righe e delle colonne fanno parte dell'informazione strutturale del testo. Tipi comuni di tabelle sono gli orari, i fogli di calcolo, i moduli d'ordine e gli schedari.
- Le *figure* spesso accompagnano descrizioni tecniche (quali, per esempio, quelle che illustrano i componenti di un elettrodomestico), testi informativi e istruzioni (quali, per esempio, quelle che spiegano come montare un elettrodomestico). È utile distinguere le figure che illustrano procedure (come fare qualcosa) da quelle che illustrano processi (come funziona qualcosa).
- Le *mappe* sono testi non continui che indicano le relazioni geografiche tra luoghi fisici. Esistono numerosi tipi di mappe. Le carte stradali indicano le distanze e i percorsi tra determinati luoghi. Le carte tematiche indicano le caratteristiche sociali o fisiche del territorio.
- I *moduli* sono testi strutturati con una precisa impostazione grafica con i quali si chiede al lettore di fornire determinate informazioni. Molte organizzazioni utilizzano moduli per raccogliere dati. I moduli spesso contengono risposte strutturate o pre-codificate. Dichiarazioni dei redditi, moduli per richiedere il permesso di soggiorno, moduli per richiedere il visto, domande di assunzione e questionari ne sono esempi tipici.
- I *fogli informativi* forniscono informazioni anziché richiederle come i moduli. Essi presentano le informazioni in forma sintetica e strutturata, in un formato che consente al lettore di localizzarle facilmente e velocemente. I fogli informativi possono contenere diversi tipi di testo, o anche elenchi, ta-

belle, figure e utilizzare una grafica sofisticata (titoli, caratteri, rientri e cornici), accorgimenti utili per sintetizzare ed evidenziare le informazioni. Orari, listini dei prezzi, cataloghi e programmi costituiscono un esempio di questo tipo di testi non continui.

- Gli *annunci* e le *pubblicità* sono documenti che invitano il lettore a fare qualcosa, come, ad esempio, comprare un prodotto o un servizio, partecipare a una manifestazione o a una riunione, eleggere un candidato a una carica pubblica, ecc. Il fine di tali documenti è di convincere il lettore. Essi offrono qualcosa e richiedono, allo stesso tempo, di prestare attenzione e di fare qualcosa. Opuscoli pubblicitari, inviti, convocazioni, avvisi e annunci sono esempi di questo tipo di documento.
- Le *ricevute* e i *buoni* servono a certificare che il possessore è autorizzato a usufruire di determinati servizi. Le informazioni che contengono, come nel caso di biglietti e fatture, devono essere sufficienti a dimostrarne la validità.
- Le *certificazioni* sono documenti che attestano la validità di un accordo o di un contratto. In essi è il contenuto a essere formalizzato più che la forma. Solitamente richiedono la firma di una o più persone competenti e autorizzate a certificare la validità delle dichiarazioni contenute nel documento. Garanzie, certificati scolastici, diplomi, contratti, ecc. sono documenti con tali caratteristiche.

Figura 2.1 • Distribuzione dei compiti di lettura per formato e tipo del testo

- La lettura come ambito principale (PISA 2000)
- La lettura come ambito secondario (PISA 2003)

Formato e tipo del testo	Percentuale dei compiti per formato e tipo del testo (%)		Percentuale dei compiti per formato e tipo del testo con riferimento all'intera prova (%)	
• Testi continui				
Narrativi	21	17	14	11
Informativi	36	67	24	43
Descrittivi	14	17	9	11
Argomentativi e persuasivi	20	-	13	-
Conativi	10	-	7	-
TOTALE ¹	100	100	68	64
• Testi non continui				
Grafici	37	20	12	7
Tabelle	29	40	9	14
Figure	12	-	4	-
Mappe	10	10	3	4
Moduli	10	30	3	11
Annunci pubblicitari	2	-	1	-
TOTALE ¹	100	100	32	36

¹ La somma dei dati non corrisponde sempre ai totali a causa dell'arrotondamento.



La distribuzione e la varietà dei testi proposti nell'indagine OCSE/PISA costituiscono elementi importanti della valutazione. La Figura 2.1 mostra la distribuzione dei compiti secondo i testi continui e non continui in PISA 2000 (con la lettura come ambito principale) e in PISA 2003 (con la lettura come ambito secondario). Si può facilmente osservare come, sia nel 2000 sia nel 2003, i testi continui rappresentino circa i due terzi dei compiti o dei quesiti usati nella valutazione. All'interno di questa categoria, in entrambi i cicli, la percentuale più elevata è rappresentata da testi di tipo informativo.

CARATTERISTICHE DEI QUESITI

Vi sono tre tipi di variabili che sono utilizzate per descrivere le caratteristiche dei quesiti: i processi (o aspetti) messi in gioco, che determinano il compito che lo studente deve svolgere; il tipo di quesito, che determina il modo in cui lo studente deve dimostrare la propria capacità di affrontare il compito proposto; lo schema di correzione delle risposte, che specifica come valutare le risposte degli studenti. La prima caratteristica è quella che richiede maggiore attenzione, anche se tutte saranno esaminate nelle prossime pagine.

Cinque processi (o aspetti)

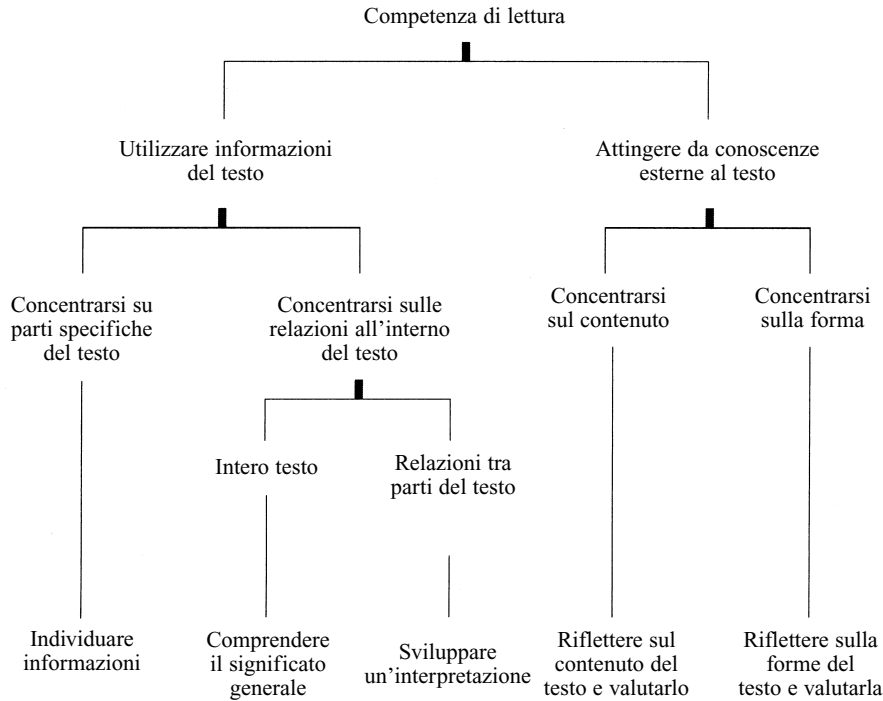
Nel tentativo di simulare situazioni di lettura autentiche, l'indagine OCSE/PISA misura cinque processi che sono in relazione con la piena comprensione di un testo, continuo o non continuo. Gli studenti devono dimostrare il proprio livello di competenza per ciascuno di tali processi:

- individuare informazioni;
- comprendere il significato generale di un testo;
- sviluppare un'interpretazione;
- riflettere sul contenuto di un testo e valutarlo;
- riflettere sulla forma di un testo e valutarla.

La piena comprensione di un testo implica tutti questi processi. Ogni lettore, a prescindere dalle sue prestazioni complessive, avrà un certo grado di competenza in ciascuno di essi (Langer, 1995). Per quanto i cinque aspetti siano in relazione tra loro (in quanto fondati su abilità comuni), il riuscire ad affrontare con successo uno di essi non significa necessariamente aver successo negli altri. Alcuni ritengono che tali aspetti facciano parte del repertorio di ciascun lettore a ogni livello del suo sviluppo, piuttosto che costituire un insieme gerarchico di abilità che si sviluppa in modo sequenziale.

La Figura 2.2 presenta le caratteristiche che permettono di identificare i cinque processi della lettura misurati nel progetto OCSE/PISA. Per quanto ciascun processo sia rappresentato in modo necessariamente semplificato, tuttavia la figura fornisce uno schema utile per organizzare e rappresentare le relazioni tra i diversi aspetti. Come si vede dalla Figura 2.2 questi cinque processi possono essere analizzati in relazione a quattro caratteristiche. La prima caratteristica ha a che fare con la provenienza dell'informazione che il lettore utilizza, a seconda cioè che questa provenga essenzialmente dal testo o da conoscenze enciclopediche del lettore. La seconda caratteristica riguarda l'aspetto del testo su cui il lettore deve concentrare maggiormente l'attenzione, cioè se egli debba prendere in considerazione singole parti del testo o le relazioni tra informazioni contenute nel testo. A volte si chiede al lettore di

Figura 2.2 • Caratteristiche dei cinque processi (aspetti) della competenza di lettura



localizzare singole informazioni, in altri casi gli si chiede di dimostrare di aver compreso le relazioni tra diverse parti del testo. Il focalizzarsi rispettivamente sul testo nel suo complesso o sulle relazioni tra parti del testo costituisce la terza caratteristica distintiva. La quarta caratteristica, infine, considera se al lettore è richiesto di concentrarsi sul contenuto del testo o piuttosto sulla sua forma/struttura. I cinque processi della lettura sono rappresentati sull'ultima riga della Figura 2.2, al termine delle diverse diramazioni. Partendo dall'alto dello schema e seguendo ciascuna diramazione si possono distinguere le caratteristiche associate a ciascun processo.

L'analisi che segue costituisce un tentativo di definire i processi che contraddistinguono la comprensione di un testo in maniera operativa e di metterli in corrispondenza con specifici tipi di quesiti. Per quanto ciascun processo sia considerato in riferimento a un singolo testo, potrebbe anche applicarsi a più testi, qualora questi facciano parte di un'unica prova. La descrizione di ciascun processo è articolata in due parti: la prima ne fornisce un quadro generale, mentre la seconda descrive come il processo possa essere valutato.

Individuare informazioni

Nella vita quotidiana, i lettori hanno spesso bisogno di informazioni specifiche: trovare un numero di telefono, verificare l'orario di partenza di un autobus o di un treno, oppure ritrovare un dato per confermare o confutare l'affermazione fatta da un'altra persona. In situazioni di questo tipo, il lettore vuole trovare informazioni isolate. Per fare ciò egli deve scorrere un testo per cercare, localizzare e selezionare l'informazione che gli interessa. Il processo di elaborazione messo in gioco da questo aspetto della lettura si colloca per lo più a livello della frase, per quanto, in alcuni casi, le informazioni possano trovarsi in due o più frasi o capoversi.



Per affrontare compiti che richiedono di localizzare un'informazione, lo studente che svolge la prova deve confrontare le informazioni fornite nella domanda con le informazioni letterali o sinonimiche presentate nel testo, e trovare così la nuova informazione richiesta. In questo tipo di compiti, la localizzazione delle informazioni si basa sul testo stesso e sulle informazioni esplicite fornite da quest'ultimo. Nei compiti di localizzazione lo studente deve trovare determinate informazioni sulla base delle condizioni o degli elementi specificati nelle domande. Lo studente deve scoprire o identificare gli elementi essenziali di un messaggio (personaggi, luoghi/tempi, contesto, ecc.) e cercare una corrispondenza che può essere letterale o sinonimica.

I compiti che richiedono di individuare informazioni possono anche comportare un certo grado di ambiguità. Per esempio, si può chiedere allo studente di trovare, all'interno di un testo o di una tabella, un'informazione esplicita, come un'indicazione di tempo o di luogo. Una versione più difficile dello stesso tipo di compito potrebbe consistere nell'individuare un'informazione sinonimica. In alcuni casi questo presuppone una classificazione o la scelta tra due informazioni simili. Modificando sistematicamente gli elementi che influiscono sulla difficoltà di un compito, è possibile definire diversi livelli di competenza legati a questo processo della comprensione.

Comprendere il significato generale del testo

Per comprendere il significato generale di un testo, il lettore deve considerare il testo nella sua interezza o in una prospettiva globale. Vi sono diversi compiti che richiedono una comprensione generale del testo da parte del lettore. Gli studenti possono dimostrare una prima comprensione del testo identificandone l'argomento o il messaggio principale, o indicandone lo scopo generale o l'utilità. Alcuni esempi di questo tipo di compiti sono quelli che chiedono al lettore di scegliere o di formulare un titolo o di esplicitare la tesi centrale di un testo, di spiegare la sequenza di semplici istruzioni, o di identificare le dimensioni principali di un grafico o di una tabella. Altri esempi sono la richiesta di descrivere il personaggio principale, l'ambientazione o il *milieu* di un racconto, di identificare il tema o il messaggio di un testo letterario, di spiegare la funzione o l'uso di una carta geografica o di una figura.

Alcuni dei compiti che si basano su una comprensione del significato generale possono richiedere di collegare un segmento del testo con la domanda. Questo avviene, per esempio, quando l'argomento o l'idea principale sono formulati in modo esplicito nel testo. Altri compiti possono richiedere allo studente di considerare più di un punto del testo, come quando il lettore deve inferire l'argomento principale sulla base della ricorrenza di una particolare categoria o informazione. Individuare l'idea principale di un testo significa ordinare le idee in modo gerarchico e scegliere quelle più generali e di livello più alto. Un compito di questo tipo permette di verificare se lo studente sia in grado di distinguere le idee principali dagli elementi secondari o di riconoscere la sintesi del tema principale contenuta in una frase o in un titolo.

Sviluppare un'interpretazione

Per sviluppare un'interpretazione il lettore deve andare al di là delle sue impressioni iniziali in modo da arrivare a una comprensione più dettagliata e completa di ciò che ha letto. I compiti di questo tipo richiedono una comprensione di tipo logico: il lettore deve esaminare l'organizzazione delle

informazioni nel testo. Per fare questo, deve dimostrare di coglierne la coerenza interna, anche nel caso in cui non sia in grado di definirla esplicitamente. In alcuni casi, per sviluppare un'interpretazione può essere necessario che il lettore elabori una sequenza di due sole frasi unite da una relazione di coesione locale, il cui riconoscimento può essere agevolato dalla presenza di indicatori di coesione, quali "primo" e "secondo" per indicare una sequenza. In casi più complessi (come per relazioni di causa-effetto), è possibile che non vi sia alcun indicatore di coesione esplicito.

Esempi di compiti che possono essere utilizzati nella verifica di questo processo sono trovare analogie e differenze tra informazioni, compiere inferenze e identificare ed elencare elementi a conferma di una tesi. I compiti basati su "trovare analogie e differenze" richiedono allo studente di collegare fra loro due o più informazioni contenute nel testo. Per elaborare informazioni esplicite o implicite a partire da una o più fonti, il lettore deve spesso inferire una relazione o una categoria lasciata implicita dall'autore. Anche i compiti che richiedono allo studente di compiere inferenze relative alle intenzioni dell'autore e di identificare gli elementi su cui è basata tale inferenza, riguardano questo processo della comprensione.

Riflettere sul contenuto di un testo e valutarlo

Per riflettere sul contenuto di un testo e valutarlo il lettore deve collegare le informazioni presenti nel testo con conoscenze che provengono da altre fonti. Deve anche valutare le affermazioni contenute nel testo sulla base delle proprie conoscenze enciclopediche. Vi sono molte situazioni in cui un lettore è chiamato a spiegare e a difendere il suo punto di vista. Per fare questo, egli deve essere in grado di capire quello che un testo dice e quindi mettere alla prova questa rappresentazione mentale con quanto egli sa e crede, basandosi sulle proprie conoscenze pregresse o sulle informazioni fornite da altri testi. Il lettore deve partire dai dati forniti dal testo e confrontarli con quelli di altre fonti di informazione, ricorrendo a conoscenze sia generali che specialistiche e al ragionamento astratto.

Tra i compiti che rientrano in questa categoria di elaborazione vi sono il fornire prove o argomenti esterni al testo, valutare la pertinenza di singole informazioni o dimostrazioni, stabilire confronti con norme morali o estetiche (standard). È possibile che allo studente venga richiesto di fornire o individuare informazioni che rafforzino la tesi dell'autore oppure di valutare l'adequazione delle informazioni o dei dati forniti dal testo. Le conoscenze extratestuali, a cui le informazioni del testo devono essere collegate, possono venire dal bagaglio di conoscenze di chi svolge la prova, da altri testi forniti dalla prova o da concetti formulati in modo esplicito nella domanda.

Riflettere sulla forma di un testo e valutarla

I compiti che rientrano in questa categoria richiedono al lettore di mettersi a una certa distanza dal testo, di considerarlo in modo oggettivo e di valutarne la qualità e la fondatezza. In compiti di questo tipo è importante la conoscenza di elementi quali la struttura del testo, il genere e il registro. Tali elementi, che costituiscono le fondamenta del mestiere di autore, giocano un ruolo considerevole nella comprensione dei parametri relativi a questo tipo di compiti. Per giudicare quanto un autore riesca a ritrarre determinate caratteristiche o a convincere un lettore, occorre non solo comprendere il conte-

nuto, ma anche saper cogliere le sfumature del linguaggio: capire, per esempio, come la scelta di un aggettivo possa influenzare l'interpretazione.

Esempi tipici di compiti che rientrano in questa categoria sono quelli in cui si deve determinare l'utilità di un dato testo in rapporto a uno specifico scopo comunicativo, valutando come l'autore usi determinate tecniche testuali per il raggiungimento di un dato obiettivo. È possibile anche che allo studente venga chiesto di descrivere o commentare lo stile e di individuare lo scopo e l'atteggiamento dell'autore.

La Figura 2.3 mostra la distribuzione dei tre compiti di *reading literacy* in relazione ai cinque processi (aspetti) della lettura appena definiti. La categoria più numerosa, i cui compiti costituiscono circa il 50% dello strumento, riguarda i processi illustrati nei due rami della Figura 2.2, che chiedono di concentrarsi sulle relazioni all'interno del testo. Tali compiti richiedono di comprendere il significato generale o di sviluppare un'interpretazione e, nella presentazione dei risultati, sono stati raggruppati quali indicatori di un singolo processo definito "interpretare il testo". In PISA 2000 e 2003, la categoria successiva quanto al numero di domande (29%) è costituita dai compiti che chiedono allo studente di dimostrare la propria capacità di individuare singole informazioni. Ciascuno dei processi fin qui elencati – comprendere il significato generale di un testo, individuare informazioni e sviluppare un'interpretazione – riguarda la misura in cui il lettore è in grado di comprendere e di utilizzare informazioni contenute principalmente nel testo. Il restante 20% circa dei compiti chiede allo studente di riflettere sul contenuto o sulle informazioni fornite dal testo, oppure sulla struttura e sulla forma del testo stesso.

Figura 2.3 • Distribuzione dei compiti di lettura in relazione ai processi (aspetti) di lettura

- La lettura come ambito principale (PISA 2000)
- La lettura come ambito secondario (PISA 2003)

Processo di lettura	% compiti nella prova	
Individuare informazioni	29	29
Interpretare il testo	49	50
Riflettere e valutare	22	21
TOTALE	100	100

Tipi di quesito

La Figura 2.4 mostra che in PISA 2000 e in PISA 2003 circa il 43% delle prove di lettura era costituito da quesiti a risposta aperta articolata che richiedono il giudizio da parte di un correttore. Le restanti prove sono costituite da quesiti a risposta aperta univoca, che richiedono un'attività minima di giudizio da parte del correttore, e da quesiti a scelta multipla semplice – nei quali gli studenti devono scegliere una fra diverse alternative – e a scelta multipla complessa – in cui gli studenti devono scegliere più di una alternativa.

La Figura 2.4 mostra inoltre che, per quanto i quesiti a scelta multipla e quelli a risposta aperta siano utilizzati per la valutazione di tutti gli aspetti della

lettura, essi non sono tuttavia distribuiti in modo uniforme: per i due processi che abbiamo definito *interpretare il testo* vi è una percentuale maggiore di quesiti a scelta multipla, come si vede dalla seconda riga della Figura 2.4. Al contrario, mentre i compiti definiti *riflettere e valutare* rappresentano circa il 20% dei quesiti di PISA 2000 e di PISA 2003, solo il 2% sono a scelta multipla nel 2000. Nei compiti che richiedono di *riflettere e valutare* quindi circa il 20% sono quesiti a risposta aperta articolata che prevedono il giudizio da parte di un correttore.

Figura 2.4 • Distribuzione dei compiti per processo (aspetto) di lettura e tipo di item

		Tipi di item									
		% di quesiti a scelta multipla semplice		% di quesiti a scelta multipla complessa		% di quesiti a risposta aperta univoca		% di quesiti a risposta aperta articolata ¹		TOTALE ²	
Processi (aspetti)											
Individuare informazioni		8		2	4	6	14	13	11	29	29
Interpretare il testo		32	29	2	4	2	7	13	11	49	50
Riflettere e valutare		2		2				18	21	22	21
TOTALE ²		42	29	6	7	9	21	44	43	100	100

¹ Questa categoria comprende i quesiti a risposta articolata breve.

² La somma dei dati non corrisponde sempre ai totali a causa dell'arrotondamento.

Correzione delle risposte

La correzione delle risposte è relativamente semplice nel caso dei quesiti a scelta multipla con punteggio dicotomico: o lo studente ha scelto la risposta corretta o non l'ha scelta. Modelli di quesiti con punteggi parziali richiedono viceversa procedure più complesse di correzione. In questo caso, dal momento che alcune risposte sbagliate sono considerate "più corrette" di altre, gli studenti che forniscono queste risposte "quasi giuste" ricevono un punteggio parziale. I modelli psicometrici per questo tipo di correzione non dicotomica sono oggi ben fondati e, per certi versi, sono preferibili ai punteggi dicotomici dal momento che utilizzano maggiormente le informazioni contenute nelle risposte. L'interpretazione dei punteggi non dicotomici, tuttavia, è più complessa dal momento che ciascun compito occupa più posizioni sulla scala di difficoltà: una posizione per la risposta pienamente corretta e posizioni diverse per ciascuna delle risposte a cui corrisponde un punteggio parziale. Nel progetto OCSE/PISA la correzione con punteggi parziali è utilizzata per alcune delle domande aperte più complesse.



SITUAZIONI

La definizione di *situazione* è stata presa in prestito da uno studio sull'uso della lingua effettuato dal Consiglio d'Europa (2001). Rispetto alla situazione, dunque, sono state individuate quattro variabili: lettura a uso privato, lettura a uso pubblico, lettura a fini professionali e lettura a fini scolastici. Sebbene l'indagine OCSE/PISA intenda valutare la comprensione sia in ambito scolastico sia in ambito extra-scolastico, tuttavia la definizione della situazione non può essere basata semplicemente sul luogo fisico nel quale avviene la lettura. Per esempio, i libri di testo sono letti sia a scuola sia a casa, ma è probabile che il processo e gli obiettivi di tale genere di lettura siano sostanzialmente analoghi nei due casi. Inoltre, la lettura coinvolge anche le intenzioni dell'autore, i diversi generi di contenuto e la possibilità che persone diverse dal lettore propriamente inteso (come insegnanti e/o datori di lavoro) decidano cosa si debba leggere e a quale scopo.

Pertanto, nell'ambito della valutazione OCSE/PISA, la dimensione della situazione può essere considerata come una classificazione dei testi fondata sul tipo di uso per il quale sono stati scritti, sulle relazioni con altre persone implicitamente o esplicitamente legate al testo e sul contenuto generale. I testi utilizzati nell'indagine sono stati tratti da una varietà di situazioni al fine di rendere evidenti le differenze fra i contenuti oggetto della valutazione della competenza di lettura. Grande attenzione, inoltre, è stata posta per quanto concerne le fonti dei testi che dovevano entrare a far parte dell'indagine. L'obiettivo era di raggiungere un equilibrio fra l'ampiezza della definizione di competenza di lettura adottata dal progetto OCSE/PISA e l'eterogeneità linguistica e culturale che caratterizza i Paesi partecipanti. Il rispetto di tale eterogeneità contribuiva a garantire che non ci fossero gruppi nazionali favoriti o svantaggiati rispetto al contenuto delle prove.

I quattro tipi di situazione tratti dallo studio sul linguaggio effettuato dal Consiglio d'Europa (2001) possono essere schematizzati come segue:

- *Lettura a uso privato (personale)*. Questo tipo di lettura avviene per soddisfare i propri interessi personali, di ordine sia pratico sia conoscitivo. Tale categoria comprende anche le letture fatte al fine di mantenere o sviluppare relazioni personali con altre persone. Tra i contenuti caratteristici figurano le lettere personali, le opere narrative, le biografie e i testi informativi letti per curiosità, nell'ambito di attività di svago.
- *Lettura a uso pubblico*. Questo tipo di lettura è praticato per partecipare ad attività della più ampia sfera sociale e pubblica. Tale categoria comprende la lettura di documenti ufficiali così come quella di informazioni che riguardano eventi pubblici. Normalmente questi compiti sono legati a contatti più o meno anonimi con altri.
- *Lettura a fini professionali*. Anche se non sono molti i quindicenni impegnati a livello professionale, è importante valutare in che misura essi siano preparati a entrare nel mondo del lavoro giacché, nella maggior parte dei Paesi, più della metà di loro entrerà a far parte della popolazione attiva nell'arco di un paio d'anni. Esempi tipici di questo tipo di compiti sono quelli cui si fa normalmente riferimento con l'espressione "letture per agire" (Sticht, 1975; Stiggins, 1982), in quanto sono legati all'esecuzione di una qualche operazione concreta.

- **Lettura a fini scolastici.** Questo tipo di lettura, che ha per scopo l'acquisizione di informazioni, si iscrive generalmente nel più ampio ambito dei compiti di apprendimento. Per lo più, si tratta di letture che non sono scelte spontaneamente dal lettore, ma che sono assegnate da un insegnante e il loro contenuto è generalmente concepito allo scopo di insegnare qualcosa. Si fa spesso riferimento a questo tipo di compiti con l'espressione "letture per apprendere" (Sticht, 1975; Stiggins, 1982).

La Figura 2.5 mostra la distribuzione dei compiti di lettura in relazione a tutte e quattro le situazioni sopra elencate nel quadro di due scenari: quello in cui la lettura era l'ambito principale della valutazione (PISA 2000) e quello in cui essa costituisce un ambito secondario (PISA 2003).

Figura 2.5 • Distribuzione dei compiti di *reading literacy* in relazione alla situazione

- La lettura come ambito principale (PISA 2000)
- La lettura come ambito secondario (PISA 2003)

Situazione	Percentuale di compiti	
Personale	20	21
Pubblica	38	25
Professionale	14	25
Scolastica	28	29
TOTALE	100	100

PRESENTAZIONE DEI RISULTATI

La costruzione di scale con i compiti di *reading literacy*

I compiti utilizzati nella valutazione sono stati costruiti e somministrati a campioni di quindicenni rappresentativi a livello nazionale dei Paesi partecipanti, in modo da garantire una copertura il più ampia possibile della competenza di lettura. Ciò nonostante, poiché non è pensabile che un singolo studente sia in grado di rispondere all'intero pacchetto di prove, l'indagine prevede che a ciascuno studente coinvolto sia somministrata una parte dell'intero pacchetto di prove e, allo stesso tempo, che ciascuna prova sia somministrata a un campione rappresentativo di studenti di ciascun Paese. Rimane dunque la questione di come riuscire a riassumere la prestazione degli studenti in riferimento all'intero pacchetto di prove.

Possiamo immaginare che i compiti di lettura si collochino lungo un *continuum*, in termini di difficoltà e di livello di abilità necessario per rispondere correttamente a ogni singolo quesito. La procedura adottata nel progetto OCSE/PISA per cogliere tale *continuum* di difficoltà e abilità è la cosiddetta *Item Response Theory* (IRT). L'IRT è un modello matematico utilizzato per stimare con quale probabilità una data persona risponderà correttamente a un dato quesito che fa parte di un determinato pacchetto di prove. Tale probabilità viene rappresentata lungo un *continuum* che riassume in sé sia il livello di competenza di una persona, cioè il suo livello di abilità, sia la complessità del quesito,



cioè il suo livello di difficoltà. Tale *continuum* di difficoltà e di abilità verrà di qui in avanti convenzionalmente definito *scala*.

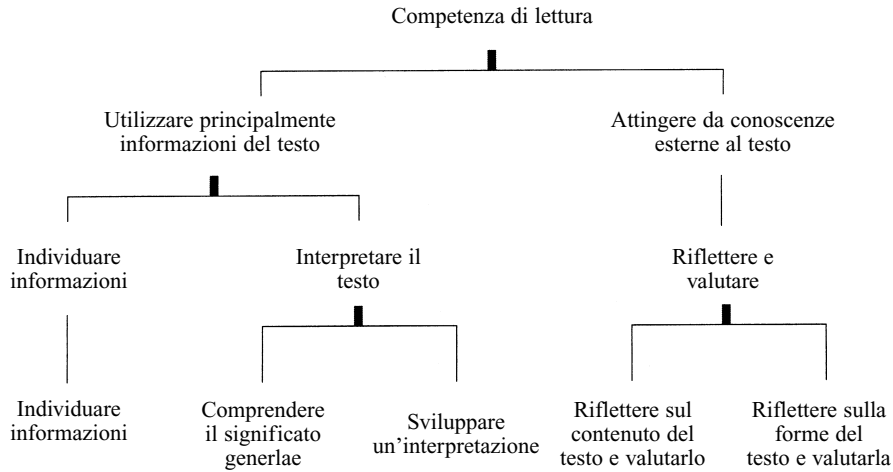
La presentazione dei risultati

Per quanto riguarda la presentazione dei risultati, PISA 2003 si atterrà allo stesso schema usato in PISA 2000, presentando i risultati sotto forma di livelli di competenza riferiti a una scala fondata teoricamente e interpretabile in termini di politiche educative. I risultati della valutazione della competenza di lettura sono stati innanzitutto presentati in forma sintetica su una scala che fa riferimento a un singolo costrutto teorico di *reading literacy* con media 500 e deviazione standard 100. Le prestazioni degli studenti, inoltre, sono state anche analizzate in riferimento a cinque sottocomponenti della scala complessiva: tre basate sui processi della lettura – individuare informazioni, interpretare un testo, riflettere e valutare (OCSE, 2001a) – e due basate sul formato del testo – continuo o non continuo (OCSE 2002). Tali scale parziali consentono di confrontare il punteggio medio e la distribuzione tra sottogruppi di studenti all'interno dello stesso Paese e/o tra Paesi in relazione alle diverse componenti del costrutto della *reading literacy*. Sebbene le correlazioni fra le scale parziali siano molto elevate, il fatto di riportare i risultati in relazione a esse può mostrare l'esistenza di interazioni interessanti nei diversi Paesi e, laddove questo accadesse, si potrebbero analizzare e individuarne le relazioni con il curriculum e con le metodologie di insegnamento adottati: in alcuni Paesi si potrebbe trattare di insegnare in modo più efficace con gli stessi programmi, mentre in altri si potrebbe discutere non solo *come* si insegna ma anche *cosa* si insegna.

Le scale parziali basate sui processi

La Figura 2.6 riassume i compiti di lettura in riferimento a tre processi. Le ragioni per ridurre da cinque a tre le scale basate sui processi sono due, una pratica e l'altra teorica. Da un punto di vista pratico occorre considerare che, poiché nelle rilevazioni di PISA 2003 e 2006 la lettura è un ambito secondario – e dunque gli item di lettura si riducono a una trentina invece dei 141 di PISA 2000 – i dati non consentono di costruire serie temporali per cinque scale parziali relative ai processi. Da un punto di vista teorico, inoltre, si è scelto di accorpare alcuni dei processi illustrati nella Figura 2.2 come segue: *comprendere il significato generale di un testo* e *sviluppare un'interpretazione* sono confluiti in un'unica scala denominata *interpretare il testo*, poiché entrambi i processi presuppongono un'elaborazione dell'informazione testuale (dell'intero testo nel caso di *comprendere il significato generale di un testo* e delle relazioni tra parti del testo nel caso di *sviluppare un'interpretazione*), mentre, *riflettere sul contenuto di un testo e valutarlo* e *riflettere sulla forma di un testo e valutarla* sono stati riuniti in un'unica scala denominata *riflettere e valutare* poiché si è visto che la distinzione tra forma e contenuto in questo contesto era, all'atto pratico, piuttosto arbitraria.

Figura 2.6 • Relazione tra il quadro di riferimento della competenza di lettura e le scale basate sul tipo di processo (aspetti)



Scale parziali basate sul formato del testo

PISA 2003 offre anche la possibilità di esaminare i risultati in relazione al formato del testo, come sono stati presentati nel rapporto *Reading for change: performance and engagement across countries* (OECD, 2002). La Figura 2.7 riporta i vari tipi di testo e i compiti a essi associati su due scale parziali basate sul formato del testo. Una tale organizzazione dei dati consente di esaminare le differenze tra i vari Paesi rispetto alla capacità di servirsi dei diversi formati di testo. Nella presentazione dei dati di PISA 2000, due terzi dei compiti sono stati utilizzati per costruire la scala dei *testi continui*, mentre il rimanente terzo dei compiti è stato utilizzato per costruire la scala dei *testi non continui*.

Figura 2.7 • Relazione tra il quadro di riferimento della competenza di lettura e le scale basate sul formato del testo





I punteggi riportati sulla scala complessiva e quelli riportati sulle cinque scale parziali rappresentano vari gradi di competenza. Un punteggio basso indica che uno studente ha conoscenze e abilità limitate, mentre, al contrario, un punteggio alto è indice di competenze e abilità elevate. L'utilizzo dell'*Item Response Theory* consente, non solo di riassumere i risultati di diversi segmenti della popolazione di studenti, ma anche di determinare la difficoltà relativa dei compiti di lettura inclusi nell'indagine. In altri termini, come agli individui è attribuito un punteggio su una scala a seconda della loro riuscita nella prova di valutazione, così anche ciascun compito ha un dato punteggio su una scala, a seconda della sua difficoltà quale risulta dalle prestazioni degli studenti dei diversi Paesi che partecipano all'indagine.

Costruire una mappa dei quesiti

L'insieme delle prove di lettura usate nel progetto OCSE/PISA è molto diversificato quanto al formato del testo, alla situazione e ai processi richiesti e, di conseguenza, quanto alla difficoltà. Tale varietà può essere colta attraverso la cosiddetta mappa dei quesiti (*item map*). Una mappa dei quesiti fornisce una rappresentazione grafica delle abilità di lettura degli studenti che si collocano a diversi punti di una scala di *reading literacy*. Una simile mappa presenta una breve descrizione di un certo numero di item della prova, selezionati fra quelli che sono stati resi pubblici, accanto al loro punteggio sulla scala. Tale descrizione contiene sia le particolari abilità che l'item vuole valutare, sia, nel caso di quesiti a risposta aperta, i criteri per la correzione delle risposte. Dall'esame delle descrizioni, dunque, è possibile farsi un'idea del tipo di processi richiesti agli studenti e delle capacità che gli studenti devono dimostrare in relazione ai diversi livelli delle scale di *reading literacy*.

La Figura 2.8 mostra un esempio di mappa dei quesiti tratta da PISA 2000. Può essere utile fornire una breve spiegazione di come interpretarla. Il punteggio attribuito a ciascun item si basa sul principio che uno studente che si trova a un dato punto della scala abbia lo stesso livello di competenza nei confronti di tutti gli item che si trovano a quel punto della scala. Si è stabilito che, per quanto riguarda l'OCSE/PISA, per "competenza" s'intende che gli studenti che si collocano a un determinato punto della scala hanno il 62% delle possibilità di rispondere correttamente ai quesiti che si collocano in quello stesso punto. Per esempio, nella Figura 2.8 c'è un'item che si colloca a 421 sulla scala complessiva della lettura. Questo significa che gli studenti che hanno un punteggio di 421 sulla scala complessiva di *reading literacy* avranno il 62% di probabilità di rispondere correttamente agli item con un livello di difficoltà di 421 punti sulla scala. Ciò non vuol dire che gli studenti con un punteggio inferiore a 421 risponderanno sempre in modo sbagliato a tali item, ma piuttosto che ci si aspetta che essi rispondano correttamente a un item di quel livello di difficoltà meno del 62% delle volte, mentre gli studenti con un punteggio superiore a 421 avranno una probabilità superiore al 62% di rispondere correttamente. Occorre notare, inoltre, che ciascun item compare, oltre che sulla scala complessiva di *reading literacy*, anche in una delle scale parziali legate ai processi di lettura e in una di quelle legate al formato del testo. L'item che abbiamo preso in esame, che si colloca al livello 421 della scala complessiva, richiede agli studenti di individuare lo scopo che accomuna due brevi testi ponendo a confronto le idee principali di ciascuno di essi, cioè richiede di interpretare il testo, e fa dunque anche parte delle scale parziali di interpretazione del testo e di quella dei testi continui.

Figura 2.8 • Esempio di una mappa dei quesiti dell'indagine PISA 2000

<div> ○ Tipi di processi ■ Tipi di formato </div>	Tipi di processi (aspetti)			Formato dei testi	
	Individuare informazione	Interpretare il testo	Riflettere e valutare	Testi continui	Testi non continui
Mappa dei quesiti					
822: ELABORARE IPOTESI riguardo a un fenomeno inatteso utilizzando conoscenze esterne al testo, oltre che tutte le informazioni rilevanti contenute in una TABELLA COMPLESSA riguardante un argomento relativamente poco familiare (punteggio pieno, 2).			○		■
727: ANALIZZARE diversi casi particolari e FARLI RIENTRARE nelle categorie fornite in un DIAGRAMMA AD ALBERO in cui parte delle informazioni rilevanti sono contenute nelle note a piè di pagina (punteggio pieno, 2).		○			■
705: ELABORARE IPOTESI riguardo a un fenomeno inatteso utilizzando conoscenze esterne al testo, oltre che tutte le informazioni rilevanti contenute in una TABELLA COMPLESSA riguardante un argomento relativamente poco familiare (punteggio parziale, 1).			○		■
652: VALUTARE il finale di un LUNGO TESTO NARRATIVO in relazione al suo tema o tono implicito (punteggio pieno, 2).			○	■	
645: METTERE IN RELAZIONE SFUMATURE DEL LINGUAGGIO con l'argomento principale di un LUNGO TESTO NARRATIVO in presenza di tesi in conflitto fra loro.		○		■	
631: LOCALIZZARE informazioni in un DIAGRAMMA AD ALBERO servendosi di informazioni contenute in una nota a piè di pagina (punteggio pieno, 2).	○				■
603: INTERPRETARE il significato di una frase mettendola in relazione a un contesto più ampio, in un LUNGO TESTO NARRATIVO .		○		■	
600: ELABORARE IPOTESI riguardo a una scelta dell'autore, mettendo in relazione i dati di un grafico con il tema principale che si desume da RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE MOLTEPLICI .			○		■
581: COMPARARE E VALUTARE lo stile di due LETTERE aperte.			○	■	
567: VALUTARE il finale di un LUNGO TESTO NARRATIVO in rapporto alla trama (punteggio parziale, 1).			○	■	
542: INFERIRE l'esistenza di un RAPPORTO DI CARATTERE ANALOGICO tra due fenomeni di cui si parla in una LETTERA aperta.		○		■	
540: IDENTIFICARE la data d'inizio di un determinato processo/evento desumendola da un GRAFICO .	○				■
539: INTERPRETARE il significato di brevi citazioni tratte da un LUNGO TESTO NARRATIVO , in relazione all'atmosfera o alla situazione nella quale sono inserite nel testo stesso (punteggio parziale, 1).		○		■	
537: COLLEGARE informazioni fornite in un LUNGO TESTO NARRATIVO con idee personali al fine di sostenere punti di vista contrapposti (punteggio pieno, 2).			○	■	

segue



<div> <div>○ Tipi di processi</div> <div>■ Tipi di formato</div> </div>	Tipi di processi (aspetti)			Formato dei testi	
	Individuare informazione	Interpretare il testo	Riflettere e valutare	Testi continui	Testi non continui
<div> <div>Mappa dei quesiti</div> </div>					
<div> <div>529: SPIEGARE le motivazioni alla base delle azioni di un personaggio concatenando fra loro gli eventi narrati in un LUNGO TESTO NARRATIVO.</div> </div>		○		■	
<div> <div>508: INFERIRE il RAPPORTO esistente fra DUE RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE basate su codici differenti.</div> </div>		○			■
<div> <div>486: VALUTARE l'adeguatezza di un DIAGRAMMA AD ALBERO in relazione a determinati obiettivi.</div> </div>			○		■
<div> <div>485: LOCALIZZARE informazioni di carattere numerico in un DIAGRAMMA AD ALBERO.</div> </div>	○				■
<div> <div>480: COLLEGARE informazioni fornite in un LUNGO TESTO NARRATIVO con idee personali al fine di sostenere un unico punto di vista (punteggio parziale, 1).</div> </div>			○	■	
<div> <div>478: LOCALIZZARE e COLLEGARE informazioni fornite in un DIAGRAMMA LINEARE e nell'introduzione che lo precede allo scopo di desumere un dato mancante.</div> </div>	○				■
<div> <div>477: COMPRENDERE la struttura di un DIAGRAMMA AD ALBERO.</div> </div>		○			■
<div> <div>473: METTERE IN RELAZIONE le categorie illustrate in un DIAGRAMMA AD ALBERO con casi particolari, quando parte delle informazioni rilevanti sono contenute nelle note a piè di pagina (punteggio parziale, 1).</div> </div>		○			■
<div> <div>447: INTERPRETARE le informazioni fornite in un singolo capoverso allo scopo di comprendere l'ambientazione di un TESTO NARRATIVO.</div> </div>		○		■	
<div> <div>445: Distinguere fra variabili e CARATTERISTICHE STRUTTURALI in un DIAGRAMMA AD ALBERO.</div> </div>			○		■
<div> <div>421: IDENTIFICARE lo SCOPO comune di due BREVI TESTI.</div> </div>		○		■	
<div> <div>405: LOCALIZZARE singole informazioni espresse in modo esplicito in un TESTO che contiene forti elementi d'organizzazione.</div> </div>	○			■	
<div> <div>397: Dedurre l'IDEA PRINCIPALE di un semplice DIAGRAMMA A BARRE a partire dal titolo.</div> </div>		○			■
<div> <div>392: LOCALIZZARE una singola informazione espressa in modo letterale in un TESTO dotato di una chiara struttura testuale.</div> </div>	○			■	
<div> <div>367: LOCALIZZARE informazioni espresse in modo esplicito in un breve segmento ben determinato all'interno di un TESTO NARRATIVO.</div> </div>	○			■	
<div> <div>363: LOCALIZZARE una singola informazione espressa in modo esplicito in un TESTO con suddivisioni interne titolate.</div> </div>	○			■	
<div> <div>356: RICONOSCERE L'ARGOMENTO di un articolo dotato di un sottotitolo chiaro e di una considerevole quantità di informazioni ridondanti.</div> </div>		○		■	

I livelli di competenza di lettura

Così come gli studenti esaminati in ciascun Paese sono un campione che rappresenta la popolazione degli studenti quindicenni di quel Paese, ciascun compito di lettura è rappresentativo di una determinata classe di compiti nell'ambito della *reading literacy*. Ciascun compito rappresenta, dunque, la competenza nei confronti di un determinato tipo di elaborazione delle informazioni e nei confronti di un determinato tipo di testo che un quindicenne dovrebbe avere acquisito. La domanda che sorge spontanea è: che cosa distingue i compiti che si trovano al fondo della scala da quelli che si trovano nel mezzo o in cima? E ancora, i compiti che si trovano circa allo stesso punto della scala condividono alcune caratteristiche fondamentali che ne determinano un livello di difficoltà analogo? È sufficiente un'occhiata alla *item map* per rendersi conto che i quesiti che si trovano all'estremo inferiore di ciascuna scala sono sostanzialmente diversi da quelli che si collocano all'estremo superiore. Da un'analisi più attenta della gamma di quesiti in ciascuna delle scale si ricava la presenza di un sistema ordinato di abilità e di strategie di elaborazione delle informazioni. Un gruppo di esperti della materia ha esaminato ognuno dei compiti proposti, allo scopo di identificare l'insieme di variabili che sembrano influenzarne il grado di difficoltà e, da tale analisi, è risultato come la difficoltà sia determinata, in parte, dalla lunghezza, dalla struttura e dalla complessità del testo in sé. Gli esperti, tuttavia, si sono anche resi conto che, nella maggior parte delle prove di lettura (vale a dire l'insieme di un testo e delle domande a esso connesse), i quesiti si dispongono a vari livelli della scala; ciò significa che, mentre la struttura del testo contribuisce a determinare la difficoltà dell'item, quanto il lettore è chiamato a fare con quel testo, che viene specificato nel quesito o nelle istruzioni, interagisce con il testo stesso e condiziona la difficoltà complessiva.

Gli esperti della materia e coloro che hanno costruito la prova hanno identificato un certo numero di variabili in grado di influenzare la difficoltà dei compiti di lettura. Un fattore saliente è il processo implicato nell'individuare informazioni, nell'interpretare il testo o nel riflettere su ciò che si è letto. I processi variano per grado di complessità e di sofisticazione, dal semplice collegare singole informazioni, al classificare concetti in relazione a un dato criterio, fino al valutare criticamente e formulare ipotesi su una porzione del testo. La difficoltà dei compiti di reperimento di informazioni, inoltre, non dipende soltanto dal processo chiamato in gioco, ma anche dal numero di informazioni che devono essere considerate per rispondere, dal numero di criteri che tali informazioni devono soddisfare e dal fatto che esse debbano o meno essere ordinate secondo una particolare sequenza. Nel caso di compiti di interpretazione e di riflessione, uno dei fattori più importanti per determinare la difficoltà del compito è la dimensione del testo da elaborare. Nei quesiti che richiedono la riflessione del lettore, la difficoltà è condizionata anche dalla familiarità o dalla specificità delle conoscenze extra-testuali necessarie per rispondere. In tutti i processi connessi con l'atto della lettura, inoltre, la difficoltà del compito dipende da quanto le informazioni richieste sono in evidenza, da quante informazioni presenti nel testo possono essere confuse con l'informazione richiesta e dal fatto che il riferimento ai concetti o alle informazioni richieste per completare il compito sia o meno esplicito.

Allo scopo di mostrare la progressione nella complessità e nella difficoltà delle prove di PISA 2000, sia la scala complessiva di competenza di lettura sia le scale parziali sono state suddivise in cinque livelli:



Livello	Punteggio sulla scala PISA
1	Da 335 a 407
2	Da 408 a 480
3	Da 481 a 552
4	Da 553 a 625
5	più di 625

Gruppi di esperti hanno verificato come i compiti che si collocano a ciascun livello di competenza di lettura condividano molte caratteristiche e requisiti e come, viceversa, differiscano sistematicamente dai compiti che si collocano ai livelli più alti o più bassi. Di conseguenza, la divisione in livelli risulta essere uno strumento utile per esplorare la progressione della competenza di lettura all'interno di ciascuna scala. Tale progressione è schematizzata nella Figura 2.9. Questa suddivisione in livelli sarà realizzata per l'ambito principale di ogni ciclo.

Figura 2.9 • Mappa dei livelli di competenza di lettura

	Individuare informazioni	Interpretare il testo	Riflettere e valutare
5	Localizzare, ed eventualmente ordinare o integrare, più informazioni non immediatamente evidenti, alcune delle quali possono trovarsi al di fuori del corpo principale del testo. Inferire quali, fra le informazioni del testo, siano pertinenti rispetto al compito, discriminando tra più informazioni plausibili.	Cogliere il significato di sfumature del linguaggio o dimostrare una piena ed approfondita comprensione del testo.	Valutare criticamente e formulare ipotesi basandosi su conoscenze di carattere specialistico. Saper affrontare concetti contrari alle aspettative e basarsi su una conoscenza approfondita di testi lunghi o complessi.
<p>Testi continui. Trattare testi la cui struttura non è ovvia o chiaramente indicata al fine di discernere la relazione tra specifiche porzioni di testo e il suo argomento o scopo implicito.</p> <p>Testi non continui. Identificare la struttura che lega fra loro molte informazioni presenti all'interno di una rappresentazione grafica – che può essere ampia e complessa – facendo riferimento, in alcuni casi, anche a informazioni che si trovano al di fuori della rappresentazione stessa. Il lettore deve essere in grado di comprendere da solo che, per comprendere pienamente una determinata porzione del testo, è necessario far riferimento a un'altra parte dello stesso documento, per esempio una nota a piè di pagina.</p>			
4	Localizzare, ed eventualmente ordinare o integrare, più informazioni non immediatamente evidenti, ciascuna delle quali può dover soddisfare molteplici criteri, all'interno di un testo il cui contesto o la cui forma non sono familiari. Inferire quali, fra le informazioni del testo, sono pertinenti rispetto al compito da svolgere.	Utilizzare inferenze complesse basate sul testo per comprendere e applicare categorie a un testo di argomento non familiare e per interpretare il significato di una porzione del testo tenendo conto del testo nel suo insieme. Saper affrontare ambiguità, idee contrarie alle aspettative e concetti espressi in forma negativa.	Servirsi di nozioni di carattere formale o di cultura generale per formulare ipotesi su un testo o per valutarlo criticamente. Dimostrare di comprendere in modo accurato testi lunghi o complessi.
<p>Testi continui. Seguire collegamenti linguistici o tematici lungo più capoversi, spesso in assenza di indicatori del discorso, allo scopo di localizzare, interpretare o valutare informazioni non immediatamente evidenti oppure per inferire il significato di carattere psicologico o astratto.</p> <p>Testi non continui. Scorrere un testo lungo e dettagliato al fine di individuare informazioni pertinenti, spesso in mancanza di un'organizzazione grafica (etichette, formattazione particolare ecc.) per localizzare più informazioni da confrontare o integrare.</p>			

Figura 2.9 (continua) • Mappa dei livelli di competenza di lettura

Individuare informazioni	Interpretare il testo	Riflettere e valutare
3 Localizzare e, in alcuni casi, riconoscere la relazione tra singole informazioni, ciascuna delle quali può dover soddisfare molteplici criteri. Gestire informazioni messe in rilievo che possono essere confuse con quelle richieste.	Integrare diverse parti di un testo al fine di identificarne l'idea principale, di comprendere una relazione o di interpretare il significato di una parola o di una frase. Confrontare, contrapporre o classificare tenendo conto di molteplici criteri. Gestire informazioni che possono essere confuse con quelle richieste.	Stabilire connessioni o paragoni, fornire spiegazioni su un aspetto di un testo o valutarlo. Dimostrare una comprensione dettagliata di un testo mettendolo in relazione a nozioni familiari o della vita quotidiana, oppure attingendo a nozioni meno comuni.
<p>Testi continui. Utilizzare, laddove siano presenti, strutture testuali convenzionali e seguire connessioni logiche esplicite ed implicite (quali relazioni di tipo causa-effetto) lungo più proposizioni o capoversi al fine di localizzare, interpretare o valutare informazioni.</p> <p>Testi non continui. Esaminare una rappresentazione grafica alla luce di un'altra rappresentazione o di un altro documento, magari presentato in forma differente, oppure integrare diverse informazioni singole – di carattere spaziale, verbale o numerico – in un grafico o in una mappa al fine di trarre conclusioni sull'insieme delle informazioni rappresentate.</p>		
2 Localizzare una o più informazioni, ciascuna delle quali può dover soddisfare molteplici criteri. Gestire informazioni che possono essere confuse con quelle richieste.	Identificare l'idea principale di un testo, comprendere relazioni, creare o applicare semplici categorie oppure interpretare il significato di una porzione limitata di testo nei casi in cui le informazioni non sono in evidenza e vengono richieste inferenze poco complesse.	Stabilire paragoni o connessioni tra il testo e conoscenze extra-testuali oppure spiegare un aspetto del testo attingendo dalla propria esperienza e dalle proprie opinioni personali.
<p>Testi continui. Seguire connessioni linguistiche o tematiche all'interno di un unico capoverso, allo scopo di localizzare o interpretare informazioni, oppure sintetizzare informazioni da diversi testi o porzioni di testo, allo scopo di inferire lo scopo dell'autore.</p> <p>Testi non continui. Dimostrare di afferrare la struttura sottesa ad una rappresentazione grafica, quale un semplice diagramma ad albero o una tabella, oppure integrare due informazioni di un grafico o di una tabella.</p>		
1 Localizzare, sulla base di un singolo criterio, una o più informazioni indipendenti formulate in modo esplicito, con poche o senza informazioni che possono essere confuse con quelle richieste.	Riconoscere l'idea principale o lo scopo dell'autore, in un testo riguardante un argomento familiare in casi in cui le informazioni richieste sono in evidenza.	Stabilire una semplice connessione tra informazioni presenti nel testo e nozioni comuni della vita quotidiana.
<p>Testi continui: Utilizzare la ridondanza testuale, i titoli o le convenzioni grafiche per formarsi un'opinione riguardo all'idea principale di un testo, o per localizzare informazioni formulate in modo esplicito in un punto circoscritto del testo.</p> <p>Testi non continui: Concentrarsi su singole informazioni slegate, solitamente raccolte in un'unica rappresentazione grafica, quale una mappa semplice o in un grafico a linee o a barre, che presenta poche informazioni in modo diretto e nel quale il testo scritto si riduce a poche parole o frasi.</p>		



Interpretare i livelli di competenza di lettura

Ciascun livello della scala rappresenta non soltanto una gamma di compiti – con le competenze e le abilità a essi associate – ma anche una gamma dei gradi di competenza dimostrati dagli studenti. Come osservato in precedenza, inizialmente i livelli erano stati stabiliti da un gruppo di esperti in modo che costituissero un insieme di compiti con caratteristiche comuni. Tali livelli, tuttavia, condividono anche proprietà di tipo statistico. Si calcola, infatti, che lo studente che si colloca intorno alla media di un certo livello sia in grado di eseguire un compito, che si colloca a un punteggio medio all'interno di quello stesso livello, il 62% delle volte. Inoltre, l'ampiezza di ciascun livello è determinata, in parte, dal presupposto che uno studente, con un punteggio che si colloca all'estremità inferiore di un determinato livello, sia in grado di rispondere correttamente ad almeno il 50% dei quesiti di un ipotetico test costituito da quesiti selezionati a caso tra quelli di quel livello.

Giacché ciascuna scala rappresenta una progressione in termini di conoscenze e di abilità, uno studente che si colloca a un certo livello dimostra di possedere non solo le competenze e le abilità di quel livello ma anche quelle dei livelli inferiori. Pertanto, le competenze e le abilità di ciascun livello poggiano su quelle del livello immediatamente inferiore e le comprendono. Ciò significa che uno studente cui si attribuisce una competenza di Livello 3 è in grado di eseguire con successo i compiti dei Livelli 1 e 2, mentre ci si aspetta che gli studenti che si collocano ai Livelli 1 e 2 rispondano correttamente a quesiti che si collocano intorno alla media del Livello 3 meno del 50% delle volte. In altri termini, gli studenti che si collocano a livelli inferiori al 3 dovrebbero rispondere correttamente a meno del 50% degli item in un ipotetico test costituito da quesiti di Livello 3.

La Figura 2.10 illustra con quale probabilità individui che si collocano a determinati punti della scala complessiva di competenza di lettura rispondano correttamente a compiti di diversi gradi di difficoltà. Si tratta di un compito di Livello 1, di un compito di Livello 3 e di un compito che ha due punteggi, uno di Livello 4 e uno di Livello 5. Dalla figura si vede chiaramente come uno studente con un punteggio di 289 – che si considera dunque a un livello inferiore al Livello 1 – abbia soltanto il 43% delle probabilità di rispondere correttamente a un quesito di Livello 1 con un punteggio di 367 sulla scala complessiva. Il medesimo studente ha soltanto il 14% delle probabilità di rispondere correttamente a un quesito di Livello 3 e quasi nessuna di rispondere correttamente ad un quesito di Livello 5. Uno studente con un grado di competenza pari a 371, invece, che si colloca intorno alla metà del Livello 1, ha il 63% delle probabilità di rispondere correttamente a un quesito con un punteggio di 367, ma solo in un caso su quattro o poco più risponderà correttamente a un quesito con un punteggio di 508 e c'è appena il 7% delle probabilità che sappia rispondere a un quesito del Livello 5. D'altra parte ci si aspetta che uno studente di Livello 3 sia in grado di rispondere correttamente a un quesito con un punteggio di 367 con una probabilità pari all'89% e a uno con un punteggio di 508 – che si colloca dunque attorno alla metà del Livello 3 – con una probabilità pari al 64%. Quello stesso studente, tuttavia, avrà soltanto il 27% delle probabilità di rispondere correttamente a un quesito che si colloca a metà del Livello 5. Infine, ci si aspetta che uno studente di Livello 5 sia in grado di rispondere correttamente la maggior parte delle volte alla maggior parte dei quesiti. Come si vede dalla Figura 2.10, infatti, uno studente con un punteggio di 662 sulla scala complessiva ha il 98% delle probabilità di ri-

spondere correttamente a un quesito con un punteggio di 367, il 90% delle probabilità di rispondere correttamente a un quesito di Livello 3 (508 punti) e il 65% delle probabilità di rispondere correttamente a un quesito scelto fra quelli medi del Livello 5 (652 punti).

Figura 2.10 • Probabilità (in termini di percentuali) di rispondere correttamente a quesiti selezionati con diversi gradi di difficoltà da parte di studenti di diversi livelli di competenza

	Item di livello 1 a 367 punti	Item di livello 3 a 508 punti	Item di livello 4 a 567 punti	Item di livello 5 a 652 punti
Inferiore al livello 1 (competenza pari a 298 punti)	43	14	8	3
Livello 1 (competenza pari a 371 punti)	63	27	16	7
Livello 2 (competenza pari a 444 punti)	79	45	30	14
Livello 3 (competenza pari a 517 punti)	89	64	48	27
Livello 4 (competenza pari a 589 punti)	95	80	68	45
Livello 5 (competenza pari a 662 punti)	98	90	82	65

La Figura 2.10, inoltre, solleva implicitamente interrogativi per quanto riguarda il livello più alto e quello più basso. Sebbene il livello massimo della scala non abbia un tetto, si può ritenere che quasi sicuramente gli studenti con un alto grado di competenza sono capaci di affrontare con successo i compiti più difficili. Più controverso è, invece, il problema che riguarda quanti si collocano all'estremo opposto della scala. Poiché il Livello 1 comincia in corrispondenza dei 335 punti, infatti, un certo numero di studenti di ogni Paese non raggiunge tale livello, ma, sebbene non vi siano compiti con punteggio inferiore a 335, sarebbe errato dire che gli studenti che non raggiungono il Livello 1 non posseggano nessuna competenza di lettura o siano “completamente analfabeti”. Quello che si può dire, invece, è che, sulla base delle loro prestazioni nei confronti dell'insieme di prove utilizzate in questa indagine, gli studenti che non raggiungono il Livello 1 risponderanno correttamente a meno del 50% di quesiti selezionati fra quelli di Livello 1 e, per tale motivo, si collocano al di sotto di tale livello.

Poiché sono relativamente pochi i giovani adulti che, nella nostra società, non sono in grado di leggere, il presente quadro di riferimento non prevede una misura della capacità di lettura nel senso tecnico del termine. In altri termini, l'OCSE/PISA non misura quanto i quindicenni leggano in modo fluente o quanto siano bravi in compiti di riconoscimento delle parole e/o di ortografia ma, piuttosto, secondo la visione attuale della questione, si basa sull'idea



che gli studenti che escono dalla scuola dell'obbligo dovrebbero essere in grado di costruire e espandere il significato di quanto leggono e di riflettere su di esso, in riferimento a un'ampia gamma di testi – continui e non continui – con cui entrano in contatto, in molteplici situazioni, sia dentro che fuori della scuola. Se, dunque, non è possibile determinare attraverso gli strumenti di PISA quali conoscenze e abilità posseggano gli studenti che si collocano sotto il Livello 1 della scala di competenza di lettura, si può però affermare che è improbabile che tali studenti siano in grado di utilizzare la lettura come strumento per acquisire conoscenze e abilità in altre aree.

La competenza scientifica

Definizione dell'ambito	134
Organizzazione dell'ambito	137
• Conoscenze o concetti scientifici	137
• Processi scientifici	139
• Situazioni o contesto: campi di applicazione	141
Caratteristiche delle prove ed esempi	142
• Scienze: prova 1 – FERMATE QUEL GERME!	143
• Scienze: prova 2 – PETER CAIRNEY	145
• Scienze: prova 3 – MAIS	148
Struttura della valutazione	150
Scale di presentazione dei risultati	152
Altri aspetti	154



Tra le abilità per la vita importanti per i giovani d'oggi vi sono quella di saper trarre conclusioni appropriate e ponderate a partire dai dati e dalle informazioni di cui dispongono, quella di valutare criticamente le affermazioni fatte da altri basandosi su dati di fatto e quella di distinguere tra opinioni e affermazioni sostenute dai fatti. La scienza gioca qui un ruolo particolare, dal momento che ha a che fare con il processo razionale attraverso cui idee e teorie vengono confrontate con i dati disponibili al momento. Questo non vuol dire che la scienza escluda la creatività e l'immaginazione che, al contrario, hanno sempre giocato un ruolo fondamentale nel far progredire la comprensione che l'uomo ha del mondo. Idee che talvolta sembrano essere "cadute dal cielo", in realtà, sono state colte al volo secondo un meccanismo che Einstein ha descritto come *"il modo di procedere dell'intuizione, favorito dalla sensibilità per l'ordine che si nasconde dietro le apparenze"* (Einstein, 1933). Quali siano le idee "colte al volo" in una data epoca dipende dalla loro accettabilità sociale in quel preciso contesto storico, per cui i progressi del sapere scientifico non sono unicamente frutto della creatività di singoli individui, ma anche della cultura nella quale tali progressi si realizzano. Ogni volta che si verifica un "guizzo" creativo e si mette a punto un nuovo schema teorico, occorre che a questo faccia seguito un accurato confronto con la realtà. Come ha scritto Hawking (1988):

"Una teoria è una buona teoria se soddisfa due requisiti: descrivere fedelmente un'ampia classe di osservazioni sulla base di un modello che contiene solo pochi elementi arbitrari, e consentire di fare previsioni precise circa i risultati di ulteriori osservazioni" (Hawking, 1988, p. 9).

Le teorie che non soddisfano tali requisiti, o che non possono essere sottoposte a verifica, non sono teorie scientifiche ed è importante che un cittadino istruito sia in grado di distinguere tra i tipi di interrogativi ai quali la scienza può rispondere e quelli ai quali essa non può rispondere e tra ciò che è scientifico e ciò che è pseudo-scientifico.

DEFINIZIONE DELL'AMBITO

Gli studi recenti riguardo ai risultati che una diffusa istruzione scientifica dovrebbe ottenere pongono l'accento sullo sviluppo di una comprensione generalizzata dei concetti importanti e delle strutture esplicative delle scienze, dei metodi con cui la scienza raccoglie le prove su cui fonda le proprie conoscenze e delle potenzialità e dei limiti della scienza nel mondo reale. È importante che l'individuo sia capace di applicare tale comprensione alle situazioni del mondo reale che coinvolgono la scienza, in cui occorre verificare affermazioni e prendere decisioni. Per esempio, Millar e Osborne (1998) ritengono che un insegnamento moderno delle scienze debba incentrarsi su "la capacità di leggere e assimilare informazioni tecniche e scientifiche e valutarne il significato". Essi, inoltre, sostengono che:

"In questa prospettiva, l'essenziale non è come "fare scienza". Non è neanche il modo in cui si perviene alla conoscenza scientifica, o come la si richiama brevemente alla memoria per un esame. [...] Nell'ambito delle scienze, piuttosto, si dovrebbe chiedere agli studenti di dimostrare la loro capacità di valutare fatti, di distinguere tra teorie e osservazioni e di valutare il grado di certezza che si può attribuire alle affermazioni fatte" (Millar e Osborne, 1998).

Questi dovrebbero essere i risultati dell'insegnamento delle scienze per la



totalità degli studenti. Per quei pochi studenti che diventeranno gli scienziati di domani, il campo sarà esteso allo studio approfondito delle nozioni scientifiche e allo sviluppo della capacità di “fare scienza”.

In tale prospettiva, l'obiettivo principale dell'insegnamento delle scienze, su cui si dovrebbe focalizzare la valutazione dell'OCSE/PISA, è che gli studenti siano competenti dal punto di vista scientifico (*scientifically literate*). Questa espressione è stata usata in diversi contesti. L'*International Forum on Scientific and Technological Literacy for All*, ad esempio, ne ha formulato più definizioni, fra le quali:

“La capacità di agire con competenza e sicurezza, ai livelli adeguati, secondo modalità che conducono a una migliore padronanza nei confronti del mondo materiale e del mondo delle idee scientifiche e tecnologiche” (UNESCO, 1993).

Il concetto di livello di competenza scientifica rientra nelle diverse concezioni di competenza scientifica (si veda la rassegna di Shamos, 1995; Laugksch, 2000; e anche Graeber e Bolte, 1997). Bybee (1997), ad esempio, ha proposto quattro livelli di cui i due inferiori rappresentano rispettivamente “la competenza scientifica nominale”, che consiste nella conoscenza di nomi e termini, e la “competenza funzionale”, posseduta da chi è in grado di utilizzare un vocabolario scientifico all'interno di contesti circoscritti. Entrambi questi livelli sono troppo bassi per costituire obiettivi dell'accertamento dell'OCSE/PISA. Il livello più alto identificato da Bybee, quello della “competenza scientifica multidimensionale”, richiede la comprensione della natura della scienza, così come della sua storia e del suo ruolo nella cultura, a un livello più adatto all'élite scientifica che alla totalità dei cittadini. Forse è la convinzione che la competenza scientifica implichi un ragionamento a questo livello di specializzazione a renderne difficile la diffusione. La competenza più appropriata, rispetto agli obiettivi della valutazione dell'OCSE/PISA, si avvicina al terzo livello identificato da Bybee: la “competenza scientifica concettuale e procedurale”.

Dopo aver vagliato varie possibili definizioni, il progetto OCSE/PISA ha definito la competenza scientifica (*scientific literacy*) come segue:

“La competenza scientifica è la capacità di utilizzare conoscenze scientifiche, di identificare domande che hanno un senso scientifico¹ e di trarre conclusioni basate sui fatti, per comprendere il mondo della natura e i cambiamenti a esso apportati dall'attività umana e per aiutare a prendere decisioni al riguardo”.

Le note che seguono chiariscono ulteriormente il significato della definizione.

Competenza scientifica.....

È importante sottolineare che sia le conoscenze scientifiche (cioè le conoscenze riguardanti le scienze) sia i processi attraverso i quali esse si sviluppano sono aspetti essenziali della competenza scientifica, e che entrambi sono strettamente legati tra loro nell'accezione che qui viene data a tale espressione. Come si vedrà successivamente in modo più dettagliato, i pro-

¹ Si è ritenuto importante esplicitare maggiormente l'espressione inglese “to identify question” in modo da chiarirne il significato, che viene poi ulteriormente esplicitato più avanti nel testo dove si spiega appunto questa parte della definizione di competenza scientifica [N.d.T.].



cessi di pensiero si possono definire scientifici solo quando vengono utilizzati in relazione ai contenuti disciplinari delle scienze. L'impiego di tali processi, dunque, implica necessariamente una certa comprensione delle materie scientifiche. La concezione di competenza scientifica che viene qui adottata riconosce l'interrelazione tra i modi di ragionare e la comprensione degli aspetti scientifici del mondo.

... utilizzare conoscenze scientifiche, identificare domande che hanno un senso scientifico e trarre conclusioni basate sui fatti...

In questa definizione, l'espressione "conoscenze scientifiche" è usata per designare molto più che la semplice conoscenza dei fatti, dei nomi e della terminologia. Essa racchiude in sé la comprensione di concetti scientifici fondamentali, dei limiti della conoscenza scientifica e della natura della scienza quale attività umana. Le domande da identificare sono quelle alle quali si può rispondere attraverso l'indagine scientifica, con il ricorso a conoscenze relative alla scienza e anche agli aspetti scientifici di argomenti specifici. Trarre conclusioni basate sui fatti significa conoscere e applicare procedure di selezione e di valutazione di informazioni e di dati, riconoscendo che spesso le informazioni fornite non sono sufficienti per trarre conclusioni certe per cui si rende necessario fare ipotesi, in modo prudente e consapevole, sulle informazioni disponibili.

... comprendere... e aiutare a prendere decisioni ...

Questa frase indica, innanzitutto, che la comprensione del mondo della natura è considerata sia un obiettivo in sé sia un elemento necessario per prendere decisioni e, in secondo luogo, che la comprensione scientifica può contribuire al processo di decisione, ma raramente è determinante in tale processo. Le decisioni pratiche sono sempre calate in situazioni che hanno dimensioni sociali, politiche o economiche e le conoscenze scientifiche vengono utilizzate nel quadro di valori umani in relazione a tali dimensioni. Quando, in una data situazione, c'è accordo su tali valori, sarà più facile che l'apporto delle prove scientifiche venga accettato in modo univoco. In caso di disaccordo sul piano dei valori, invece, la selezione e l'uso di conoscenze scientifiche nel processo di decisione saranno più controversi.

... il mondo della natura e i cambiamenti a esso apportati dall'attività umana...

Con l'espressione "il mondo della natura" si indica in modo abbreviato l'ambiente fisico, gli esseri viventi e le relazioni che li legano. Le decisioni riguardo al mondo della natura comprendono quelle che hanno a che fare con la scienza in relazione ai problemi dell'individuo, della famiglia, della collettività e del mondo in generale. I "cambiamenti apportati dall'attività umana" si riferiscono ai cambiamenti operati nel mondo della natura, siano essi intenzionali o meno, per soddisfare i bisogni dell'uomo (tecnologie semplici e complesse) e alle loro conseguenze.

Occorre qui sottolineare, e si ritornerà ancora su questo punto in modo più esplicito, che la competenza scientifica non introduce una dicotomia, cioè non s'intende qui suggerire l'idea che le persone possano essere divise in due categorie, quelle competenti e quelle ignoranti dal punto di vista scientifico, quanto piuttosto che esiste un *continuum* che va da una competenza scientifica meno sviluppata a una più sviluppata. Uno studente dotato di una competenza scientifica limitata, ad esempio, potrebbe essere capace di richiamare alla mente semplici cognizioni scientifiche di carattere concreto (ad esempio nomi, fatti, termini specifici, semplici regole) e di servirsi di comuni nozioni



scientifiche per trarre o per valutare conclusioni. Uno studente con un livello di competenza scientifica più elevato, d'altra parte, sarà in grado di creare o di utilizzare semplici modelli concettuali per elaborare previsioni o per fornire spiegazioni, di formularle e comunicarle con precisione, di analizzare indagini scientifiche in relazione al loro impianto sperimentale, di servirsi dei dati in suo possesso per valutare punti di vista alternativi, differenti prospettive e relative implicazioni, e di comunicare le proprie valutazioni con precisione.

ORGANIZZAZIONE DELL'AMBITO

La definizione di competenza scientifica adottata dall'OCSE/PISA comprende tre aspetti:

- *le conoscenze o i concetti scientifici*, che vengono valutati in riferimento a specifici ambiti di contenuto;
- *i processi di pensiero propri della scienza* che, in quanto tali, chiamano in causa conoscenze scientifiche, anche se nella valutazione tali conoscenze non devono costituire l'ostacolo principale;
- *le situazioni o i contesti* in cui vengono valutate conoscenze e processi e che sono rappresentati da questioni di carattere scientifico.

Sebbene tali aspetti vengano presentati separatamente, è importante notare che nella valutazione della competenza scientifica ci sarà sempre una combinazione di tutti e tre.

Si tiene conto dei primi due aspetti sia nella costruzione delle prove sia per definire le prestazioni degli studenti. Il terzo aspetto serve a garantire che, nella messa a punto delle prove, si presti la dovuta attenzione a contestualizzare le scienze in una gamma sufficientemente diversificata di situazioni pertinenti.

Nei prossimi paragrafi questi tre aspetti verranno presentati in modo più dettagliato. Nell'articolare tali aspetti, il quadro di riferimento dell'OCSE/PISA garantisce che la valutazione si concentri sui risultati dell'istruzione scientifica considerata nel suo insieme.

Conoscenze o concetti scientifici

I concetti scientifici possono essere valutati soltanto a campione. Inoltre l'OCSE/PISA non ha l'obiettivo di fornire un quadro completo delle conoscenze degli studenti, bensì quello di individuare fino a che punto essi siano in grado di applicare le loro conoscenze rispetto a contesti rilevanti per la loro vita presente e futura. In questo senso non è stato fatto alcun tentativo di fornire una lista esaustiva delle conoscenze che si potrebbero valutare, ma ci si è sforzati piuttosto di definire alcuni criteri di selezione. Le conoscenze valutate, dunque, sono state selezionate nei principali ambiti delle scienze: fisica, chimica, biologia, scienze della terra e geografia astronomica secondo i seguenti tre criteri.

- Il primo di tali criteri è la pertinenza rispetto alle situazioni quotidiane. Non tutti i concetti scientifici, infatti, sono egualmente utili nella vita di

tutti i giorni. Ad esempio, sebbene la teoria della relatività fornisca una descrizione più precisa dei rapporti tra lunghezza, massa, tempo e velocità rispetto alle leggi di Newton, queste ultime sono più utili nelle questioni che riguardano la comprensione delle nozioni di forza e di movimento che si incontrano nella vita di ogni giorno.

- Il secondo criterio riguarda il “non invecchiamento” delle nozioni e degli ambiti di applicazione selezionati: i concetti e i contenuti scelti devono mantenere la loro attualità per il decennio a venire e oltre. Dal momento che le scienze costituiranno la principale area di accertamento nell'OCSE/PISA del 2006, il presente ciclo dell'OCSE/PISA prende in considerazione concetti suscettibili di mantenere un ruolo nell'ambito delle scienze e delle decisioni politiche per un certo numero di anni.
- Il terzo criterio prevede che i concetti selezionati possano essere utilizzati in relazione ai processi scientifici che sono stati a loro volta selezionati. Ciò non accadrebbe nel caso di prove che prevedessero semplicemente di richiamare alla mente termini o definizioni.

La Figura 3.1 mostra quanto risulta dall'applicazione di questi criteri ai contenuti dei principali ambiti scientifici. La figura presenta un elenco di temi scientifici fondamentali, con alcuni esempi di concetti a essi relativi. Tali conoscenze sono necessarie per comprendere il mondo della natura e orientarsi di fronte a nuove esperienze. Esse dipendono e derivano dallo studio di fenomeni ed eventi specifici, ma vanno al di là delle specifiche conoscenze che si ottengono con lo studio di questi ultimi. Gli esempi presentati nella Figura 3.1 esemplificano il significato dei vari temi, senza pretendere di fornire un quadro esaustivo di tutti i concetti che potrebbero essere collegati a ciascuno di essi.

Figura 3.1 • I principali argomenti di carattere scientifico per l'accertamento della competenza scientifica

-
- Struttura e proprietà della materia (conduttività termica ed elettrica)
 - Cambiamenti atmosferici (irradiazione, trasmissione, pressione)
 - Cambiamenti fisici e chimici (stati della materia, velocità di reazione, decomposizione)
 - Trasformazioni dell'energia (conservazione dell'energia, degradazione dell'energia, fotosintesi)
 - Forze e movimento (equilibrio di forze e disequilibrio, velocità, accelerazione, quantità di moto)
 - Forma e funzione (cellula, scheletro, adattamento)
 - Biologia umana (salute, igiene, alimentazione)
 - Cambiamenti fisiologici (ormoni, elettrolisi, neuroni)
 - Biodiversità (specie, corredo genetico, evoluzione)
 - Controllo genetico (dominanza, ereditarietà)
 - Ecosistemi (catene alimentari, sostenibilità)
 - La Terra e il suo posto nell'universo (sistema solare, cambiamenti diurni e stagionali)
 - Cambiamenti geoclimatici (deriva dei continenti, climatologia)
-



Processi scientifici

I processi sono operazioni mentali (ma qualche volta anche fisiche) necessarie a progettare, raccogliere, interpretare e utilizzare prove evidenti o dati di fatto, con lo scopo di conoscere o comprendere determinati fenomeni. I processi devono essere utilizzati in rapporto a un ambito disciplinare; non ha senso l'idea di utilizzare un processo senza un contenuto. Tali processi possono essere utilizzati in relazione a una molteplicità di ambiti tematici: si parla di processi scientifici quando l'argomento affrontato rientra negli aspetti scientifici del mondo e quando il loro uso dà luogo a un ampliamento della conoscenza scientifica.

I cosiddetti processi scientifici, comprendono un'ampia gamma di abilità e di saperi necessari per raccogliere e interpretare dati di fatto relativi al mondo circostante e per trarne conclusioni. I processi che hanno a che fare con la raccolta di dati comprendono quelli in gioco nel concreto svolgimento di una ricerca: progettare e costruire situazioni sperimentali, fare misurazioni e osservazioni servendosi degli strumenti appropriati, ecc. Lo sviluppo di tali processi rientra fra gli obiettivi dei programmi scolastici delle materie scientifiche, che mirano a far sì che gli studenti sperimentino e comprendano il modo in cui si costruisce la conoscenza scientifica e, in prospettiva, la natura della ricerca e della conoscenza scientifica. Pochi studenti avranno bisogno di queste abilità pratiche dopo la scuola, ma tutti avranno bisogno di comprendere processi e concetti sviluppati attraverso il concreto e fattivo lavoro di ricerca. Inoltre, è stato sostenuto con forza che la concezione tradizionale di "metodo scientifico", secondo cui le conclusioni vengono tratte in modo induttivo dalle osservazioni, concezione che si riflette ancora largamente su gran parte dell'insegnamento scientifico a scuola, non corrisponde al modo in cui si sviluppa effettivamente il sapere scientifico (si veda ad esempio Ziman, 1980).

La competenza scientifica, come viene qui definita, dà più importanza alla capacità di usare conoscenze scientifiche per "trarre conclusioni basate su fatti", piuttosto che alla capacità di raccogliere fatti di per sé. La capacità di stabilire un legame tra prove o dati e affermazioni e conclusioni è considerata come essenziale rispetto all'esigenza che hanno tutti i cittadini di formulare giudizi circa gli aspetti della loro vita influenzati dalla scienza. Ne consegue che ciascun individuo deve sapere quando ricorrere alla conoscenza scientifica, distinguendo tra gli interrogativi ai quali la scienza può rispondere e quelli ai quali essa non può rispondere. Ogni cittadino deve essere in grado di giudicare se i dati forniti siano validi, tenendo conto della loro pertinenza e di come sono stati raccolti. Infine, soprattutto, ogni cittadino deve essere capace di collegare i fatti con le conclusioni e di ponderare gli elementi a favore o contro una particolare linea di condotta che tocchi la propria vita a livello personale, sociale o globale.

Tali distinzioni possono riassumersi brevemente dicendo che si dà priorità ai processi che *riguardano* la scienza rispetto a quelli che *si applicano* nell'ambito della scienza. È importante che le abilità sottostanti ai processi citati nella Figura 3.2 siano intese essenzialmente come riguardanti le scienze e non come abilità che si utilizzano nell'ambito delle scienze. Tutti i processi di pensiero citati nella Figura 3.2 comportano un sapere scientifico. Nel caso del primo processo, tale sapere è l'elemento cruciale. Nel caso del secondo e del terzo processo, invece, tale conoscenza è necessaria ma non sufficiente perché, in questi casi, è il sapere relativo a come raccogliere e utilizzare prove e dati scientifici a essere cruciale.



Figura 3.2 • Processi scientifici selezionati per PISA 2003

Competenza Scientifica

-
- Processo 1:** Descrivere, spiegare e prevedere fenomeni scientifici.
Processo 2: Comprendere un'indagine di tipo scientifico.
Processo 3: Interpretare dati e conclusioni scientifiche.
-

Nei prossimi capoversi si approfondiscono tali processi.

DESCRIVERE, SPIEGARE E PREVEDERE FENOMENI SCIENTIFICI

Attraverso tale processo gli studenti dimostrano di comprendere fenomeni scientifici chiamando in causa i concetti appropriati rispetto ad una data situazione. Ciò può significare descrivere o spiegare determinati fenomeni e prevedere cambiamenti o, ancora, riconoscere o identificare le descrizioni, le spiegazioni e le previsioni appropriate.

COMPRENDERE UN'INDAGINE DI TIPO SCIENTIFICO

Comprendere un'indagine di tipo scientifico significa saper riconoscere e comunicare problemi che possono essere affrontati con l'indagine scientifica e, dunque, sapere cosa comporti tale indagine. Questo include saper distinguere gli interrogativi ai quali è possibile rispondere per mezzo dell'indagine scientifica oppure saper formulare un quesito atto a essere indagato in maniera scientifica in una data situazione. Questo processo, inoltre, comprende la capacità di identificare o riconoscere i dati di fatto necessari in una determinata indagine: ad esempio, identificare o riconoscere quali elementi devono essere messi a confronto, quali variabili devono essere modificate o controllate, quali ulteriori informazioni sono necessarie, o quali procedure occorre seguire per la raccolta dei dati.

INTERPRETARE DATI DI FATTO E CONCLUSIONI SCIENTIFICHE

Tale processo consiste nell'utilizzare i risultati della ricerca scientifica come prove a supporto di affermazioni e conclusioni. Ciò può richiedere il reperimento di informazioni scientifiche e la formulazione e la comunicazione di conclusioni basate su dati scientifici. A tal fine, può anche essere necessario selezionare tra diverse alternative la conclusione che maggiormente si accorda con i dati e comunicarla, fornire motivazioni a favore o contro una determinata conclusione in relazione ai dati in proprio possesso, identificare gli assunti alla base della conclusione tratta o, ancora, riflettere sulle implicazioni sociali delle conclusioni scientifiche e comunicare i frutti della propria riflessione.

Tutti e tre questi processi richiedono una qualche conoscenza scientifica. Tuttavia, nel caso del secondo e del terzo, tali conoscenze non dovrebbero rappresentare la difficoltà principale, dal momento che l'obiettivo è quello di verificare i processi mentali implicati nella raccolta, nella valutazione e nella comunicazione di dati scientifici validi. Nel primo processo, invece, ad essere valutata è la comprensione dei concetti scientifici chiamati in causa ed è tale comprensione che rappresenta la difficoltà principale.

È importante precisare che per ciascuno dei processi sopra citati i quesiti possono presentare un'ampia gamma di difficoltà, in relazione alle nozioni

scientifiche e agli ambiti di applicazione richiesti. L'impostazione della valutazione dell'OCSE/PISA, con il feedback fornito dai vari Paesi e lo studio pilota dell'indagine, garantisce che i quesiti selezionati per lo studio principale abbiano un livello di difficoltà appropriato ai quindicenni.

Situazioni o contesto: campi di applicazione

Come già detto, la valutazione dell'OCSE/PISA si incentra su concetti importanti che sono pertinenti rispetto ai programmi di scienze dei Paesi partecipanti all'indagine senza, però, essere vincolata a prendere i curricula nazionali quale denominatore comune. In linea con l'obiettivo di focalizzarsi sulla competenza scientifica, si presta attenzione a utilizzare nell'accertamento i concetti scientifici selezionati e a utilizzarli in riferimento a situazioni legate al mondo reale e che mettano in gioco concetti scientifici.

Figura 3.3 • Campi di applicazione delle scienze per l'accertamento della competenza scientifica

-
- **Scienze della vita e della salute**
 - Salute, malattie ed alimentazione
 - Mantenimento ed uso sostenibile delle specie
 - Interdipendenza dei sistemi fisici e biologici
 - **Scienze della terra e ambiente**
 - Inquinamento
 - Produzione e degradazione del suolo
 - Meteorologia e clima
 - **Scienze e tecnologia**
 - Biotechnologia
 - Utilizzo dei materiali e smaltimento dei rifiuti
 - Utilizzo dell'energia
 - Trasporti
-

Per fornire un inquadramento ai quesiti è necessario prendere in considerazione anche il contesto in cui è calato il problema. Nel selezionare tali contesti è importante tenere presente che l'obiettivo della valutazione è quello di verificare in che misura gli studenti siano in grado di utilizzare le abilità e le conoscenze acquisite al termine dell'obbligo scolastico. Nell'indagine OCSE/PISA, le prove devono essere collocate in situazioni legate alla vita in senso lato e non solo alla vita scolastica. Nell'ambito scolastico infatti, può succedere che i processi e i concetti scientifici utilizzati siano limitati al laboratorio o all'aula, per quanto sempre più si stia cercando di estenderne l'applicazione al mondo esterno alla scuola anche nell'elaborazione dei curricula di scienze a livello nazionale.

Le situazioni del mondo reale presentano problemi che ci possono toccare in quanto individui (ad esempio, l'alimentazione o il consumo energetico), in quanto membri di una comunità locale (il trattamento dell'approvvigionamento delle acque o la scelta dell'ubicazione di una centrale elettrica) o ancora in quanto cittadini del mondo (il riscaldamento del globo terrestre o la diminuzione della biodiversità). Tutti questi problemi sono rappresentati nell'insieme delle prove dell'OCSE/PISA. Un altro tipo di situazione, che si presta ad alcuni argomenti, è quella storica, che consente di accertare la comprensione



del progredire del sapere scientifico. Nella valutazione dell'OCSE/PISA gli item si incentrano su questioni che hanno a che fare con l'individuo e la famiglia (situazione personale), con la società (situazione pubblica), con la vita a livello mondiale (situazione globale) e su situazioni che illustrano l'evoluzione del sapere scientifico e l'impatto di decisioni che riguardano questioni scientifiche sulla società (importanza storica).

Nell'ambito di uno studio internazionale è importante che i campi di applicazione dei quesiti siano selezionati sulla base della loro vicinanza agli interessi e alla vita degli studenti di tutti i Paesi e siano inoltre adatti a valutare i processi e le conoscenze scientifiche. L'attenzione alle differenze culturali è essenziale nella costruzione e nella selezione delle prove, non solo ai fini della validità della valutazione, ma anche per rispettare i diversi valori e tradizioni dei Paesi partecipanti. Gli ambiti di applicazione scelti per i quesiti delle prove sono pertinenti e adeguati ai diversi Paesi e, allo stesso tempo, richiedono che le conoscenze scientifiche si coniughino con l'uso di processi scientifici.

Scegliendo campi di applicazione e situazioni che abbiano le caratteristiche illustrate sopra, l'OCSE/PISA mira a valutare la capacità di utilizzare le conoscenze che si suppone siano state acquisite attraverso lo svolgimento dei programmi delle materie scientifiche (per quanto alcune conoscenze possano essere acquisite attraverso lo studio di altre materie scolastiche o da fonti diverse dalla scuola). Tuttavia, anche se le conoscenze richieste sono di tipo curricolare, l'OCSE/PISA valuta l'applicazione di tali conoscenze a prove che riflettono situazioni della vita reale, per verificare se l'apprendimento sia andato oltre l'acquisizione di fatti isolati e se esso promuova lo sviluppo di una competenza scientifica. Alcuni esempi riportati più avanti servono a illustrare questo punto.

CARATTERISTICHE DELLE PROVE ED ESEMPI

In conformità con la definizione di competenza scientifica adottata dall'OCSE/PISA, ciascun quesito (item) chiama in causa uno dei processi elencati nella Figura 3.2 e, come si è già detto, alcune conoscenze scientifiche. Ciascuna prova è costituita da un gruppo di quesiti riferiti a un materiale fornito all'inizio. Per quanto ciascun quesito all'interno di una prova valuti principalmente uno dei processi elencati nella Figura 3.2, alcuni quesiti possono mettere in gioco più di un processo e basarsi su diversi aspetti della conoscenza scientifica.

Si è scelta tale impostazione per far sì che le prove siano il più realistiche possibile e riflettano, in una certa misura, la complessità del reale. Un'altra ragione per strutturare in questo modo la prova è legata all'esigenza di ottimizzare il tempo a disposizione per l'accertamento: per ridurre il tempo di cui gli studenti hanno bisogno per "entrare" nell'argomento si riduce il numero delle situazioni e si formulano più domande per ogni situazione, invece che porre domande isolate riferite a un maggior numero di situazioni diverse. Naturalmente occorre che la risposta a ciascun quesito sia indipendente da quelle degli altri quesiti della stessa prova e, ancora più importante, che riducendo il numero delle situazioni si minimizzi l'errore sistematico che potrebbe essere causato dalla scelta della situazione.

Alcuni esempi di quesiti per la valutazione di tali aspetti aiuteranno a chiarire il loro significato.

**SCIENZE: PROVA 1**
FERMATE QUEL GERME!

Il processo 2 (comprendere un'indagine di tipo scientifico) è valutato per mezzo di due quesiti contenuti in questa prova. Si chiede agli studenti di leggere un breve testo sulla storia dell'immunizzazione.

Già nell'XI secolo, i medici cinesi lavoravano sul sistema immunitario. Soffiando nelle narici dei loro pazienti croste seccate e polverizzate prelevate da una vittima del vaiolo, riuscivano spesso a provocare un leggero accesso della malattia, che impediva successivamente un attacco più virulento. Nel XVIII secolo, le persone si sfregavano la pelle con le croste secche delle pustole per proteggersi da questa malattia. Tali pratiche primitive furono introdotte in Inghilterra e nelle colonie dell'America. Tra il 1771 e il 1772, durante un'epidemia di vaiolo, un medico di Boston che si chiamava Zabdiel Boylston graffiò la pelle di suo figlio di 6 anni, come anche quella di altre 285 persone, e sfregò questi graffi con del pus proveniente dalle pustole del vaiolo. Tutti i suoi pazienti sopravvissero, tranne sei.

Scienze: esempio 1.1

Quale poteva essere l'ipotesi che Zabdiel Boylston stava verificando?

Punteggio e commenti per l'esempio 1.1

Punteggio pieno

Codice 2: risposte che fanno riferimento a:

- l'idea di infettare qualcuno con il vaiolo ne accresce le probabilità di sviluppare un'immunità;

E

- l'idea che perforando la pelle il vaiolo venisse introdotto nel flusso sanguigno.

Punteggio parziale

Codice 1: nel caso si faccia riferimento a uno solo dei punti illustrati.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Processo: comprendere un'indagine di tipo scientifico (Processo 2)

Argomento: biologia umana

Situazione: area delle scienze della vita e della salute

Scienze: esempio 1.2

Citate altre due informazioni necessarie per decidere fino a che punto il procedimento di Boylston possa considerarsi riuscito.

Punteggio e commenti per l'esempio 1.2

Punteggio pieno

Codice 2: risposte che diano le DUE informazioni che seguono:

- il tasso di sopravvivenza senza il trattamento di Boylston;

E



- se i suoi pazienti fossero stati esposti alla malattia, escluso il contatto avuto attraverso il trattamento.

Punteggio parziale

Codice 1: nel caso si faccia riferimento a uno solo dei punti illustrati.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Processo: comprendere un'indagine di tipo scientifico (Processo 2)

Argomento: biologia umana

Situazione: area delle scienze della vita e della salute

SCIENZE: PROVA 2
PETER CAIRNEY

I quattro quesiti sotto riportati fanno parte di una prova nella quale il testo iniziale è un brano che tratta di Peter Cairney, che lavora nella Commissione Australiana per la Ricerca sui Trasporti su Strada.

...Un altro modo in cui Peter raccoglie informazioni per migliorare la sicurezza stradale è con una videocamera posta su un palo alto 13 metri per riprendere la circolazione in una strada secondaria. Le immagini danno informazioni ai ricercatori circa la velocità delle macchine, la distanza che le separa e su quali parti della strada esse viaggiano. Successivamente, vengono dipinte sulla strada le strisce delle corsie. I ricercatori possono allora utilizzare la videocamera per vedere se il traffico sia cambiato. La circolazione è più veloce o più lenta? Le automobili sono più vicine o più lontane le une dalle altre rispetto a prima? Gli automobilisti guidano più vicini al bordo o più vicini al centro della strada ora che ci sono le strisce? Una volta che Peter ha questi dati, può consigliare se sia opportuno o meno fare le strisce sulle strade secondarie.

Scienze: esempio 2.1

Per essere sicuro di dare buoni consigli, Peter potrebbe raccogliere altri dati oltre a quelli forniti filmando le strade secondarie. Quali, tra le seguenti azioni, lo aiuterebbero a essere più sicuro dei suoi consigli riguardo agli effetti delle strisce sulla circolazione sulle strade secondarie?

- | | |
|---|-------|
| A. Ripetere la stessa procedura su altre strade secondarie | Sì/No |
| B. Ripetere la stessa procedura su strade più larghe | Sì/No |
| C. Controllare il tasso di incidenti prima e dopo che le strisce siano dipinte sulle strade | Sì/No |
| D. Controllare il numero di veicoli che imboccano la strada prima e dopo la pittura delle strisce | Sì/No |

Punteggio e commenti per l'esempio 2.1

Punteggio pieno

Codice 2: risposte Sì a) e c), No b) e d).

Punteggio parziale

Codice 1: risposte Sì a), No b), c) e d).

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla complessa

Processo: comprendere un'indagine di tipo scientifico (Processo 2)

Argomento: forze e movimento

Situazione: area di scienza e tecnologia

**Scienze: esempio 2.2**

Supponiamo che su un tratto della strada secondaria Peter osservi che una volta che ci sono le strisce, il traffico subisce i seguenti cambiamenti:

Velocità	Aumenta la velocità del traffico
Posizione	I veicoli viaggiano più vicini ai bordi della strada
Distanza tra i veicoli	Nessun cambiamento

Sulla base di questi risultati, è stato deciso di tracciare le strisce delle corsie in tutte le strade secondarie. Pensi che questa sia stata la decisione migliore? Spiega i motivi per cui sei d'accordo o non sei d'accordo.

Sono d'accordo: _____

Non sono d'accordo: _____

Motivi: _____

Punteggio e commenti per l'esempio 2.2

Punteggio pieno

Codice 1: risposte in accordo o in disaccordo con la decisione e coerenti con le informazioni contenute nel brano. Ad esempio:

- Sono d'accordo perché c'è meno possibilità di collisioni se ci si mantiene sul lato della strada a prescindere dalla velocità;
- Sono d'accordo perché se il traffico scorre più velocemente viene meno voglia di sorpassare;
- Non sono d'accordo perché se si mantengono le stesse distanze aumentando la velocità potrebbe non esserci spazio per fermarsi senza scontrarsi in caso di emergenza.

Nessun punteggio

Codice 0: risposte in accordo o in disaccordo con la decisione ma senza motivazioni o con motivazioni non coerenti con le informazioni contenute nel brano.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Processo: interpretare prove di carattere scientifico (Processo 3)

Argomento: forze e movimento

Situazione: area di scienza e tecnologia

Scienze: esempio 2.3

Gli automobilisti vengono esortati a lasciare una maggiore distanza tra il loro veicolo e quello che lo precede quando guidano più veloci, in quanto, andando più veloce, una macchina ha bisogno di più tempo per fermarsi.

Spiega perché un'automobile che va più veloce ci mette più tempo a fermarsi rispetto a un'automobile che va più lenta.

Motivi: _____

**Punteggio e commenti per l'esempio 2.3**

Punteggio pieno

Codice 2: risposte che riportano che:

la quantità di moto del veicolo che si sposta più velocemente è più grande e di conseguenza la forza richiesta per fermarsi è maggiore;

E

a parità di tempo, un veicolo che viaggia a velocità elevata avrà bisogno di una distanza maggiore per rallentare rispetto a un veicolo più lento.

Punteggio parziale

Codice 1: nel caso si faccia riferimento a uno solo dei punti illustrati.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte oppure ripetizione del testo del quesito.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Processo: descrivere, spiegare e prevedere fenomeni scientifici (Processo 1)

Argomento: forze e movimento

Situazione: area di scienza e tecnologia

Scienze: esempio 2.4

Esaminando le sue riprese, Pietro vede che un'automobile (A) che va a una velocità di 45 km/h viene sorpassata da un'automobile che va a 60 km/h. A quale velocità sembra che vada l'automobile B per il conducente dell'automobile A?

- A. 0 km/h
- B. 15 km/h
- C. 45 km/h
- D. 60 km/h
- E. 105 km/h

Punteggio e commenti per l'esempio 2. 4

Punteggio pieno

Codice 1: risposta B. 15 km/h.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla

Processo: descrivere, spiegare e prevedere fenomeni scientifici (Processo 1)

Argomento: forze e movimento

Situazione: area di scienza e tecnologia

**SCIENZE: PROVA 3**
MAIS

I tre quesiti sotto riportati fanno parte di una prova intitolata "Mais". Il testo iniziale è un articolo di giornale riguardante un certo Auke Ferwerda che usa il mais come combustibile per la sua stufa.

Ferwerda fa notare che il mais, utilizzato come alimento per il bestiame, è di fatto anche un tipo di combustibile. Le mucche mangiano il mais per ricavarne energia. Ma, spiega Ferwerda, la vendita di mais come combustibile anziché come alimento per il bestiame potrebbe essere molto più redditizia per gli agricoltori.

Ferwerda sa che sta aumentando l'attenzione verso l'ambiente e che le leggi del governo a protezione dell'ambiente stanno diventando sempre più accurate. Quello di cui Ferwerda non si rende pienamente conto è il carico di attenzione rivolto al diossido di carbonio (anidride carbonica).

Il diossido di carbonio è considerato la principale causa dell'effetto serra. Si pensa che l'effetto serra sia responsabile dell'aumento della temperatura media dell'atmosfera della Terra. Secondo Ferwerda, però, il problema non è il diossido di carbonio. Al contrario, egli sostiene che le piante e gli alberi lo assorbono e lo trasformino in ossigeno per gli esseri umani.

Egli afferma: «Questa è un'area agricola e gli agricoltori coltivano mais. Il mais ha una lunga stagione di crescita, assorbe molto diossido di carbonio e rilascia molto ossigeno. Ci sono molti scienziati che dicono che il diossido di carbonio non è la causa principale dell'effetto serra».

Scienze: esempio 3.1

Ferwerda paragona il mais usato come combustibile al mais usato come alimento.

Nella prima colonna della seguente figura c'è un elenco di fenomeni che avvengono quando il mais brucia.

Questi fenomeni avvengono anche quando il mais fa da combustibile nel corpo di un animale?

Fai un cerchio intorno a "Sì" o a "No" per ciascuno dei fenomeni.

Quando il mais brucia:

Questo avviene anche quando il mais fa da combustibile nel corpo di un animale?

Viene consumato ossigeno.

Sì / No

Viene prodotto diossido di carbonio.

Sì / No

Viene prodotta energia.

Sì / No

Punteggio e commenti per l'esempio 3.1

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che riportino Sì, Sì, Sì (è necessario che le tutte le risposte siano esatte perché, in caso contrario, significherebbe che il processo di utilizzo del cibo nel corpo umano non è stato compreso appieno).



Nessun punteggio

Codice 0: risposte che riportino una qualunque altra combinazione.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla complessa

Processo: descrivere, spiegare e prevedere fenomeni scientifici (Processo 1)

Argomento: cambiamenti fisici e chimici

Situazione: area delle scienze della vita e della salute

Scienze: esempio 3.2

Nell'articolo viene descritta una trasformazione del diossido di carbonio (anidride carbonica): "...le piante e gli alberi lo assorbono e lo trasformano in ossigeno...".

Il diossido di carbonio e l'ossigeno non sono le uniche sostanze coinvolte in questa trasformazione. La trasformazione può essere rappresentata nel seguente modo:

diossido di carbonio + acqua \longrightarrow ossigeno +

Scrivi nel riquadro il nome della sostanza mancante.

Punteggio e commenti per l'esempio 3.2

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che riportino uno qualsiasi dei seguenti termini: glucosio, zucchero, carboidrato/i, saccaride/i, amido.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Processo: descrivere, spiegare e prevedere fenomeni scientifici (Processo 1)

Argomento: trasformazione dell'energia

Situazione: area delle scienze della vita e della salute

Scienze: esempio 3.3

Alla fine dell'articolo Ferwerda fa riferimento ad alcuni scienziati che dicono che il diossido di carbonio non è la causa principale dell'effetto serra.

Claudia trova la seguente figura, che mostra l'effetto serra relativo causato da quattro gas:

Effetto serra relativo per molecola di gas			
Diossido di carbonio	Metano	Ossidi d'azoto	Clorofluorocarburi
1	30	160	17.000

In base a questa figura, Claudia non può stabilire quale gas è la causa principale dell'effetto serra. I dati della figura devono essere combinati con altri dati per poter stabilire quale gas è la principale causa dell'effetto serra.

Quali altri dati deve raccogliere Claudia?

- A. Dati sull'origine dei quattro gas.
- B. Dati sull'assorbimento dei quattro gas da parte delle piante.
- C. Dati sulle dimensioni di ciascuno dei quattro tipi di molecole.
- D. Dati sulla concentrazione di ciascuno dei quattro gas nell'atmosfera.

Punteggio e commenti per l'esempio 3.3

C'è una stretta relazione tra la conoscenza scientifica, che dice che la concentrazione di una sostanza influisce sulla portata della sua azione, e il riconoscere che non si può trarre una conclusione valida senza ulteriori informazioni.

Punteggio pieno

Codice 1: risposta D. Dati sulla concentrazione di ciascuno dei quattro gas nell'atmosfera.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla

Processo: interpretare prove di carattere scientifico (Processo 3)

Argomento: struttura e proprietà della materia

Situazione: area delle scienze della terra e ambiente

Per rispondere a tutte le domande riportate sopra, lo studente è chiamato a utilizzare conoscenze acquisite attraverso lo studio delle scienze e applicarle a situazioni nuove. Nei quesiti che non hanno come obiettivo principale la valutazione della comprensione di concetti scientifici, la difficoltà principale non è costituita dalle conoscenze richieste e il risultato della prova dovrebbe dipendere dalla padronanza del particolare processo richiesto. Nei quesiti, viceversa, incentrati principalmente sulla comprensione di concetti scientifici, come negli esempi 2.3, 2.4, 3.1 e 3.2, il processo consiste nel dimostrare tale comprensione.

STRUTTURA DELLA VALUTAZIONE

In una prova vi possono essere fino a otto quesiti, a ciascuno dei quali viene attribuito un punteggio indipendente. Nella grande maggioranza delle prove, se non in tutte, vi sono sia quesiti che chiamano in causa conoscenze scientifiche e la relativa comprensione, come negli esempi 2.3, 2.4, 3.1 e 3.2, sia quesiti che richiedono il ricorso a uno o più processi di raccolta e di uso di prove e dati propri di un'indagine scientifica, come negli esempi 1.1, 1.2, 2.1, 2.2 e 3.3. Come si è già detto, l'OCSE/PISA non comprende prove pratiche, almeno non nelle rilevazioni 2000 e 2003, nelle quali le scienze non sono il principale ambito della valutazione.

Per quanto riguarda l'insieme della valutazione, nella Figura 3.4 si presenta la composizione della prova in termini di percentuale di quesiti per ciascun processo. Tali cifre saranno probabilmente riviste nel ciclo del 2006, quando le scienze costituiranno l'ambito principale dell'OCSE/PISA.

Figura 3.4. • Distribuzione dei quesiti in relazione ai processi scientifici

Processi scientifici	% nelle prove
1. Descrivere, spiegare e prevedere fenomeni scientifici	40-50
2. Comprendere un'indagine di tipo scientifico	20-25
3. Interpretare prove di carattere scientifico e trarne conclusioni	20-25
TOTALE	100

Può accadere che gli argomenti di alcune prove si prestino maggiormente alla verifica della comprensione dei concetti (Processo 1), e che altre prove si prestino maggiormente alla valutazione degli altri processi. Dove possibile, i quesiti che accertano i Processi 2 e 3 e quelli che accertano il Processo 1 sono presenti all'interno di ciascuna prova. Questo sia per raggiungere l'obiettivo di includere un certo numero di concetti scientifici importanti che gli studenti dovrebbero aver acquisito a scuola o al di fuori di essa, sia perché la capacità di applicare processi scientifici è fortemente legata alla situazione nella quale vengono utilizzati. In relazione agli obiettivi dell'OCSE/PISA, sia le conoscenze scientifiche, sia il coniugare le proprie conoscenze scientifiche con la capacità di trarre conclusioni basate su prove, costituiscono importanti risultati dell'apprendimento. Cercare di avere più o meno lo stesso numero di quesiti in riferimento a questi due risultati dell'apprendimento s'inserisce in questa prospettiva.

Come si è già detto, tutti i tipi di quesiti avranno a che fare con l'utilizzazione di conoscenze scientifiche presumibilmente acquisite a scuola, attraverso il programma di scienze. L'aspetto per cui i quesiti di scienze dell'OCSE/PISA si distinguono da una parte della valutazione scolastica (ma non tutta) è costituito dal fatto che essi richiedono di applicare tali conoscenze a situazioni della vita reale. Analogamente, anche la capacità di trarre conclusioni basate sui fatti fa parte degli obiettivi di un buon numero di programmi di scienze. La valutazione dell'OCSE/PISA richiede l'applicazione dei processi in situazioni che vanno oltre il laboratorio scolastico o l'aula. Quanto ciò costituisca una novità per gli studenti dipende dalla misura in cui il programma che hanno seguito preveda l'applicazione dei concetti e dei processi scientifici al mondo reale.

Figura 3.5. • Distribuzione consigliata dei quesiti in relazione al campo di applicazione

Campi di applicazione delle scienze	% delle prove
Scienze della vita e della salute	30-40
Scienze della terra e dell'ambiente	30-40
Scienze della tecnologia	30-40
TOTALE	100

La Figura 3.5 mostra come si prospetta una distribuzione dei quesiti il più possibile equilibrata fra i tre principali campi di applicazione.

Una prova è costituita da un materiale iniziale, che può essere un breve testo o le note scritte che accompagnano una figura, una figura, un grafico, o un diagramma. I quesiti sono un insieme di domande a ciascuna delle quali è asse-

gnato un punteggio indipendente, che possono avere il formato della scelta multipla o della domanda aperta con risposta breve o lunga (differenziate dal fatto che le risposte lunghe richiedono una correzione da parte di più correttori mentre le risposte brevi possono essere codificate in modo affidabile da un solo correttore).

Nonostante nei cicli dell'OCSE/PISA attuati finora, in cui le scienze non costituivano il principale ambito della valutazione, il numero di prove e di quesiti di scienze costruiti e validati sia stato limitato, in base a quelle esperienze possiamo riassumere le caratteristiche dello strumento per il 2003 come segue:

- Con un'unica eccezione, le prove non sono composte da un solo quesito, ma da più quesiti che mirano a valutare uno o più argomenti (cfr. Figura 3.1), processi (cfr. Figura 3.2) e conoscenze legate a uno o più campi di applicazione delle scienze (cfr. Figura 3.3), e richiedono una risposta su carta (scritta o di tipo grafico).
- Le prove del 2003, come quelle del 2000, sono presentate in forma scritta anche se per l'indagine 2006, nella quale le scienze saranno l'ambito principale, si prenderà in considerazione la possibilità di utilizzare materiali presentati sotto altra forma.
- Alcune prove chiamano in causa la lettura e/o la matematica, ma nessuno dei quesiti proposti richiede unicamente di rintracciare informazioni contenute nel testo, così come nessun quesito si basa unicamente sul ricordo di dati di fatto isolati.

Per riuscire ad abbracciare l'insieme di abilità e di conoscenze descritte in questo quadro di riferimento, occorre far ricorso a quesiti con diversi formati di risposta. Ad esempio, i quesiti a scelta multipla possono essere validamente utilizzati per valutare processi di riconoscimento o di selezione. Tuttavia, per stabilire la capacità di valutare o di comunicare conclusioni, i quesiti a risposta aperta sono quelli che hanno maggiore probabilità di fornire risultati validi. In molti casi, comunque, è il particolare contenuto del quesito a determinare quale sia il formato più appropriato.

SCALE DI PRESENTAZIONE DEI RISULTATI

Per rispondere agli obiettivi dell'OCSE/PISA è essenziale sviluppare scale dei risultati degli studenti. La costruzione di una scala è un processo iterativo, per cui le formulazioni iniziali, basate sui risultati degli studi pilota di PISA e della rilevazione del 2000 – così come da precedenti esperienze di valutazione del rendimento nelle scienze e dai risultati delle ricerche sull'apprendimento e sullo sviluppo cognitivo nell'ambito delle scienze – sono suscettibili di essere riviste in funzione dei dati progressivamente raccolti.

In PISA 2000, in cui le scienze non erano il principale ambito della valutazione e che ha dunque fornito una quantità limitata di dati, la competenza scientifica era riportata su una scala con media 500 e deviazione standard 100. Sebbene in tale occasione non siano stati identificati livelli di competenza, è stato possibile descrivere quello che gli studenti possono fare in tre diversi punti della scala.



- All'estremo superiore della scala di competenza scientifica (intorno ai 690 punti), gli studenti sono generalmente capaci: di creare o utilizzare semplici modelli concettuali per fare previsioni o per fornire spiegazioni; di analizzare indagini scientifiche per comprenderne, ad esempio, il progetto sperimentale o per identificare l'ipotesi da verificare; di confrontare dati per valutare punti di vista alternativi o prospettive differenti; di comunicare argomentazioni o descrizioni scientifiche in modo dettagliato e preciso.
- Intorno ai 550 punti, gli studenti sono solitamente in grado: di servirsi di conoscenze scientifiche per fare previsioni o per fornire spiegazioni; di distinguere i quesiti ai quali è possibile rispondere per mezzo dell'indagine scientifica e/o di identificare nel dettaglio gli elementi che caratterizzano un'indagine scientifica; di discernere le informazioni pertinenti tra più informazioni plausibili o all'interno di una catena di ragionamenti al fine di trarre o valutare conclusioni.
- All'estremo più basso della scala (intorno ai 400 punti), gli studenti sono capaci di richiamare alla mente semplici nozioni scientifiche fattuali (come nomi, fatti, termini e semplici regole) e di servirsi di comuni conoscenze scientifiche per trarre o valutare conclusioni.

Nel 2003, la presentazione dei risultati degli studenti nell'ambito delle scienze ha un'impostazione analoga. Nel 2006, viceversa, quando lo spazio dedicato alla valutazione delle scienze consentirà di coprire un più ampio raggio di conoscenze scientifiche e di campi di applicazione delle scienze, sarà possibile, oltre che individuare livelli di competenza sulla scala complessiva, presentare le prestazioni degli studenti su diverse scale parziali corrispondenti ai diversi processi riportati nella Figura 3.2. In tal caso, vi sarà una scala che avrà a che fare con le conoscenze scientifiche (Processo 1) valutate attraverso la loro applicazione alle situazioni presentate.

Nel 2006, inoltre, saranno forse disponibili sufficienti informazioni circa i processi scientifici presentati nella Figura 3.2 per pensare di presentare i risultati in riferimento ai principali campi delle scienze. Ciò dipenderà da considerazioni di tipo statistico, concettuale e di *policy*. Se risulterà possibile presentare i risultati in relazioni alle scale parziali, i Paesi avranno il vantaggio di poter confrontare in modo dettagliato i risultati del loro insegnamento scientifico con quelli che essi ritengono esserne gli obiettivi auspicabili.

La presentazione del contenuto dei diversi quesiti, e delle relative risposte errate, è un elemento importante che si affianca agli indici statistici dei quesiti. Si presume che le categorie di contenuto dei quesiti saranno elaborate a partire dai materiali dello studio pilota, in relazione ai tipi di risposte realmente fornite dagli studenti. Sarà anche necessario presentare alcune risposte date a quesiti specifici per descrivere le scale e per assegnare a esse un nome appropriato. Questo vorrà dire che alcuni quesiti dell'OCSE/PISA verranno pubblicati.

Dopo che nel 2006 le scienze saranno state il principale ambito della valutazione, è auspicabile che i risultati vengano presentati da più prospettive. Una di queste è costituita dalle prestazioni ottenute nei quesiti che si collegano ai diversi campi di applicazione delle scienze. Questo tipo di informazioni servirà a stabilire se le problematiche attuali vengano sufficientemente ed efficacemente trattate.



ALTRI ASPETTI

Quando le informazioni destinate a una prova di valutazione della competenza scientifica vengono presentate sotto forma di testo scritto di una certa lunghezza, si possono accertare anche aspetti riguardanti la lettura. Allo stesso modo, quando le informazioni sono presentate sotto forma di figure, diagrammi o grafici, ecc., è possibile valutare la capacità di leggere questo tipo di informazioni; mentre laddove viene richiesta una certa manipolazione di numeri, si possono valutare alcuni aspetti riguardanti la matematica. Prove di questo tipo fanno parte della sezione integrata dell'accertamento. Altre prove accerteranno soltanto processi che consistono nel saper trarre conclusioni basandosi su dati di fatto e nel dimostrare una comprensione di concetti scientifici.

I cicli dell'OCSE/PISA del 2000 e del 2003 forniscono la base per confrontare le prestazioni degli studenti nel tempo. Il fatto che il numero di prove di scienze utilizzate nel 2000 e nel 2003 sia limitato (anche se il disegno dell'indagine consente la rotazione di diversi pacchetti di prove rispetto a diversi sottocampioni di studenti) significa che ci sono un numero inferiore di prove che vertono su ciascun campo di applicazione delle scienze rispetto a quanto avverrà nel 2006. Le valutazioni ridotte della competenza scientifica, dunque, toccheranno tutti i processi indicati nella Figura 3.2 e alcuni degli argomenti (concetti) e dei campi di applicazione identificati nelle Figure 3.1 e 3.3. Nel 2006, anno in cui le scienze costituiranno il principale ambito della valutazione, sarà possibile una più ampia copertura delle conoscenze scientifiche e dei campi di applicazione.

Problem solving

Introduzione	156
Ricerche precedenti	156
Definizione dell'ambito	158
Organizzazione dell'ambito	159
• Tipi di problema	161
– Problem solving: prova 1 – ALLEVIA IL DOLORE	163
– Problem solving: prova 2 – GESTIRE LA VENDITA DI CD	167
– Problem solving: prova 3 – POMPA PER LA BICICLETTA	171
• Processi del <i>problem solving</i>	172
• Riepilogo dei tipi di problema	173
• Situazioni	173
Dove si colloca il <i>problem solving</i> all'interno di PISA 2003	173
• Competenze-chiave	175
• Il <i>problem solving</i> in rapporto alle tendenze del mercato del lavoro e alla relativa domanda di abilità	176
Caratteristiche della valutazione	179
• Comprensibilità ed equità	179
• Calcolatrici	179
Tipi di quesito	179
• Quesiti a scelta multipla	180
• Quesiti aperti a risposta univoca	180
• Quesiti aperti a risposta breve e articolata	181
• Gruppi di quesiti o prove	182
• Indicazioni per la correzione	182
• Uso di codici a due cifre	183
• Struttura generale dell'indagine	183
Analisi e presentazione dei risultati	184
Possibili ampliamenti del quadro di riferimento	184
del <i>problem solving</i> per i prossimi cicli dell'OCSE/PISA	
• <i>Problem solving</i> di gruppo	184
• Utilizzo di tecnologie informatiche nella somministrazione di prove... ..	185
Altri esempi	185
• Problem solving: prova 4 – BATTERIE	186
• Problem solving: prova 5 – RUOTE	189
• Problem solving: prova 6 – VENDITA DI LIBRI	194



INTRODUZIONE

Il *problem solving* rappresenta un obiettivo educativo centrale nei programmi scolastici di tutti i Paesi. Insegnanti e decisori politici sono particolarmente interessati alle capacità degli studenti di risolvere problemi che si presentano in contesti di vita reale. Tali capacità consistono nel comprendere le informazioni a disposizione, nell'identificarne gli aspetti critici e le interrelazioni, nel costruire o applicare una rappresentazione di supporto, nel risolvere un problema e, infine, nel valutare, giustificare e comunicare ad altri la soluzione alla quale si è giunti. Così concepiti, i processi di *problem solving* sono trasversali rispetto al curriculum e si ritrovano in matematica, in scienze, nelle materie linguistiche e nelle scienze sociali così come in molte altre aree disciplinari. Le competenze di *problem solving* costituiscono una base per successivi apprendimenti, per una partecipazione attiva nella società e per lo svolgimento di attività personali.

Sebbene l'analisi e la soluzione di problemi siano una costante dell'attività umana, non è facile mettere a punto un quadro di riferimento che ne delinea le componenti e che serva per costruire strumenti che misurino le prestazioni degli studenti. Molti studiosi hanno constatato la mancanza di una definizione esauriente e condivisa di *problem solving* (Frensch & Funke, 1995; O'Neil, 1999). Esiste una vasta letteratura in merito all'apprendimento e ad altri temi connessi che tratta del *problem solving*, ma spesso senza fornire un'esplicita definizione del termine nel contesto specifico (Bransford, Brown & Cocking, 1999; PEG, 2001).

Nel programma di valutazione OCSE/PISA si mettono a punto e si somministrano prove che accertano il livello di *literacy* degli studenti in un quadro internazionale, e se ne interpretano i risultati. Scopo dichiarato di tale programma è quello di monitorare e di descrivere i livelli di competenza degli studenti in determinati ambiti. Tuttavia, l'indagine non mira a fare un quadro delle conoscenze curricolari che gli studenti hanno acquisito, ma piuttosto a descrivere il livello di competenza che gli studenti mettono in gioco in situazioni del mondo reale che richiedono conoscenze e capacità di lettura, matematica e scienze. Oltre a raccogliere dati riguardanti le prestazioni degli studenti in questi ambiti di competenza, l'indagine OCSE/PISA 2003 raccoglie anche dati che riguardano capacità trasversali di *problem solving*.

RICERCHE PRECEDENTI

Nella preparazione del quadro di riferimento OCSE/PISA per il *problem solving*, si è proceduto a un esame dei precedenti progetti di ricerca volti a valutare la capacità degli studenti di risolvere problemi ambientati in contesti originali. Sono stati individuati numerosi studi che forniscono risultati interessanti o che impiegano strumenti innovativi. Tra questi, in particolare:

- il "test del ragionamento clinico" ("*clinical reasoning test*") basato su studi di caso riguardanti il modo di trattare i pazienti (Boshuizen et al., 1997);
- il "test sulla prospettiva d'insieme" ("*overall-test*") riguardante autentici processi decisionali complessi nell'ambito della formazione aziendale (Seger, 1997);
- il "test del 'cosa succederebbe se'" ("*what if – test*") che si rivolge alla conoscenza intuitiva cui si ricorre nello studio di simulazioni dei fenomeni scientifici (Swaak & de Jong, 1996).



Una più ampia rassegna degli studi ha consentito di individuare una serie di iniziative significative. Ad esempio, rispetto alla matematica, esiste una lunga tradizione di studi su un tipo di ragionamento e di apprendimento incentrato sul problema (Hiebert *et al.*, 1996; Schoenfeld, 1992) e sulle relative strategie di valutazione (Charles, Lester & O'Daffer, 1987; Dossey, Mullis & Jones, 1993). In psicologia vi sono studi che specificano l'importanza della conoscenza, da parte degli studenti, del ragionamento induttivo (Csapó, 1997) e del ragionamento analogico (Vosniadou & Ortony, 1989). Klieme (1989) presenta un'analisi integrata sulla valutazione del *problem solving* da una prospettiva educativa, psicologico-cognitiva e di misurazione. Collis, Romberg e Jurdak (1986) hanno creato un test di *problem solving* con "super item", ciascuno dei quali è composto da una sequenza di domande che richiedono operazioni di crescente complessità cognitiva. Ulteriori ricerche vanno nella direzione di una differenziazione dei compiti per livelli di complessità. La maggior parte di tali lavori si basa sull'importante opera di Bloom, Hasting e Madaus (1971). Altre ricerche promettenti sono quelle sulle aspettative relative alle prestazioni dell'indagine TIMSS (Robitaille & Garden, 1996) e i vari quadri di riferimento della valutazione di PISA (OCSE, 1999 e 2000).

Negli ultimi anni c'è stato un crescente interesse per la valutazione del *problem solving* in termini di competenza trasversale, tuttavia, dalle rassegne sulla valutazione di quest'ambito (Klieme, 2000; Mayer, 1992) non emerge la presenza di alcun quadro di riferimento. Nel corso degli ultimi cinque anni sono stati fatti diversi tentativi per includere la valutazione di competenze trasversali di *problem solving* nell'ambito di indagini su grandi campioni. Trier e Peschar, nell'ambito del lavoro della Network A dell'OCSE (1995), hanno indicato il *problem solving* come una delle quattro competenze trasversali importanti, facendo uno studio di fattibilità sulla loro valutazione. La prova tipo consisteva in un compito di pianificazione sotto forma di saggio, che richiedeva ai soggetti di organizzare una gita per un gruppo giovanile. Mentre non hanno incontrato difficoltà nell'ottenere risposte dagli studenti, ne hanno incontrate nell'assegnazione dei punteggi.

Frensch e Funke (1995), ciascuno per conto proprio, hanno approntato numerose varianti sperimentali alle prove di pianificazione, mentre Klieme *et al.* (in via di pubblicazione) hanno messo a punto, per uno degli stati federali tedeschi, una prova a scelta multipla per la valutazione su larga scala di competenze di *problem solving*. In tale valutazione, il compito di pianificazione è stato scomposto in una sequenza di azioni singole (chiarire gli obiettivi, raccogliere informazioni, pianificare, prendere decisioni, eseguire il piano d'azione e valutare i risultati ottenuti). Ciascun compito è stato valutato attraverso una sequenza di quesiti che chiedevano ai soggetti di giudicare la coerenza degli obiettivi, di esaminare una cartina, un programma o un documento di altro tipo, di ragionare sulla successione delle azioni, di individuare gli errori possibili nell'esecuzione delle azioni o di svolgere altre attività relative alla risoluzione di problemi. Si sta prendendo in considerazione la possibilità di utilizzare un approccio analogo a quello per la misurazione delle competenze di *problem solving* degli studenti nell'*International Survey of Adults* (ISA), precedentemente conosciuto come *International Adult Literacy and Life Skills Survey* (ALLS) (Binkley *et al.*, 1999).

Nell'ambito di un'opzione nazionale tedesca di PISA 2000 che ha coinvolto 650 studenti quindicenni, sono state utilizzate e validate otto prove interdisciplinari di *problem solving* (Klieme, 2000). L'intenzione era di utilizzare quan-



te più informazioni possibili provenienti dalla ricerca cognitivista di base sul *problem solving*, per mettere a punto e validare i nuovi strumenti. I risultati hanno dimostrato la possibilità di utilizzare sia prove scritte sia prove basate sull'utilizzo del computer per la valutazione delle competenze trasversali di *problem solving*. Dai risultati è emerso che:

- è possibile distinguere le competenze trasversali di *problem solving* dalle competenze legate a singoli ambiti disciplinari (competenza matematica, competenza scientifica e competenza di lettura);
- vari indicatori della competenza analitica di *problem solving* compresi il "compito della pompa della bicicletta" di Harry O'Neill, il lavoro per progetti e un tipo di prova con problemi basati sul transfer analogico poggiano su un fattore comune.

L'obiettivo del quadro di riferimento di PISA relativo al *problem solving* è quello di estendere i prototipi di prove messi a punto negli studi di fattibilità e nella ricerca di base, per ottenere un modello utilizzabile per un'indagine su larga scala nell'ambito di PISA 2003.

DEFINIZIONE DELL'AMBITO

Richard Mayer (1992), scrivendo a proposito della valutazione del *problem solving*, ha notato che chi mette a punto le prove deve:

- fare in modo che i problemi richiedano processi cognitivi di livello superiore, con l'obiettivo di raggiungere una soluzione di fronte a compiti reali e autentici che comportano l'integrazione di diverse competenze;
- mettere coloro che affrontano la prova di fronte a problemi non ordinari, che richiedono di inventare una strategia di soluzione originale.

La valutazione delle competenze di *problem solving* dovrebbe comprendere anche prove basate su situazioni non di routine che richiedono a chi affronta la prova di attingere a conoscenze pregresse, di mettere insieme diversi ambiti di contenuto e di integrare concetti, processi e rappresentazioni.

La maggior parte degli studiosi del *problem solving*, in ambiti di ricerca o in contesti di applicazioni pratiche, qualunque sia l'approccio teorico adottato, concorda nel sostenere che l'aspetto fondamentale nella descrizione dell'attività di *problem solving* da parte di studenti consiste nella descrizione dei processi cognitivi messi in atto dagli studenti stessi nell'affrontare un problema, nel risolverlo e nel comunicare la soluzione raggiunta. In virtù di tali considerazioni, PISA 2003 adotta la seguente definizione di *problem solving*:

Per problem solving si intende la capacità di un individuo di mettere in atto processi cognitivi per affrontare e risolvere situazioni reali e interdisciplinari, per le quali il percorso di soluzione non è immediatamente evidente e nelle quali gli ambiti di competenza o le aree curriculari che si possono applicare non sono all'interno dei singoli ambiti della matematica, delle scienze o della lettura.

Alcuni termini di questa definizione necessitano di spiegazioni ulteriori:



...processi cognitivi...

Questo aspetto del *problem solving* riguarda le diverse componenti dell'atto di risolvere problemi e i processi cognitivi sottesi, tra cui comprensione, definizione, formulazione, soluzione, riflessione e comunicazione. Tali processi saranno descritti in modo più approfondito nella sezione successiva.

...interdisciplinari ...

Il secondo ciclo dell'OCSE/PISA considera già il *problem solving* all'interno di ciascun ambito di competenza. I quadri di riferimento della lettura, della matematica e delle scienze comprendono la valutazione delle abilità di *problem solving* all'interno di ciascuno di tali ambiti. La valutazione che l'OCSE/PISA fa del *problem solving* estende l'esame delle competenze a una più ampia gamma di quesiti che vanno oltre i limiti delle materie curriculari tradizionali.

...reale ...

La definizione di *problem solving* sopra citata pone l'accento sulla risoluzione di problemi della vita reale. Tali problemi richiedono di mettere insieme conoscenze e strategie per affrontare e risolvere un problema il cui legame con la vita reale è immediatamente riconoscibile. È necessario, infatti, che una persona si muova tra rappresentazioni diverse, eppure a volte connesse, e mostri un certo grado di flessibilità nel recuperare dalla memoria le proprie conoscenze e nell'applicarle. Tali problemi, inoltre, richiedono agli studenti di prendere e comunicare decisioni che sembrano avere immediate conseguenze per le persone coinvolte.

ORGANIZZAZIONE DELL'AMBITO

In accordo con la definizione di *problem solving* adottata, i compiti devono necessariamente essere subordinati alla conoscenza e alle strategie proprie di un determinato contesto o ambito. Pertanto i contesti, gli ambiti e le situazioni in relazione ai quali viene valutata la competenza del *problem solving* devono essere selezionati con molta attenzione. In particolare occorre considerare gli elementi che seguono.

- **I tipi di problema.** Una definizione generica di *problem solving* abbraccerebbe una vasta gamma di problemi di diverso tipo. Dati gli obiettivi della valutazione di PISA 2003, ne sono stati scelti tre tipi, esaminati più nel dettaglio nella prossima sezione: *prendere decisioni*, *analisi e progettazione di sistemi*, *localizzare disfunzioni*. Questi tre tipi di problema abbracciano la maggior parte dei processi di *problem solving* che generalmente vengono compresi in quest'ambito. La valutazione del *problem solving* nell'OCSE/PISA non comprende la risoluzione di problemi di tipo interpersonale né l'analisi di testi argomentativi.
- **Il contesto dei problemi.** Questo aspetto riguarda la collocazione dei problemi proposti in relazione all'esperienza degli studenti con il *problem solving*. In particolare, l'ambientazione delle prove del progetto OCSE/PISA 2003 dovrebbe collocarsi a una certa distanza dal contesto della classe e dai contenuti dei programmi scolastici degli studenti. Ecco perché le prove di PISA 2003 dovrebbero utilizzare contesti che riguardano la vita privata, il lavoro e il tempo libero, la comunità locale e la società. Tali contesti abbracciano un *continuum* che va dalla sfera personale fino alla coscienza civica, all'interno di contesti sia curriculari che extra-curriculari.



- *Le discipline coinvolte.* Per rispecchiare l'obiettivo di risolvere problemi della vita reale, l'ambito di *problem solving* di PISA 2003 comprende un'ampia gamma di discipline quali, ad esempio, matematica, scienze, letteratura e materie sociologiche, tecniche e commerciali. In tal modo, il *problem solving* va a completare gli ambiti principali dell'OCSE/PISA: matematica, scienze e lettura. Le conoscenze e le capacità messe in gioco in un compito di *problem solving* non sono limitate a nessuno di questi ambiti in modo da evitare possibili ripetizioni.
- *I processi di problem solving.* In che misura lo studente è in grado di affrontare un particolare problema e di procedere verso la sua soluzione? Quali prove dà lo studente di essere in grado di comprendere la natura di un problema, di individuare le caratteristiche del problema attraverso l'identificazione di variabili e di relazioni, di scegliere e di mettere a punto le rappresentazioni di un problema, di procedere verso una soluzione, di riflettere sulle operazioni che sta svolgendo e di comunicare i risultati a cui è giunto?
- *Le capacità di ragionamento.* Ciascuno di tali processi di *problem solving* si basa non soltanto sulle conoscenze pregresse del soggetto, ma anche sulle sue capacità di ragionamento. Per esempio, per comprendere una situazione problematica, il soggetto che deve risolvere il problema potrebbe dover operare una distinzione tra fatti e opinioni; per formulare una soluzione, potrebbe trovarsi a dover individuare alcune relazioni tra variabili; per scegliere una strategia di soluzione, potrebbe avere la necessità di esaminare relazioni di causa ed effetto; per comunicare i risultati, potrebbe dover organizzare le informazioni in modo logico. Tali attività richiedono spesso capacità di ragionamento analitico, di ragionamento quantitativo, di ragionamento discorsivo e di ragionamento combinatorio: queste capacità costituiscono il nucleo delle competenze di *problem solving*.

TIPI DI RAGIONAMENTO

Il *ragionamento analitico* è caratterizzato da situazioni in cui lo studente deve applicare principi a partire da una logica formale per determinare condizioni necessarie e sufficienti o per determinare se tra i limiti e le condizioni fornite dallo stimolo del problema vi sia l'implicazione della causalità.

Il *ragionamento quantitativo* è caratterizzato da situazioni in cui colui che apprende deve applicare, per risolvere il problema dato, proprietà e procedure collegate al significato di numero e alle operazioni numeriche derivate dalla matematica.

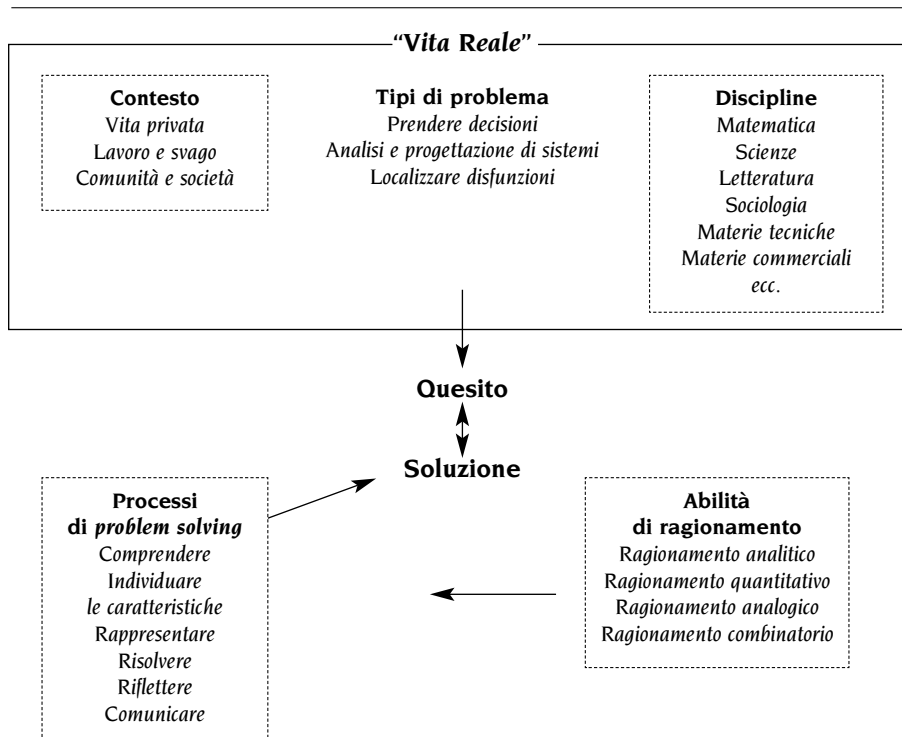
Il *ragionamento analogico* è caratterizzato da situazioni in cui lo studente deve risolvere un problema che ha un contesto simile a quello di un problema a lui familiare, oppure si basa su una situazione problematica che egli ha già risolto in passato. I parametri o il contesto nel nuovo testo stimolo sono cambiati, ma i fattori principali e il meccanismo causale sono gli stessi. Lo studente dovrebbe essere in grado di risolvere il nuovo problema interpretandolo alla luce della sua precedente esperienza con una situazione analoga.

Il *ragionamento combinatorio* è caratterizzato da situazioni in cui lo studente deve esaminare una molteplicità di fattori, considerare tutte le possibili combinazioni in cui essi possono apparire, valutare singolarmente ciascuna di queste combinazioni in relazione a qualche limite oggettivo e poi selezionarle o metterle in ordine.

Appare chiaro, pertanto, come l'atto di risolvere problemi sia un insieme di processi cognitivi diversi, organizzati al fine di raggiungere un determinato obiettivo che non potrebbe essere raggiunto – per lo meno in modo scontato – attraverso la semplice applicazione di una procedura, di un processo, di una serie di comportamenti o di un algoritmo noti e afferenti a una singola area disciplinare. La competenza di *problem solving* può essere descritta in termini di capacità degli studenti di costruire e monitorare una serie di processi in relazione a una gamma di compiti e situazioni. La valutazione del *problem solving* si sforza di individuare i processi messi in atto in una varietà di situazioni e di aree disciplinari e di descrivere e quantificare, laddove è possibile, la qualità dei risultati degli studenti nell'attività di risoluzione di problemi.

Gli elementi che caratterizzano la valutazione della competenza di *problem solving* in PISA 2003 sono illustrati nella figura 4.1. Le interrelazioni messe in evidenza illustrano in quale modo l'attività di *problem solving* attinga sia dalla conoscenza di contesti e contenuti di diversi ambiti, sia dalle competenze che si ritrovano nelle aree di contenuto e in quella di *problem solving* considerato come ambito a sé.

Figura 4.1 • Schema delle componenti chiave del quadro di riferimento del *problem solving*



Tipi di problema

Per una valutazione trasversale del *problem solving* in PISA 2003, si è deciso di limitare la valutazione a tre ampie aree che saranno qui indicate come “tipi di problema”. Questi tre tipi di problema sono: *prendere decisioni*, *analisi e progettazione di sistemi*, *localizzare disfunzioni*.



Prendere decisioni, progettare e analizzare sistemi e localizzare disfunzioni sono generiche strutture di *problem solving* che colgono aspetti importanti della vita reale, quotidiana e del ragionamento analitico che si vorrebbero valutare in PISA. Tali aspetti forniscono un'alternativa alla valutazione degli ambiti della lettura, della matematica e delle scienze. Per la valutazione di questi ultimi esiste un ambito di conoscenza ben definito, che fornisce la struttura necessaria a delimitare l'oggetto della valutazione. Nella valutazione del *problem solving*, invece, l'accento è sul processo piuttosto che sulla conoscenza disciplinare; i processi, però, non possono essere valutati se non in relazione a una qualche struttura portante. I tre tipi di problema che proponiamo forniscono, dunque, le strutture generiche necessarie a valutare i processi di *problem solving*.

Prendere decisioni

Problemi di questo tipo richiedono allo studente di comprendere situazioni che prevedono un certo numero di alternative e di vincoli. Per esempio, la Prova 1 di *problem solving*, "Allevia il dolore", chiede agli studenti di decidere quale tipo di analgesico fra quelli proposti sia il più adatto, considerando l'età del paziente, i suoi sintomi e altri parametri di carattere medico.

I compiti che rientrano nel *prendere decisioni*, come quelli della prova appena citata, implicano: il comprendere le informazioni fornite e cosa richiede il compito; l'identificare gli aspetti pertinenti o i vincoli da rispettare; il creare una rappresentazione del problema o delle alternative proposte; il prendere una decisione che rispetti i vincoli, controllando se questo avvenga realmente; e, infine, il comunicare e il giustificare la decisione presa. In questo genere di compiti, lo studente è chiamato a scegliere tra un certo numero di alternative date. Nel fare questo, deve mettere insieme informazioni provenienti da diverse fonti (ragionamento combinatorio) e scegliere la soluzione migliore.

Un problema basato sul *prendere decisioni* sarà tanto più difficile quanto maggiore sarà la sua complessità. Ad esempio, la decisione di acquistare un'automobile diventa più difficile con l'aumentare delle informazioni che devono essere analizzate, quando le informazioni comprendono diverse rappresentazioni che devono essere collegate, o quando si deve tener conto di un numero maggiore di vincoli. Alcuni studenti sono in grado di trattare compiti semplici relativi al prendere decisioni, ma non riescono a farlo quando la complessità del compito aumenta.

Nel caso di compiti complessi riguardanti il *prendere decisioni*, le rappresentazioni di supporto possono risultare molto utili. Nella Prova 1 di *problem solving* "Allevia il dolore", tale rappresentazione è già data sotto forma di tabella. In altri compiti riguardanti il *prendere decisioni*, agli studenti potrebbe essere richiesto di costruire tali rappresentazioni sotto forma di tabelle, diagrammi, grafici, ecc. La capacità degli studenti di sviluppare rappresentazioni efficaci o quella di applicare una rappresentazione data, sono fattori che incidono sulle loro prestazioni in compiti basati sul *prendere decisioni*. Una volta che una rappresentazione sia stata costruita o applicata, lo studente deve selezionare, mettere in relazione e confrontare fra loro le informazioni così come sono organizzate nella rappresentazione e, quindi, scegliere l'alternativa migliore.

**PROBLEM SOLVING: PROVA 1**
ALLEVIA IL DOLORE

Non è facile scegliere il giusto analgesico per dolori e sofferenze occasionali, dal momento che ci sono sul mercato molte diverse marche di analgesici, tutte presentate come le migliori per il tuo caso.

La casa farmaceutica Carr dà le seguenti informazioni riguardo a 4 diversi analgesici.



Nome dell'analgesico	Descrizione	Indicato per i seguenti sintomi	Dosaggio	Controindicazioni
Acquaspirina	Aspirina in compresse solubili al 100%. Indicata per soggetti che non sono in grado di ingoiare pillole.	Mal di testa; dolori muscolari; mal di denti; dolori di schiena; mal di gola; riduce infiammazioni e febbre.	Adulti e bambini sopra i 12 anni: 1 o 2 compresse sciolte in mezzo bicchiere di acqua, ogni 4 ore se necessario. Non assumere più di 8 compresse in 24 ore. Bambini sotto i 12 anni: non somministrare Acquaspirina a bambini sotto i 12 anni.	L'uso prolungato può essere dannoso. Non dovrebbe essere assunto da persone in una dieta povera di sodio.
Paracem	100% paracetamolo. Adatto per donne in gravidanza e soggetti asmatici. Non irrita lo stomaco come l'aspirina.	Mal di testa; dolori di schiena; mal di denti; dolori muscolari; artrite; riduce la febbre.	Adulti e bambini sopra i 12 anni: 1 o 2 compresse ogni 4 ore se necessario. Bambini sotto i 12 anni: 1/2 o 1 compressa ogni 4 ore se necessario.	L'uso prolungato può essere dannoso.
NoAx	Ciascuna compressa contiene 25mg di Potassio Diclofene. Adatto per il sollievo di dolori acuti e stati infiammatori. L'effetto si manifesta solitamente entro 15 o 30 minuti.	Contusioni; torcicollo; dolori di schiena, distorsioni e stiramenti; emicranie; dolori post operatori.	Adulti e bambini sopra i 14 anni: 1 o 2 compresse ogni 8 ore. Non più di 6 compresse al dì. Bambini sotto i 14 anni: non somministrare NoAx a bambini sotto i 14 anni.	Non assumere NoAx a stomaco vuoto. Consultare il medico in caso di asma o in caso di assunzione di altri medicinali. Possibili effetti collaterali: vertigini, gonfiore ai piedi.
Reliefene	Ciascuna compressa contiene 200mg di ibuprofene. Ha meno ripercussioni sullo stomaco rispetto all'aspirina.	Mal di testa; dolori muscolari e reumatici; mal di denti; sintomi da raffreddamento; mal di schiena; riduce febbre e infiammazioni.	Adulti e bambini sopra i 12 anni: 1 o 2 compresse ogni 4-6 ore se necessario. Non assumere più di 6 compresse in 24 ore. Bambini sotto i 12 anni: non adatto a bambini sotto i 12 anni.	In caso di asma, disfunzioni renali, allergie all'aspirina o donne in gravidanza, consultare il medico prima di assumere il farmaco.



Problem solving: esempio 1.1

In base alle informazioni date, metti in ordine i quattro analgesici dal più leggero al più forte (scrivi nelle caselle i numeri da 1 a 4, dove 4 corrisponde al più forte).

- ☐ Acquaspirina
- ☐ Paracem
- ☐ NoAx
- ☐ Reliefene

Punteggio

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che presentino nell'ordine 2, 1, 4, 3.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Problem solving: esempio 1.2

Individua i **due** analgesici che potrebbero irritare maggiormente lo stomaco rispetto agli altri due.

- A. Acquaspirina
- B. Paracem
- C. NoAx
- D. Reliefene

Punteggio

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che indichino A e C come i due analgesici che possono irritare lo stomaco.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Problem solving: esempio 1.3

Michele ha preso alcune compresse di Relifene per il raffreddore e il mal di testa. Ha preso 2 compresse alle 8:00 di mattina, 1 compressa alle 13:00 e 2 compresse alle 18:00. Prima di andare a dormire alle 23:00, quante compresse dovrebbe prendere, in base alle indicazioni per il dosaggio? Fornisci una spiegazione a sostegno della tua risposta.

Punteggio

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che specificano "una compressa", in modo che il totale non superi le 6 compresse in 24 ore.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

**Problem solving: esempio 1.4**

Scegli l'analgesico più adatto per ciascuno dei seguenti pazienti, basandoti sulle informazioni date.

PAZIENTE	FAI UN CERCHIO INTORNO ALL'ANALGESICO PIÙ ADATTO
Emma, 10 anni, con raffreddore e febbre.	Acquaspirina / Paracem / NoAx / Reliefene
Giorgio, un ragazzo asmatico di 13 anni con una distorsione alla caviglia, necessita di un analgesico per ridurre dolore e infiammazione.	Acquaspirina / Paracem / NoAx / Reliefene
Guglielmo, operaio di 45 anni addetto alle macchine, necessita di un analgesico duraturo contro il mal di schiena, da assumere mentre continua il suo lavoro.	Acquaspirina / Paracem / NoAx / Reliefene
Susanna, una donna in gravidanza, soffre di mal di testa.	Acquaspirina / Paracem / NoAx / Reliefene

Punteggio

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che specificano Paracem, Acquaspirina, Reliefene, Paracem, in quest'ordine.

Nessun punteggio

Codice 0: ogni altra combinazione di risposte.

Dopo aver preso una decisione gli studenti devono essere in grado di valutarla, giustificarla e comunicarla ad altre persone. La capacità di giustificare e comunicare la soluzione di un problema è un aspetto importante della capacità degli studenti di *prendere decisioni*.

Per riassumere, i compiti che riguardano il *prendere decisioni* richiedono allo studente di comprendere le informazioni che gli sono fornite, di identificare le alternative pertinenti e i relativi vincoli, di costruire o di applicare rappresentazioni, di scegliere la soluzione migliore tra le varie alternative disponibili e di valutare, giustificare o comunicare in modo efficace tale soluzione.

Analisi e progettazione di sistemi

I problemi che abbiamo definito come *analisi e progettazione di sistemi* richiedono agli studenti di analizzare una situazione complessa per capire la sua logica e/o di progettare un sistema che funzioni e che raggiunga determinati obiettivi disponendo di informazioni relative ai rapporti che legano vari aspetti del contesto del problema. Ad esempio, nella Prova 2 di *problem solving*, "Gestire la vendita di CD", si chiede allo studente di analizzare un sistema di registrazione dei dati per gestire la vendita di CD in un negozio di dischi.



Un problema che implica *analisi e progettazione di sistemi*, differisce da uno basato sul *prendere decisioni* per almeno due aspetti: a) lo studente deve analizzare un sistema o mettere a punto una soluzione per un determinato problema piuttosto che scegliere quest'ultima fra un certo numero di alternative e b) la situazione descritta consiste abitualmente in un sistema complesso di variabili interrelate, in cui una variabile influenza l'altra e la soluzione non è sempre univoca. In altre parole, i problemi di *analisi e progettazione di sistemi* sono caratterizzati dalla natura dinamica delle relazioni tra le variabili implicate e dalla possibilità che vi sia più di una soluzione valida. Questi tipi di problemi si ritrovano spesso in discipline quali l'economia o le scienze ambientali. Nei compiti che implicano il *prendere decisioni*, le variabili non interagiscono in modo così complesso, i vincoli sono più chiari e le decisioni più facili da giustificare.

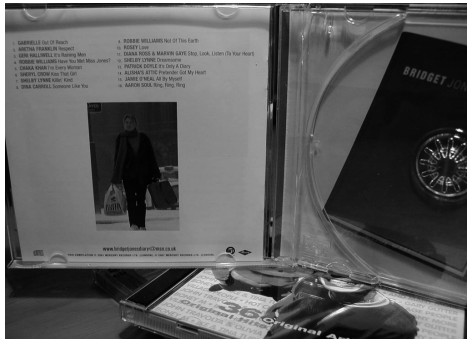
I compiti di *analisi e progettazione di sistemi* richiedono generalmente di identificare variabili interrelate e di scoprire in che modo interagiscono. In questi problemi, gli studenti devono essere in grado di analizzare situazioni complesse e di determinare le relazioni che definiscono i sistemi, o di progettare un sistema che soddisfi le relazioni date e raggiunga gli obiettivi desiderati. Anche la capacità di valutare, giustificare una soluzione relativa a un problema di *analisi e progettazione di sistemi* è parte integrante del processo di soluzione del problema.

Come già visto esaminando i problemi che implicano il *prendere decisioni*, anche in un problema di *analisi e progettazione di sistemi* la difficoltà dipende dalla complessità del problema stesso. Quanto più una situazione è complessa (in termini di quantità di variabili in gioco e delle loro interrelazioni) tanto maggiore è la difficoltà del compito di *problem solving*. La costruzione di una rappresentazione o l'applicazione di una rappresentazione data o conosciuta è parte imprescindibile del processo di risoluzione del problema.

Nella Prova 2 di *problem solving*, "Gestire la vendita di CD", ad esempio, si richiede allo studente di identificare le variabili pertinenti alla vendita di CD e di analizzare le relazioni tra di esse per determinare il modo migliore di organizzare le informazioni. Tale compito, inoltre, richiede agli studenti di escogitare metodi di reperimento delle informazioni servendosi del ragionamento logico.



PROBLEM SOLVING: PROVA 2
GESTIRE LA VENDITA DI CD



Il negozio di CD Dolci Melodie sta sviluppando un sistema per registrare le vendite del negozio di CD musicali. Preparano sul computer due moduli di registrazione come mostrato qui sotto:

Modulo di registrazione 1: caratteristiche di ciascun CD (una riga per CD)

<i>Numero di identificazione di serie del CD</i>	<i>Titolo del CD</i>	<i>Casa discografica del CD</i>
14339	Carnevale di primavera	NAXA
10292	Successi anni '90	Finstudio
00551	Arie per amanti dell'opera	DigiRec

Modulo di registrazione 2: caratteristiche di ciascun brano sul CD (una riga per brano)

<i>Numero di identificazione di serie del CD</i>	<i>Numero del brano</i>	<i>Titolo del brano</i>
14339	1	Febbre di primavera
14339	2	Salto nella primavera
14339	3	Ritmo di mezzanotte
10292	1	Danza di città

Problem solving: esempio 2.1

A quale modulo di registrazione (1 o 2) si dovrebbe riferire ciascuna delle seguenti caratteristiche?

CARATTERISTICA	ESEMPIO DEL DATO DA INSERIRE	FAI UN CERCHIO INTORNO A "MODULO DI REGISTRAZIONE 1" O "MODULO DI REGISTRAZIONE 2"
ARTISTA/GRUPPO/ ORCHESTRA	Faye Weber; Filarmonica di Berlino	Modulo di registrazione 1 Modulo di registrazione 2
PREZZO DEL CD	15 zed; 25 zed per due CD	Modulo di registrazione 1 Modulo di registrazione 2
DISPONIBILITÀ	In ordinazione; in magazzino	Modulo di registrazione 1 Modulo di registrazione 2
COMPOSITORE/ AUTORE	Warren Jones; Li Yuan	Modulo di registrazione 1 Modulo di registrazione 2

**Punteggio**

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che specificano nell'ordine: modulo di registrazione 2, modulo di registrazione 1, modulo di registrazione 1, modulo di registrazione 2.

Nessun punteggio

Codice 0: ogni altra combinazione di risposte.

Problem solving: esempio 2.2

Aggiungi **due** caratteristiche al modulo di registrazione 1 e **due** caratteristiche al modulo di registrazione 2, fornendo l'esempio del dato da inserire. Non ripetere le caratteristiche che già sono state menzionate.

Punteggio

Esempi di caratteristiche per il modulo di registrazione 1:

- Copyright/anno di pubblicazione del CD, es. ©1998.
- Durata totale del CD, es. 78 minuti.
- Categoria musicale del CD: classica, popolare, alternativa.

Esempi di caratteristiche per il modulo di registrazione 2:

- Durata del brano, es. 5'32".
- Anno/luogo di registrazione, es. Marzo 1998, Praga.
- Autore del testo, es. Sharon Green.

Punteggio pieno

Codice 2: risposte che includano:

- Due caratteristiche per il modulo di registrazione 1 dalla lista di caratteristiche riportata sopra;

E

- Due caratteristiche per il modulo di registrazione 2 dalla lista di caratteristiche riportata sopra.

Punteggio parziale

Codice 1: risposte incomplete come quelle che riportano:

- Due sole caratteristiche per il modulo di registrazione 1;
OPPURE
- Due sole caratteristiche per il modulo di registrazione 2;
OPPURE
- Una sola caratteristica per il modulo di registrazione 1 e una per il modulo di registrazione 2;
OPPURE
- Due caratteristiche per ogni registrazione ma senza gli esempi dei dati da inserire.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.



Problem solving: esempio 2.3

Il sistema di registrazione delle vendite permette agli utenti di fare delle ricerche su CD particolari. Gli esempi che seguono mostrano come sono scritti i comandi di ricerca, utilizzando le parole chiave: "AND", "OR" e le parentesi:

- (1) Per trovare tutti i CD che costano meno di 15 zed incisi dalla cantante Irene Emile, scrivi il seguente comando di ricerca:

(Prezzo < 15) AND (Artista = Irene Emile)

- (2) Per trovare tutti i CD della 5ª Sinfonia di Beethoven incisa dall'Orchestra Sinfonica di Boston o da quella di Chicago, scrivi il seguente comando di ricerca:

(Titolo = 5ª Sinfonia di Beethoven) AND (orchestra = Boston OR Chicago).

Scrivi il comando di ricerca per trovare tutti i CD prodotti dalla NAXA o dalla DigiRec della canzone "La notte scorsa ho fatto un sogno".

Punteggio

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che riportano:

(Titolo = La notte scorsa ho fatto un sogno) AND (casa discografica = NAXA OR DigiRec).

Da notare che l'importante è il posizionamento di AND, OR e delle parentesi. Il contenuto e l'ordine delle parentesi non è importante. L'esatta dicitura delle parole chiave come "casa discografica", "titolo" non è importante. Quindi si deve accettare anche "Titolo del brano" invece di "Titolo", "produttore" invece di "casa discografica", ecc.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Valutare, giustificare e comunicare una soluzione rappresentano aspetti molto importanti del processo di *problem solving* nei compiti di *analisi e progettazione di sistemi*. Generalmente non c'è un'unica soluzione, né questa è evidente, e ci sono vantaggi e svantaggi per ciascuna possibile soluzione.

Per riassumere, un compito di *analisi e progettazione di sistemi* solitamente richiede di comprendere le relazioni complesse tra più variabili interdipendenti, di identificare le loro caratteristiche rilevanti, di costruire o applicare una determinata rappresentazione, di analizzare una situazione complessa o di progettare un sistema in modo da raggiungere determinati obiettivi. Compiti di tal genere, inoltre, prevedono, di norma, molte operazioni di controllo e di valutazione nel corso dei vari passaggi che lo studente è chiamato a compiere durante il processo di analisi e progettazione.



Localizzare disfunzioni

I problemi del tipo *localizzare disfunzioni* richiedono agli studenti di comprendere le principali caratteristiche di un sistema e di identificare una caratteristica o un meccanismo difettoso o poco funzionale. Ad esempio, nella Prova 3, “Pompa per la bicicletta”, si richiede a Giovanna di scoprire perché dalla sua pompa per la bicicletta non esca aria. Nonostante la protagonista abbia alzato e abbassato più volte l'impugnatura della pompa, l'aria non è uscita. Giovanna, tuttavia, non sarà in grado di diagnosticare il problema a meno che non capisca come funziona una pompa per biciclette e, più specificatamente, come funzionino le valvole interna e esterna e il pistone durante il passaggio dell'aria dall'esterno della pompa alla ruota della bicicletta collegata al tubo flessibile.

I compiti che richiedono di *localizzare disfunzioni* possono essere chiaramente distinti da quelli che riguardano il *prendere decisioni* e da quelli di *analisi e progettazione di sistemi*. I primi, infatti, non implicano né la scelta dell'opzione migliore tra quelle fornite, né la progettazione di un sistema che soddisfi un certo numero di criteri. Piuttosto i compiti di *localizzare disfunzioni*, richiedono la comprensione della logica di un meccanismo causale, come il funzionamento di un sistema fisico o di una procedura. Ad esempio, un'azienda che vende al dettaglio deve capire le cause di un calo nelle vendite o un programmatore di computer deve trovare l'errore in un programma.

Sebbene le strutture di questi tre tipi di problema siano differenti, lo studente che risolve un compito di *localizzare disfunzioni*, deve anche capire come funziona un dispositivo o una procedura (ovvero capire il meccanismo), identificare gli aspetti critici per la diagnosi del problema specifico da risolvere, costruire o applicare rappresentazioni appropriate, diagnosticare il problema, proporre una soluzione e, quando richiesto, metterla in opera.

La rappresentazione è molto importante nei problemi di *localizzare disfunzioni*, perché essi spesso richiedono l'integrazione di informazioni verbali e grafiche. Nella Prova 3 di *problem solving*, “Pompa per la bicicletta”, Giovanna deve integrare le informazioni verbali e grafiche per giungere alla comprensione del meccanismo della pompa. In altre situazioni, lo studente può aver bisogno di produrre una rappresentazione grafica a partire da una descrizione verbale, o di descrivere verbalmente una figura che illustra come funziona un dato dispositivo. La capacità di passare in modo flessibile da un tipo di rappresentazione a un altro è un aspetto importante del *problem solving* che è spesso presente nei problemi che richiedono di *localizzare disfunzioni*. Infine, la valutazione, la giustificazione e la comunicazione sono importanti, nei problemi di *localizzare disfunzioni*, tanto quanto negli altri tipi di problema. Ad esempio, nell'esempio 3.2, le affermazioni devono essere sostenute da motivi adeguati.

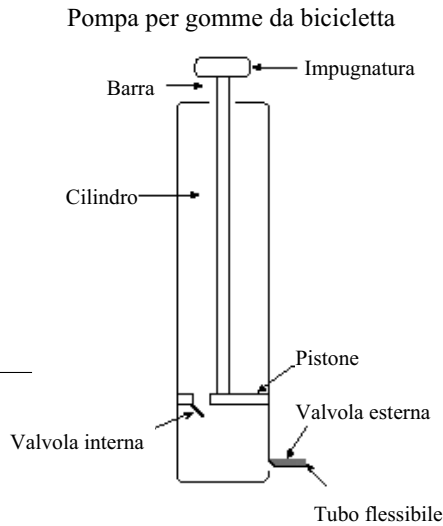
Riassumendo, i compiti che richiedono di *localizzare disfunzioni* comprendono la diagnosi, la proposta di una soluzione e, a volte, l'esecuzione di quest'ultima. Tali compiti, inoltre, richiedono allo studente di comprendere il funzionamento di un meccanismo o di una procedura, di identificare gli aspetti pertinenti del compito e di creare una rappresentazione o di applicarne una già data.

PROBLEM SOLVING: PROVA 3

POMPA PER LA BICICLETTA

Giovanna ieri ha avuto qualche problema con la sua pompa per la bicicletta. Più volte ha alzato e abbassato l'impugnatura della pompa, ma non è uscita aria dal tubo flessibile. Siccome Giovanna voleva capire quale fosse il problema, ha cercato nella scatola nella quale teneva la pompa e ha trovato un foglietto con le seguenti informazioni.

Quando l'impugnatura della pompa è sollevata, l'aria passa attraverso la valvola interna e riempie lo spazio tra il pistone e la valvola esterna. Quando l'impugnatura della pompa è spinta verso il basso, la valvola interna si chiude e il pistone spinge l'aria sottostante attraverso la valvola esterna.



Problem solving: esempio 3.1

Spiega in che modo il movimento delle valvole permette il funzionamento della pompa per la bicicletta quando l'impugnatura della pompa si trova nelle diverse posizioni.

Punteggio

Punteggio pieno

Codice 2: risposte che descrivono cosa succede in ENTRAMBI i movimenti dell'impugnatura del pistone.

- Quando l'impugnatura della pompa è spinta verso il basso, la valvola interna si chiude e quella esterna si apre.

E

- Quando l'impugnatura della pompa è tirata verso l'alto, la valvola interna si apre e quella esterna si chiude.

Punteggio parziale

Codice 1: risposte che descrivono cosa succede con il movimento dell'impugnatura della pompa in una sola direzione.

- Quando l'impugnatura della pompa è spinta verso il basso, la valvola interna si chiude e quella esterna si apre.

OPPURE

- Quando l'impugnatura della pompa è tirata verso l'alto, la valvola interna si apre e quella esterna si chiude.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.



Problem solving: esempio 3.2

Trova due possibili motivi per i quali potrebbe non uscire l'aria dal tubo flessibile. Dai una spiegazione per la quale ciascuno dei tuoi motivi sia possibile.

Punteggio

Possibili motivi e spiegazioni:

- la valvola interna è bloccata e non si apre, quindi l'aria non può entrare nel cilindro sottostante il pistone;
- la valvola esterna è bloccata e non si apre, non permette quindi all'aria di raggiungere il tubo flessibile;
- il pistone è consumato e quindi manca la compressione necessaria a spingere l'aria nel tubo flessibile;
- c'è una crepa sulla superficie del cilindro al di sotto del pistone che impedisce la compressione;
- c'è una perdita nel tubo flessibile che permette all'aria di fuoriuscire;
- non entra aria nel cilindro.

Punteggio pieno

Codice 2: risposte che includono DUE motivi accompagnati da spiegazione.

Punteggio parziale

Codice 1: risposte che includono solo UNA ragione accompagnata da spiegazione.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Processi del *problem solving*

Lo sviluppo di un quadro di riferimento per il *problem solving* richiede che siano identificati i processi implicati nella soluzione di un problema da parte di uno studente. Non si tratta di un compito semplice, dal momento che non c'è un modo standard in cui diversi individui risolvono i problemi. I processi di seguito proposti si basano sull'analisi dal punto di vista cognitivo dei tre tipi di problema precedentemente descritti. Tale analisi è basata sul lavoro che alcuni psicologi cognitivisti hanno condotto sul *problem solving* e sul ragionamento (ad esempio, Mayer & Wittrock, 1996; Brensford *et al.*, 1999; Baxter & Glaser, 1997; Vosniadou & Orton, 1989), così come sull'importante lavoro di Polya (1945). Il modello proposto consiste nei processi che forniscono una struttura adatta a esaminare l'attività degli studenti e a organizzare i compiti per la valutazione del *problem solving*. Si noti che tali processi non sono mai considerati come aventi un ordine gerarchico o come necessari alla soluzione di un problema in particolare. Nel momento in cui gli individui confrontano, strutturano, mettono a punto rappresentazioni dei problemi e li risolvono in modo dinamico e in tempo reale, essi possono giungere a una soluzione con modalità che vanno oltre la stretta linearità di questo modello. In effetti, oggi la maggior parte delle informazioni sul funzionamento del pensiero umano avvalorano l'idea che esso sia un sistema di elaborazione delle informazioni che opera in modo parallelo piuttosto che lineare.

- *Comprendere il problema.* Questo aspetto riguarda il modo in cui gli studenti comprendono un testo, un diagramma, una formula o una tabella e ne ricavano inferenze, il modo in cui collegano informazioni provenienti da più



fonti, il modo in cui dimostrano di comprendere i concetti pertinenti e, infine, il modo in cui si servono delle informazioni che fanno parte del loro bagaglio di conoscenze per comprendere le informazioni date.

- *Individuare le caratteristiche del problema.* Questo aspetto riguarda il modo in cui gli studenti identificano le variabili di un problema e le loro interrelazioni, il modo in cui stabiliscono se le variabili sono pertinenti, il modo in cui costruiscono ipotesi e, infine, il modo in cui reperiscono, organizzano, esaminano e valutano criticamente le informazioni contestuali.
- *Costruire una rappresentazione del problema.* Questo aspetto riguarda il modo in cui gli studenti costruiscono rappresentazioni tabulari, grafiche, simboliche o verbali, il modo in cui essi applicano alla soluzione del problema una rappresentazione data, e il modo in cui passano da un tipo di rappresentazione a un altro.
- *Risolvere il problema.* Questo aspetto consiste nel prendere una decisione (nel caso del *prendere decisioni*), analizzare o progettare un sistema per raggiungere determinati obiettivi (nel caso dell'*analisi e progettazione di sistemi*) e diagnosticare un errore proponendone la soluzione (nel caso del *localizzare disfunzioni*).
- *Riflettere sulla soluzione.* Questo aspetto riguarda il modo in cui gli studenti esaminano la soluzione trovata e cercano ulteriori informazioni o chiarimenti, il modo in cui valutano la soluzione da una diversa prospettiva nel tentativo di rielaborarla e di renderla più accettabile dal punto di vista sociale o tecnico e, infine, il modo in cui la giustificano.
- *Comunicare la soluzione del problema.* Questo aspetto riguarda il modo in cui gli studenti selezionano mezzi di comunicazione e rappresentazioni adeguate a esprimere e comunicare ad altri le proprie soluzioni.

Riepilogo dei tipi di problema

La Figura 4.2 riassume le caratteristiche fondamentali dei tre tipi di problema in termini di obiettivi, processi messi in gioco nella risoluzione dei problemi e fonti di crescente complessità connesse ai problemi.

Situazioni

Nel progetto OCSE/PISA, la valutazione del *problem solving* dovrebbe richiedere agli studenti di applicare le proprie conoscenze e abilità in modo originale, di trasferire le capacità da un ambito all'altro e di usare le conoscenze per affrontare problemi che riguardano il *prendere decisioni*, l'*analisi e progettazione di sistemi* e il *localizzare disfunzioni*. Così inteso, il lavoro interdisciplinare di *problem solving* si avvicinerà, in molti casi, alla nozione di "abilità per la vita". I problemi proposti, dunque, sono generalmente inseriti in contesti di vita reale legati alla vita personale, al lavoro e al tempo libero, o alla comunità locale e alla società.

DOVE SI COLLOCA IL PROBLEM SOLVING ALL'INTERNO DI PISA 2003

Sebbene la lettura, la matematica e le scienze siano tre ambiti disciplinari fra i più importanti in tutti i sistemi scolastici, essi non forniscono tutte le capacità


Figura 4.2 • Aspetti dei tipi di *problem solving*

	Prendere decisioni	Analisi e progettazione di sistemi	Localizzare disfunzioni
Obiettivi	Scegliere tra diverse alternative rispettando determinati vincoli	Identificare le relazioni tra le parti di un sistema e/o progettare un sistema che esprima le relazioni tra le parti	Diagnosticare e correggere un sistema o un meccanismo difettoso o non del tutto funzionante
Processi messi in gioco	Comprendere una situazione nella quale vi sono diverse alternative e vincoli e un compito determinato	Comprendere le informazioni che caratterizzano un dato sistema e ciò che viene richiesto da un determinato compito	Comprendere le principali caratteristiche di un sistema o di un meccanismo e del suo malfunzionamento e ciò che viene richiesto da un determinato compito
	Identificare i vincoli pertinenti	Identificare le parti pertinenti del sistema	Identificare le variabili legate da una relazione causale
	Costruire rappresentazioni delle possibili alternative	Costruire rappresentazioni delle relazioni tra le parti del sistema	Costruire rappresentazioni del funzionamento del sistema
	Prendere una decisione scegliendo fra le alternative date	Analizzare o progettare un sistema che dia conto delle relazioni tra le sue parti	Diagnosticare il malfunzionamento del sistema e/o proporre una soluzione
	Verificare e valutare la decisione	Verificare e valutare l'analisi o il progetto del sistema	Verificare e valutare la propria diagnosi e la propria soluzione
	Comunicare o giustificare la decisione presa	Comunicare l'analisi o giustificare il progetto proposto	Comunicare o giustificare la propria diagnosi e la propria soluzione
Possibili fonti di complessità	Numero di vincoli	Numero di variabili interrelate e natura delle relazioni	Numero di parti interrelate nel sistema o nel meccanismo e modi in cui queste parti interagiscono
	Numero e tipi di rappresentazioni utilizzate (verbale, iconica, numerica)	Numero e tipi di rappresentazioni utilizzate (verbale, iconica, numerica)	Numero e tipi di rappresentazioni utilizzate (verbale, iconica, numerica)



necessarie nella vita adulta. Un'analisi delle conoscenze e delle capacità richieste ai cittadini e ai lavoratori, nel XXI secolo, indica come tali richieste evolvano di pari passo con il progresso tecnologico. Man mano che vari tipi di tecnologie hanno sostituito determinati tipi di lavoro manuale, nuove conoscenze e capacità hanno preso il posto di quelle tradizionalmente richieste al momento dell'ingresso nell'età adulta e nel mondo del lavoro. Le indagini OCSE/PISA, dunque, devono valutare la capacità degli studenti di adattarsi al cambiamento e di risolvere problemi che richiedono le competenze-chiave emergenti.

Competenze-chiave

La definizione di elenchi di abilità o di competenze-chiave è stato un obiettivo preminente di numerose iniziative dell'OCSE, prima tra le quali il Progetto DeSeCo (Rychen & Salganik, 2000). Nell'ambito di tale ricerca, si è potuto verificare come le competenze-chiave siano, per loro stessa natura, multifunzionali e pluridimensionali e consentano di andare oltre il singolo ambito disciplinare e di servirsi di livelli più alti di complessità cognitiva. Le competenze-chiave, infatti, consentono di affrontare situazioni complesse in maniera attiva e razionale. In particolare, aiutano a passare da una visione bipolare della situazione o della questione a una panoramica in grado di svelare interpretazioni molteplici, e a volte contrastanti, del contesto e degli eventi; esse, pertanto, richiedono una molteplicità di processi mentali. Per quanto non rientrino tutti nella valutazione OCSE/PISA, fra i processi elencati nel rapporto del Progetto DeSeCo, troviamo:

- riconoscere e analizzare schemi ricorrenti, stabilire analogie fra situazioni note e situazioni nuove (*affrontare la complessità*);
- percepire le situazioni, discernere fra aspetti rilevanti e non (*dimensione percettiva*);
- scegliere i mezzi più appropriati per raggiungere un fine proposto, soppesare le alternative offerte, formulare giudizi e agire di conseguenza (*dimensione normativa*);
- sviluppare capacità di orientamento in contesti sociali, fidarsi degli altri, ascoltare e comprendere le posizioni degli altri (*dimensione cooperativa*);
- dar conto degli avvenimenti della propria e dell'altrui esistenza, vedere e descrivere il mondo e il proprio posto in esso come effettivamente è e come vorremmo che fosse (*dimensione narrativa*).

È sufficiente una rapida valutazione dei processi appena elencati per comprendere come il *problem solving*, inteso come attività interdisciplinare, sia al centro delle competenze-chiave. Riconoscere, astrarre, generalizzare e valutare modelli strutturali e sviluppare e mettere in pratica piani di azione basati su tali processi sono aspetti centrali dell'apporto del *problem solving* alla capacità di prendere decisioni in ambito scolastico, in quello della formazione professionale e in quello del lavoro. Cogliere situazioni specifiche all'interno di contesti complessi e delinearne le caratteristiche e i vincoli pertinenti sono aspetti fondamentali dell'analisi dei sistemi e delle strutture, e della pianificazione di azioni volte ad affrontare i problemi nell'ambito di qualsiasi attività umana. Il *problem solving*, insomma, aiuta ad affrontare le difficoltà che comunemente s'incontrano nella vita o sul lavoro, insegnando a scegliere i mezzi più appropriati per raggiungere obiettivi specifici o prefissati.



Il *problem solving* in rapporto alle tendenze del mercato del lavoro e alla relativa domanda di abilità

Dal momento che i quindicenni di oggi entreranno a far parte della forza lavoro entro i prossimi dieci anni, è importante, nel valutare la loro preparazione per la vita, identificare le caratteristiche salienti del mercato del lavoro che si troveranno ad affrontare. Studi e indagini sulle tendenze dell'occupazione e le relative richieste di abilità, indicano come negli ultimi venti anni si siano verificati cambiamenti significativi nel mercato del lavoro (ILO, 1998; OCSE, 2001b). I rapidi progressi a livello tecnologico e la globalizzazione del commercio e dell'industria hanno portato a una domanda crescente di professionisti e tecnici altamente specializzati. Tale domanda crescente, a sua volta, ha portato a richieste di riforma tanto dell'istruzione scolastica quanto della formazione sul posto di lavoro. Negli Stati Uniti, il rapporto della *Secretary's Commission on Achieving Necessary Skills* (SCANS) (Dipartimento del Lavoro USA, 1991) ha proposto alle scuole un modo di intendere le conoscenze e le abilità necessarie che va oltre le materie tradizionali. Il quadro di riferimento SCANS è costituito da tre ordini di abilità fondamentali, corredati da cinque competenze generali (Stern, 1999). I primi sono costituiti da:

- *abilità di base*: leggere, scrivere, capacità aritmetiche e matematiche, ascoltare e parlare;
- *abilità di ragionamento*: pensare in modo creativo, prendere decisioni, risolvere problemi, raffigurarsi le cose mentalmente, sapere apprendere e ragionare;
- *qualità personali*: responsabilità, autostima, capacità di socializzare, capacità di autogestirsi, integrità e onestà.

Le competenze associate a tali ordini di abilità riguardano i seguenti settori:

- *risorse*: gestire il tempo, il denaro, i materiali, le strutture e le risorse umane;
- *rapporti interpersonali*: fare lavoro di squadra, contribuire alla formazione di altri, servire clienti, esercitare il comando, negoziare e confrontarsi con la diversità;
- *informazioni*: acquisire e valutare, organizzare e conservare, interpretare e comunicare ed elaborare informazioni con il computer;
- *sistemi*: comprendere, monitorare e correggere le prestazioni di un sistema, migliorare o progettare sistemi;
- *tecnologia*: selezionare tecnologie, applicare la tecnologia a determinati compiti, mantenere in efficienza macchinari e localizzarne eventuali disfunzioni.

Dunque, mentre gli ambiti disciplinari principali – lettura, scrittura e matematica – rivestono grande importanza nell'intreccio basilare di abilità individuate nell'ambito SCANS, coloro che hanno steso il rapporto SCANS, così come coloro che si sono occupati del rapporto DeSeCo, hanno separato le abilità di *problem solving* e di ragionamento critico dalle altre, considerandole un



ambito di studio a sé stante. Ciò, ovviamente, non sta a indicare che in lettura, in matematica o in scienze manchino l'attività di *problem solving* o il ragionamento critico; indica, invece, che c'è una nuova e diffusa tendenza a considerare il *problem solving* come ambito riconosciuto e separato dell'attività umana che non può essere riassorbito negli ambiti disciplinari.

Il rapporto SCANS e quello DeSeCo sono solo due esempi di analisi delle conoscenze e delle abilità richieste in base alle attuali concezioni emergenti relative ai requisiti della forza lavoro. Numerose altre analisi hanno fornito un quadro simile delle abilità generiche e di quelle legate al mondo del lavoro delle quali gli studenti di oggi avranno bisogno. McCurry (2002) ha compiuto un'analisi di tali rapporti, concludendo che, oltre alle conoscenze e alle abilità connesse ai tradizionali ambiti disciplinari, il *problem solving* o le abilità generali di ragionamento costituiscono un preciso nucleo di competenze per la vita e per il lavoro nel mondo di domani.

Differenze tra il *problem solving* e gli ambiti di competenza in PISA

La valutazione della competenza trasversale del *problem solving* in PISA 2003 si differenzia sia dagli studi sul *problem solving* all'interno della valutazione dei tre ambiti di competenza, sia dagli studi psicologici esistenti, per diversi e importanti aspetti. Innanzitutto nella valutazione della competenza di lettura e di quella matematica e scientifica, il *problem solving* è funzionale alla valutazione delle conoscenze e della comprensione nei singoli ambiti di competenza, mentre, nella parte dell'indagine che se ne occupa specificamente, l'attenzione è posta sui processi di *problem solving* in sé. Inoltre, nel progetto OCSE/PISA la valutazione del *problem solving* si differenzia da quella degli ambiti di competenza in quanto mette l'accento sulla capacità di integrare le informazioni provenienti da differenti aree disciplinari, piuttosto che di attingere esclusivamente da un singolo ambito di conoscenza. Infine, le prove di PISA differiscono per il grado di apertura delle soluzioni e per la complessità del ragionamento critico che richiedono.

Nel suo tentativo di valutare la competenza di *problem solving*, l'indagine OCSE/PISA condivide il lavoro per progetti e l'attenzione al ragionamento analitico adottati dall'*International Survey of Adults* (ISA) e da alcune parti dell'opzione nazionale tedesca di PISA 2000. D'altro canto, la valutazione dell'OCSE/PISA riguarda soltanto tre tipi ben definiti di problema, consentendo così una valutazione più chiara e approfondita di alcuni processi che gli studenti adottano in tali circostanze. Cosa più importante, l'OCSE/PISA differisce da altre indagini internazionali su larga scala in campo educativo per il fatto di non essere basata sul curriculum. L'OCSE/PISA si propone piuttosto di valutare la preparazione per la vita degli studenti quindicenni. In tale ottica, mentre i quadri di riferimento della lettura, della matematica e delle scienze sottolineano sempre il concetto di competenza, chiarendo il ruolo che concetti e abilità chiave in questi ambiti rivestono nel preparare gli studenti per la vita adulta, il *problem solving* pone l'accento sulle capacità di risoluzione di problemi e di ragionamento in generale che trascendono i singoli ambiti disciplinari.

Valutare i processi piuttosto che le nozioni

Poiché il *problem solving* nell'OCSE/PISA si concentra su processi generali di ragionamento e di risoluzione di problemi, è importante riconoscere che il *problem solving* non è una materia, ma l'applicazione del tipo di processi cui le



persone ricorrono nell'affrontare situazioni problematiche (NCTM, 2000). La valutazione delle competenze di *problem solving* di OCSE/PISA, dunque, esamina il lavoro degli studenti concentrandosi su come essi:

- comprendono la natura del problema;
- definiscono il problema identificando le variabili e le relazioni a esso inerenti;
- scelgono e adattano le rappresentazioni del problema;
- risolvono il problema;
- riflettono sulla soluzione del problema;
- comunicano la soluzione del problema.

Focalizzarsi su tali processi, anziché semplicemente sulle soluzioni, permette di comprendere l'approccio che le persone adottano nella risoluzione dei problemi. Mayer (1985) nota come un tale approccio all'esame del *problem solving*, approccio basato sull'elaborazione delle informazioni, sia da ricondursi all'analisi del compito (*task analysis*). In tale ottica, esso fornisce una descrizione indipendente del contributo apportato dal *problem solving*, che va ben al di là di un punteggio in un test. Comprendere i processi messi in gioco, inoltre, può aiutare gli insegnanti a strutturare lezioni che insegnino a risolvere problemi.

Tipi di *problem solving*

Come osservato sopra, i tre tipi di problema usati in PISA 2003 sono: *prendere decisioni, analisi e progettazione di sistemi e localizzare disfunzioni*. Tali categorie si accordano sia con le raccomandazioni del rapporto SCANS, sia con quelle del rapporto DeSeCo. Il motivo principale per cui si è limitato il numero di tipi di problema è il poco tempo disponibile per la valutazione del *problem solving*. Sebbene, infatti, sia possibile selezionare compiti di *problem solving* da un'ampia gamma di compiti, identificare strategie possibili e sviluppare contesti plausibili in cui ambientare i problemi, si è deciso di limitare i tipi di problema considerati e il tipo di operazioni che essi richiedono.

Nei tre tipi di *problem solving* di PISA, molti dei compiti riguardano l'organizzazione dei tempi, l'assegnazione di risorse, l'identificazione delle cause dei problemi, la valutazione e l'organizzazione di informazioni e la selezione dell'alternativa migliore. Mentre nessuno dei compiti prevede una conoscenza approfondita della lettura, della matematica o delle scienze, tutti implicano l'uso della logica e del ragionamento analitico. I compiti, infatti, non appartengono agli ambiti disciplinari di lettura, di matematica o di scienze, ma si focalizzano piuttosto sulle capacità fondamentali del *problem solving* identificate nei rapporti e riportate sinteticamente sopra.

Affinché gli aspetti trasversali del *problem solving* siano misurati in modo adeguato, è importante che:

- la valutazione riservi ai processi che gli studenti mettono in atto nel risolvere i problemi la medesima attenzione che riserva alla correttezza delle soluzioni proposte;
- le competenze di *problem solving* relative ai singoli ambiti disciplinari legati agli ambiti di competenza di PISA siano comprese nelle aspettative, ma che i problemi utilizzati per la valutazione del *problem solving* come compe-



tenza trasversale vadano generalmente oltre un singolo ambito, sia stabilendo connessioni con aspetti degli ambiti curriculari che non sono oggetto specifico delle singole materie, sia attraversando i confini delle discipline scolastiche;

- le competenze trasversali di *problem solving* siano valutate attraverso compiti che ampliano le verifiche delle materie sia in termini di contenuti (focalizzandosi su situazioni della vita reale che richiedono un transfer degli apprendimenti curriculari) sia in termini di ambientazione (concentrandosi sui contesti complessi e dinamici della vita reale così come su compiti di ragionamento).

È ovvio che forme trasversali di *problem solving* rientrino tra le abilità specifiche che il mondo del lavoro attuale e futuro richiedono e che la componente di *problem solving* di PISA colmi alcune lacune nella valutazione della preparazione degli studenti per la vita, oltre gli ambiti più scolastici. Il presente quadro di riferimento per il *problem solving*, tuttavia, non copre tutte le aree del *problem solving*, trascurando ad esempio la capacità di risolvere problemi interpersonali e di gruppo, considerata importante da molti datori di lavoro.

CARATTERISTICHE DELLA VALUTAZIONE

Comprensibilità ed equità

La valutazione dovrebbe essere comprensibile per gli studenti, indipendentemente dai programmi scolastici dei Paesi partecipanti. Ciò significa che i quesiti devono poter essere capiti e affrontati da studenti quindicenni a prescindere dal curriculum proprio del loro indirizzo scolastico. I quesiti dovrebbero avere modalità di rappresentazione (grafici, tabelle, testo, simboli, immagini, ecc.) che siano di facile interpretazione per *tutti* gli studenti. Inoltre, nella progettazione e nella costruzione delle domande è necessario fare attenzione a evitare altre possibili fonti di distorsione dei dati, come termini troppo tecnici, livello di lettura difficile e quesiti che si riferiscono a esperienze personali troppo specifiche.

Calcolatrici

La valutazione del *problem solving* non è una misurazione delle abilità di calcolo degli studenti e, pertanto, a tutti gli studenti che partecipano a questa parte di prove deve essere permesso l'uso delle calcolatrici che sono abituati a utilizzare normalmente in classe. La decisione di usare o meno la calcolatrice dovrebbe spettare ai singoli studenti, sulla base delle loro conoscenze su quando una calcolatrice è utile e su come potrebbe aiutare nella soluzione di un determinato problema. Non si dovrebbero costruire quesiti la cui soluzione dipenda esclusivamente dal fatto che si usi o no una calcolatrice, né i cui calcoli siano talmente lunghi da procurare un notevole svantaggio agli studenti che non utilizzano la calcolatrice.

TIPI DI QUESITO

In precedenti valutazioni su larga scala delle competenze di *problem solving*, si sono utilizzati quesiti a scelta multipla, vero-falso o risposte brevi. Si sono



utilizzati tali tipi di quesiti perché si riteneva che essi contribuissero a raggiungere un più alto grado di affidabilità, e portassero a una maggiore oggettività, abbassando allo stesso tempo i costi della correzione e semplificando la somministrazione rispetto a prove con domande aperte a risposta articolata. Tuttavia, per accertare in modo appropriato le capacità degli studenti nel ragionamento, nella soluzione di problemi e nella comunicazione dei risultati che raggiungono, sono necessarie maggiori informazioni sulla loro attività. Inoltre, per misurare e descrivere adeguatamente l'attività degli studenti, è necessario poter considerare una molteplicità di tipi di ragionamento in situazioni problematiche. Per questo è stato necessario ricorrere a una maggiore varietà di tipi di quesito nella valutazione interdisciplinare del *problem solving* di PISA 2003. Oltre a quesiti a scelta multipla, l'indagine conterrà, anche quesiti aperti a risposta univoca, quesiti aperti a risposta breve e quesiti aperti a risposta articolata. Ciascun tipo di quesito è descritto di seguito.

Quesiti a scelta multipla

I quesiti a scelta multipla sono adatti per rilevare in modo veloce ed economico se gli studenti padroneggino determinate capacità, conoscenze e se sappiano reperire informazioni. Quesiti a scelta multipla ben concepiti possono misurare le conoscenze e la comprensione degli studenti così come la scelta e l'applicazione di strategie di *problem solving*. Essi possono essere costruiti in modo da andare oltre la valutazione della capacità degli studenti di scegliere fra diverse alternative o di eliminare alcune opzioni per determinare la risposta esatta. Tuttavia, i quesiti a scelta multipla non riescono ad accertare in pieno l'ampiezza e la profondità delle capacità di soluzione di problemi di uno studente in vari contesti.

Nella valutazione del *problem solving* dell'OCSE/PISA, i quesiti con risposte a scelta multipla dovrebbero:

- non prevedere una risposta che si basi semplicemente sull'inserimento di valori o su una misurazione approssimativa o un confronto fra dimensioni nei grafici forniti dalla domanda;
- avere distrattori/alternative concepiti allo scopo di accertare quanto gli studenti siano o non siano all'altezza di una situazione proposta in un quesito e di dare informazioni circa i loro processi di pensiero, e non allo scopo di fornire tranelli che inducano gli studenti in errori comuni;
- essere impiegati quando un quesito di altro formato richiederebbe agli studenti di svolgere compiti troppo complicati o dispendiosi in termini di tempo come disegnare un grafico o costruire una figura.

Quesiti aperti a risposta univoca

I quesiti aperti a risposta univoca permettono di valutare obiettivi di livello superiore e processi più complessi in un formato di risposta controllato. I quesiti a risposta univoca sono simili a quelli a scelta multipla, ma gli studenti devono produrre una risposta che può essere facilmente giudicata come corretta o sbagliata. In tali quesiti è meno probabile che gli studenti tirino a indovinare e inoltre permettono di vedere che cosa gli studenti siano in grado di produrre senza dovere ricorrere a codificatori "esperti" né avere il problema dei punteggi parziali.



Nella valutazione del *problem solving* fatta dall'OCSE/PISA, i quesiti a risposta aperta univoca dovrebbero:

- essere impiegati quando è importante accertare che lo studente sia in grado di produrre da sé una risposta;
- specificare esplicitamente quello che lo studente deve fare per rispondere alla domanda;
- avere una serie limitata di risposte possibili in modo da poter essere corrette velocemente e con un alto grado di attendibilità.

Quesiti aperti a risposta breve e articolata

I quesiti aperti permettono di accertare cosa gli studenti siano in grado di produrre sulla base della loro comprensione della domanda e quello che sono in grado di comunicare riguardo a come hanno risolto il quesito. I quesiti aperti a risposta breve richiedono agli studenti di fornire risposte concise: risultati numerici, il nome giusto o la corretta classificazione di un gruppo di oggetti, un esempio di un determinato concetto, ecc.

Nella valutazione del *problem solving* fatta dall'OCSE/PISA, i quesiti aperti a risposta breve dovrebbero:

- essere impiegati quando è importante accertare che lo studente sia in grado di produrre da sé una risposta;
- specificare esplicitamente quello che lo studente deve fare per rispondere alla domanda;
- consentire di esaminare in che misura lo studente comprenda il problema.

I quesiti a risposta aperta articolata richiedono agli studenti di fornire dimostrazioni più complete di come hanno lavorato o di mostrare che, nel risolvere un problema, hanno messo in atto processi cognitivi più complessi. In entrambi i casi ci si aspetta che gli studenti comunichino in modo chiaro i loro processi decisionali nel contesto del problema (ad esempio attraverso una spiegazione scritta, un disegno, una figura o una sequenza ordinata di passaggi).

Nella valutazione del *problem solving* fatta dall'OCSE/PISA i quesiti aperti a risposta articolata dovrebbero:

- chiedere agli studenti di mostrare di saper integrare informazioni o concetti e di mostrare anche il modo in cui questi portano alla soluzione del problema proposto;
- toccare aree di comprensione differenti e richiedere agli studenti di creare, nelle loro risposte, un collegamento tra queste aree;
- essere impiegate nei casi in cui la situazione proposta richiede passaggi successivi verso la soluzione e presenta molte componenti differenti;
- richiedere agli studenti di spiegare e giustificare il lavoro che hanno svolto;
- presentare modelli di soluzione che consentano di codificare le risposte in modo che i correttori, opportunamente formati, possano attribuire i punteggi in modo efficace e attendibile.



Gruppi di quesiti o prove¹

Per incoraggiare gli studenti a impegnarsi nel risolvere alcuni problemi (e possibilmente contrastare le difficoltà di motivazione a rispondere) la maggior parte dei quesiti nella valutazione del *problem solving* dovrebbe essere strutturata per gruppi, o prove riguardanti temi o situazioni basate su progetti (*project-based situations*). Tali prove dovrebbero contenere una serie di due o più domande, spesso di formato differente o richiedenti un diverso tipo di rappresentazione, legate tra loro per il riferimento allo stesso argomento per un contesto comune. In entrambi i casi, i quesiti di tali prove devono essere indipendenti gli uni dagli altri in modo che non sia necessario aver risposto correttamente a una domanda per rispondere correttamente alle successive.

Indicazioni per la correzione

Le indicazioni per la correzione delle risposte degli studenti ai quesiti dovrebbero essere costruite a partire da un quadro di riferimento generale che consideri i principali aspetti del *problem solving*. Tali indicazioni dovrebbero consentire di riconoscere, nel lavoro degli studenti, il raggiungimento dei livelli di:

- comprensione dell'informazione data;
- identificazione degli aspetti critici e delle loro interrelazioni;
- costruzione o applicazione di una rappresentazione del problema;
- risoluzione del problema;
- verifica, valutazione o giustificazione di aspetti del problema;
- comunicazione della soluzione del problema.

Negli schemi di correzione, il punteggio più elevato viene assegnato alle risposte che riflettono una piena comprensione del problema e che presentano una soluzione corretta, mostrando un pensiero perspicace e un lavoro chiaro, appropriato e ben sviluppato. Tali risposte devono essere valide dal punto di vista logico, scritte in modo chiaro, non presentare errori e, se contengono esempi, questi devono essere appropriati e ben sviluppati.

Un punteggio di livello subito inferiore può essere assegnato a risposte che dimostrano una chiara comprensione del problema, che mostrano una certa perspicacia e rivelano un approccio accettabile, ma che contengono qualche debolezza nello sviluppo di tale approccio, con esempi non ben sviluppati.

A un livello ancora inferiore, si trovano risposte che mostrano una comprensione del problema dal punto di vista concettuale, dimostrata dall'approccio logico adottato o dalla rappresentazione scelta. Tuttavia, nell'insieme, questo genere di risposta non è ben sviluppata. Anche se si possono rilevare gravi errori logici o imperfezioni nel ragionamento, una parte della risposta è corretta, mentre gli esempi forniti possono non essere corretti o risultare incompleti.

¹ Si è tradotto con il termine "prova" il termine inglese "*unit*", dal momento che uno o più quesiti riferiti allo stesso problema o alla stessa informazione iniziale costituiscono una prova e non si è ritenuto necessario introdurre un nuovo termine in questo caso [N.d.T.].



Infine, c'è un livello a cui non viene assegnato nessun punteggio, che corrisponde a risposte completamente sbagliate o non appropriate. A questo livello, dovrebbe essere possibile distinguere tra gli studenti che tentano di risolvere un dato problema e quelli che lasciano la risposta in bianco. Il secondo caso potrebbe indicare la mancanza di tempo o un problema di motivazione.

Occorre notare che non tutte le domande prevedono i tre livelli di punteggio (due parziali e uno pieno) sopra descritti, ma che nell'insieme delle prove di *problem solving*, ci saranno domande che danno informazioni su diversi livelli di prestazione da parte degli studenti.

Uso di codici a due cifre

Oltre ai criteri per l'assegnazione dei punteggi in base al loro grado di correttezza, le indicazioni per la correzione delle risposte dovrebbero contenere indicazioni per assegnare un punteggio alle risposte in relazione alle strategie messe in atto dagli studenti nel risolvere un dato problema, oppure per mettere in luce le conoscenze di senso comune (*misconceptions*) che hanno impedito agli studenti di raggiungere una soluzione corretta. Questo tipo di punteggio è utile per cercare di comprendere la natura del modo di pensare degli studenti e il loro grado di padronanza delle abilità cognitive di livello superiore. Un tale tipo di punteggio si può ottenere utilizzando un metodo di doppia codifica, come quello già utilizzato nelle indagini TIMSS e PISA 2000. Tale approccio utilizza un codice a due cifre nella correzione delle risposte: la prima cifra del codice indica se lo studente ha ricevuto un punteggio (pieno o parziale), se ha svolto un lavoro non corretto, se la risposta è illeggibile o se ha lasciato in bianco la risposta; la seconda cifra del codice fornisce indicazioni sul tipo di approccio che lo studente ha usato, se ha fornito una risposta corretta, mentre se lo studente non ha ricevuto alcun punteggio, la seconda cifra può fornire informazioni sul tipo di errore commesso o sui fraintendimenti che hanno caratterizzato il suo lavoro.

Struttura generale dell'indagine

La valutazione trasversale del *problem solving* comprenderà due pacchetti di prove della durata di 30 minuti ciascuno. I tre tipi di problemi (*prendere decisioni, analisi e progettazione di sistemi, localizzare disfunzioni*) sono rappresentati nel rapporto di 2: 2: 1.

Ciascun pacchetto ha quesiti raggruppati in quattro o cinque prove differenti. Il 50% dei quesiti sono quesiti a scelta multipla o quesiti aperti a risposta univoca e il restante 50% sono quesiti aperti a risposta articolata. Ciascuna prova ha almeno un quesito che richiede agli studenti di risolvere o di valutare una strategia per risolvere il problema che costituisce il nucleo di quella prova. Il grado di esplicitazione delle informazioni che servono per lo svolgimento del compito è variabile. Alcuni compiti possono presentare informazioni pre-strutturate con vincoli prestabiliti, mentre altri possono richiedere agli studenti di ricavare le informazioni e costruire essi stessi i vincoli.

Dove possibile, il "problema" o il compito dovrebbe essere chiaramente formulato all'inizio di ciascun quesito. Ciascuna prova dovrebbe avere un'introduzione che formuli in modo chiaro il tipo di compito che si richiede agli studenti di svolgere e che tipo di lavoro debbano presentare.



Le varie prove non dovrebbero contenere più di tre testi che fungano da fonte di informazioni per evitare che gli studenti si confondano, ma generalmente ciascuna unità dovrebbe fare riferimento a più di un ambito disciplinare.

ANALISI E PRESENTAZIONE DEI RISULTATI

Per riportare i risultati della valutazione interdisciplinare del *problem solving* sarà sviluppata una scala, distinta rispetto a quelle sviluppate per gli altri ambiti di competenza, principali e secondari, di PISA 2003.

La presentazione dei risultati riguardanti la valutazione interdisciplinare del *problem solving* sarà fatta in modo tale da fornire a politici, responsabili amministrativi, insegnanti e agli stessi studenti un quadro chiaro delle competenze di *problem solving* degli studenti. Soprattutto, la presentazione dei risultati dovrebbe fornire:

- una scala di competenza con annesso testo esplicativo che descrive il tipo di capacità degli studenti che si collocano a diversi punti della scala;
- una mappa dei quesiti analoga a quelle utilizzate per altri ambiti di competenza di PISA per descrivere la difficoltà dei diversi quesiti e per confrontare le prestazioni degli studenti rispetto a diversi tipi di domande, a diversi contesti e ad altre caratteristiche delle prove;
- dati sulle relazioni tra i risultati degli studenti nel *problem solving* e quelli che essi ottengono negli altri ambiti di competenza valutati;
- analisi specifiche relative ai risultati di determinati gruppi di studenti – maschi e femmine, con diversa provenienza socio-economica, o indirizzi di studio.

POSSIBILI AMPLIAMENTI DEL QUADRO DI RIFERIMENTO DEL PROBLEM SOLVING PER I PROSSIMI CICLI DELL'OCSE/PISA

Occorrerebbe considerare due possibili opzioni relative alla valutazione interdisciplinare del *problem solving* in successivi cicli dell'indagine OCSE/PISA. Tali opzioni comprendono la valutazione del *problem solving* in situazione di gruppo e l'utilizzo di tecnologie informatiche nella somministrazione delle prove sul modello del lavoro di Klieme e colleghi (in via di pubblicazione).

Problem solving di gruppo

Una valutazione del *problem solving* in un contesto di lavoro di gruppo potrebbe consistere in un pacchetto di quesiti che gli studenti dovrebbero affrontare divisi in gruppi di tre studenti ciascuno. I quesiti di tali pacchetti potrebbero essere costruiti a partire dai quesiti presenti nella normale valutazione interdisciplinare. Questo permetterebbe di confrontare le prestazioni degli studenti che lavorano individualmente con quelle che invece si ottengono in un contesto di collaborazione. Tale parte della valutazione dovrebbe prevedere un tempo tale da permettere la produzione e la formulazione delle idee, nonché l'assunzione di ruoli all'interno del gruppo da parte degli studenti coinvolti.



I programmi *Pacesetter* del College Board (2000) hanno modelli di lavoro che prevedono questo tipo di valutazione del *problem solving* di gruppo. Le aspettative relative alle competenze degli studenti nel *problem solving*, e in generale nell'istruzione, richiedono lo sviluppo di queste competenze in un quadro che valuti l'apprendimento in un contesto collaborativo o sociale. Se le cose stanno così, anche queste competenze devono essere valutate. Dato il rapporto esistente tra il *problem solving* collaborativo e gli obiettivi specifici di ogni Paese per i propri studenti, tale tipo di valutazione potrebbe essere sviluppato, in un futuro ciclo di PISA, come un'opzione internazionale all'interno della valutazione interdisciplinare del *problem solving*.

Utilizzo di tecnologie informatiche nella somministrazione di prove

L'interesse a livello internazionale per la capacità che gli studenti hanno di risolvere problemi in tempo reale in contesti dinamici, richiede lo sviluppo di un'opzione che permetta somministrazioni delle prove su base informatica secondo il modello delineato da Klieme (2000). Accertamenti di questo tipo forniscono un ricco quadro delle competenze di *problem solving* degli studenti in un contesto dinamico e permettono di esaminare il modo in cui gli studenti organizzano e svolgono la loro attività in contesti complessi e secondo modalità non rilevabili attraverso i tradizionali accertamenti basati su prove scritte. Questo tipo di approccio, inoltre, permette di studiare le interazioni tra differenti informazioni e la scelta delle strategie di soluzione del problema e la formulazione delle soluzioni. Come nel caso del *problem solving* collaborativo, anche la valutazione del *problem solving* su base informatica dovrebbe essere considerata tra le possibili opzioni internazionali nei futuri cicli dell'indagine.

ALTRI ESEMPI

Nelle pagine che seguono sono presentate alcune delle prove, dei quesiti e dei compiti usati nella valutazione OCSE/PISA delle competenze trasversali di *problem solving*. Le prove qui riportate sono state usate nello studio pilota di PISA 2003 ma, per motivi diversi, non sono state selezionate per lo studio principale. Tuttavia, si sono corretti i difetti rilevati, tranne dove si specifica il contrario, e si utilizzano qui per esemplificare le prove e i quesiti utilizzati nell'indagine. Al momento della pubblicazione originale del presente quadro, infatti, l'indagine 2003 non era ancora conclusa e, dunque, non era possibile divulgare le prove effettivamente somministrate.

Le tre prove presentate di seguito sono complementari rispetto a quelle precedentemente illustrate (esempi di prove di *problem solving* 1, 2 e 3). Le sei prove forniscono, nel complesso, un quadro abbastanza esauriente della varietà di situazioni usate nella valutazione delle competenze di *problem solving* di PISA 2003: due prove sono del tipo *prendere decisioni*, due del tipo *analisi e progettazione di sistemi* (una di analisi e una di progettazione) e due del tipo *localizzare disfunzioni* (una riguardante i sistemi e una riguardante un meccanismo). I vari quesiti compresi nelle prove rappresentano l'intera gamma di formati e di tipi di risposta richiesti.

Tutti i quesiti sono riportati in appositi riquadri e accompagnati da commenti esplicativi e note che ne illustrano le risposte attese e le risposte effettivamente fornite dallo studente medio durante lo studio pilota. Ciascun quesito, inoltre, è seguito dalle indicazioni per la correzione.

**PROBLEM SOLVING: PROVA 4**
BATTERIE

La prova 4 di *problem solving* presenta agli studenti un contesto problematico che richiede di prendere una decisione riguardo al modo di determinare quale marca di batterie sia la più adatta ad alimentare uno stereo. La protagonista chiede a quattro amici di aiutarla in un esperimento, nel quale ciascuno di loro dovrà provare due marche di batterie nel proprio stereo, prendendo nota della durata di ciascuna marca. I dati dell'esperimento sono presentati sotto forma di tabella affinché gli studenti possano servirsene per rispondere ai due quesiti della prova.

In questo problema si tratta di decidere quali sono le migliori batterie sul mercato.

Valeria si è accorta che alcune marche di batterie che usa nel suo stereo portatile durano più delle altre. In vendita si trovano quattro differenti marche di batterie adatte al suo stereo. Lei chiede ad alcuni suoi amici di aiutarla a decidere quale sia la migliore marca di batterie.

Ogni amico prova due marche di batterie nel proprio stereo portatile. La tabella 1 illustra ciò che le riferiscono. (Tutti usano le batterie di una marca finché non si esauriscono e poi usano quelle di un'altra marca finché non si esauriscono). Tutte le batterie hanno lo stesso voltaggio.

Tabella 1: Durata delle diverse marche di batterie

	Prima marca di batterie provate	Durata osservata	Seconda marca di batterie provate	Durata osservata
Valeria	Durapiù	5 giorni	Fortepila	5 giorni
Marco	Superbatt	4 giorni	Energicell	5 giorni
Francesca	Fortepila	6 giorni	Energicell	5 giorni
Paolo	Energicell	3 giorni	Durapiù	4 giorni
Elisabetta	Durapiù	7 giorni	Superbatt	4 giorni

Problem solving: esempio 4.1

Valeria guarda i risultati dell'indagine e dice "Questa indagine dimostra che le Fortepila durano più a lungo".

Basandoti sui risultati di questa indagine spiega perché puoi affermare che "le Fortepila durano più a lungo".

**Punteggio e commenti per l'esempio 4.1**

Punteggio pieno

Codice 1: qualsiasi risposta che riporti che Fortepila ha la più lunga durata media - $(6+5)/2 = 5,5$ e che tutte le altre marche hanno una durata media inferiore (Durapiù = 5,33 Superbatt = 4 Energicell = 4,33).

OPPURE

Fortepila dura 5 giorni o più. Tutti gli altri tipi hanno un minimo inferiore (4, 4 e 3 giorni).

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Tipologia: prendere decisioni

Situazione: vita quotidiana/scienze

.....

Questo quesito richiede agli studenti di comprendere che cosa significhi testare un prodotto e quale ruolo giochino i dati in questo tipo di esperimenti. Poiché i dati sono forniti nella tabella, è chiaro che una possibilità è una qualche forma di confronto tra la durata delle diverse marche di batterie. Per attuare tale piano, gli studenti devono innanzitutto comprendere che è stato loro richiesto di fare un confronto e, quindi, fornire una qualche giustificazione a sostegno della propria risposta.

Uno studente in grado di calcolare la durata media delle batterie e di concludere che le Fortepila hanno la durata media maggiore dimostra di aver esaminato i dati, confrontato le alternative, fatto una generalizzazione e comunicato i risultati cui è giunto.

Alcuni studenti non sono riusciti a capire cosa veniva loro richiesto di fare: hanno interpretato il quesito come una richiesta di spiegazione riguardo al consumo energetico degli stereo oppure si sono limitati a comparare le prime due marche di batterie. Altri studenti hanno fornito ragioni che non avevano alcuna relazione con l'esperimento come: "Si capisce dalla pubblicità".

Alcuni studenti che studiano economia dei consumi potrebbero aver incontrato quesiti simili a questo, però, per la maggior parte degli studenti si tratta di un quesito inusuale che richiede un approccio nuovo e uno sforzo comunicativo per descrivere i propri risultati.

Problem solving: esempio 4.2

Indica DUE motivi diversi per cui i risultati di questa prova potrebbero non essere affidabili.

**Punteggio e commenti per l'esempio 4.2**

Motivi possibili:

- non è specificato l'uso giornaliero, né in termini di tempo, né in termini di tipo di utilizzo (riavvolgimento rapido, volume, ecc.);
- l'esperimento è stato condotto su un numero ristretto di marche;
- le misure sono rudimentali – che cosa si intende per un “giorno”?
- il fatto che batterie della stessa marca possano durare a volte sette giorni e a volte quattro dovrebbe insospettire;
- stereo diversi potrebbero avere un consumo differente.

Punteggio pieno

Codice 2: qualsiasi risposta che riporti chiaramente almeno DUE dei motivi elencati sopra.

Nota: i due motivi devono essere effettivamente diversi e non due formulazioni del medesimo concetto.

Punteggio parziale

Codice 1: qualsiasi risposta che riporti chiaramente almeno UNO dei motivi elencati sopra.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Tipologia: prendere decisioni

Situazione: vita quotidiana/scienze

.....

Questo quesito richiede agli studenti di esaminare i vincoli che condizionano l'esperimento, di annotare i fattori in grado di condizionare la durata delle batterie e di trovare spiegazioni alternative per il risultato dell'esperimento.

Alcuni studenti non sono riusciti a comprendere cosa veniva loro richiesto di fare e hanno tentato di spiegare perché fosse vera la risposta al quesito precedente. Altri studenti si sono concentrati su un unico aspetto della questione e hanno fornito un solo motivo, o due motivi equivalenti, per i quali i risultati dell'esperimento potrebbero non essere affidabili. Uno studente, ad esempio, ha risposto che alcuni stereo potrebbero essere stati accesi e spenti e che potrebbero non essere stati accesi per lo stesso tempo.

Per rispondere correttamente a questo quesito uno studente deve sapere esattamente cosa significhi verificare la durata di una batteria; cioè deve essere in grado di elencare i fattori che influenzano la durata delle batterie, di esaminare i rapporti fra tali fattori, di confrontare e cogliere le differenze tra questi fattori e quelli utilizzati nella risposta presentata nel testo del quesito 4.1 e di comunicare con precisione due spiegazioni alternative che possano mostrare i limiti della risposta data da Valeria.

La capacità di rispondere correttamente a questo quesito può dipendere dalla familiarità che lo studente ha con il metodo scientifico ed è per questo che la prova non è stata inclusa nell'indagine principale, ma usata come esempio.

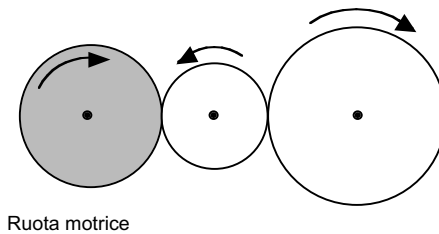
PROBLEM SOLVING: PROVA 5 RUOTE

La prova 5 di *problem solving* presenta agli studenti due contesti problematici che riguardano l'analisi del funzionamento di un sistema di ruote e la progettazione di un sistema di ruote e cinghie che giri secondo uno schema determinato.

Il testo introduttivo presenta un sistema elementare e fornisce informazioni in forma grafica su come girano le ruote all'interno di tale sistema, data la direzione della ruota motrice.

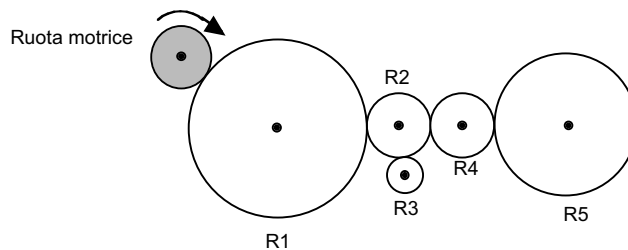
In questo problema si tratta di progettare un insieme di ruote che girino in un particolare modo.

Un insieme di ruote può essere fatto girare mettendo le ruote a contatto tra loro e facendone quindi girare una. La ruota che viene fatta girare è chiamata **ruota motrice**.



Problem solving: esempio 5.1

Ecco una combinazione possibile delle ruote.



Quale o quali ruote girano nello stesso verso della ruota motrice, e quale o quali girano nel verso opposto?

RUOTA	GIRA NELLO STESSO VERSO DELLA RUOTA MOTRICE O NEL VERSO OPPOSTO?
R1	Stesso verso / Verso opposto
R2	Stesso verso / Verso opposto
R3	Stesso verso / Verso opposto
R4	Stesso verso / Verso opposto
R5	Stesso verso / Verso opposto

R1	Stesso verso / Verso opposto
R2	Stesso verso / Verso opposto
R3	Stesso verso / Verso opposto
R4	Stesso verso / Verso opposto
R5	Stesso verso / Verso opposto

**Punteggio e commenti per l'esempio 5.1**

Punteggio pieno

Codice 1: risposte che indicano verso opposto, stesso verso, verso opposto, verso opposto, stesso verso in quest'ordine (R2 e R5 girano nella stessa direzione della ruota motrice).

Nessun punteggio

Codice 0: ogni altra combinazione di risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla complessa

Tipologia: analisi e progettazione di sistemi

Situazione: lavoro e tempo libero

.....

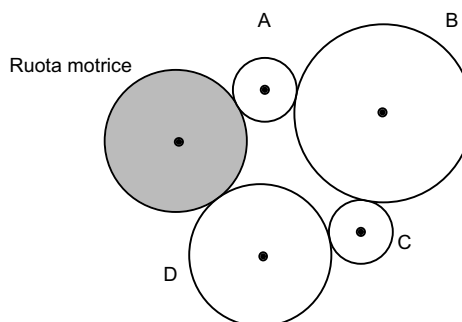
Per rispondere correttamente a questo quesito gli studenti devono comprendere il rapporto fra le ruote e come avvenga il movimento di ruote che entrano in contatto a partire dal movimento della motrice. Tale ragionamento comporta che gli studenti traggano dall'esempio una regola generale sulla direzione di rotazione delle ruote e, forse, anche che comprendano il rapporto fra ruote che entrano in contatto in situazioni simili, ma a loro più familiari.

In base a una comprensione intuitiva della situazione, gli studenti sono chiamati a generalizzare che ruote contigue poste in sequenza si muovono in direzioni opposte. Tuttavia, tale generalizzazione – da sola – non è sufficiente a rispondere correttamente al quesito proposto. Gli studenti, infatti, devono comprendere che le ruote sono legate da un rapporto di tipo transitivo: posto che A-B-C sia una sequenza di ruote, se A si muove in senso orario, B si muoverà in senso antiorario e C ancora in senso orario. La comprensione che si tratta di un rapporto di tipo transitivo consente agli studenti di applicare lo stesso ragionamento a un insieme di ruote in sequenza, eventualmente disegnando frecce che indicano il verso alternato in cui si muovono le ruote. Tale comprensione è anche di tipo analogico.

La capacità di rispondere correttamente a questo quesito è collegata, in parte, alla conoscenza da parte degli studenti dei sistemi meccanici e in parte al ragionamento relativo allo spazio ed è per questo che la prova non è stata inclusa nell'indagine principale, ma viene proposta come esempio.

Problem solving: esempio 5.2

Alcune disposizioni delle ruote non le fanno girare quando viene girata la ruota motrice. Spiega brevemente perché le ruote così disposte non possono girare.



**Punteggio e commenti per l'esempio 5.2****Punteggio pieno**

Codice 1: qualsiasi risposta che riporti che se la ruota motrice si muove in senso orario, A andrà in senso antiorario, B in senso orario, C in senso antiorario, D in senso orario forzando, di conseguenza, la ruota motrice ad andare in senso antiorario. Ma poiché questa si muove già in senso orario, il movimento non è possibile.

OPPURE

Qualsiasi risposta equivalente (occorre controllare eventuali annotazioni degli studenti sulla figura):

- perché ogni ruota verrà “spinta” in una direzione da una ruota e nella direzione opposta dall'altra ruota con cui essa è in contatto;
- perché la ruota motrice e una delle ruote con cui è in contatto tenderanno di andare nello stesso verso;
- entrano in conflitto, per esempio B e C cercano di andare nella stessa direzione;
- la ruota A muove la ruota B in una direzione diversa dalla ruota C e quindi non gira.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte, ad esempio:

- perché sono collegate e non sono in linea retta;
- perché non sono collegate;
- perché tutte vanno in direzioni opposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Tipologia: analizzare e progettare sistemi

Situazione: lavoro e tempo libero

.....

Come nell'esempio 5.1, il quesito si basa sulla comprensione dei rapporti fra ruote che entrano in contatto e sulla capacità di applicare tale comprensione ai vari insiemi di ruote che compongono il circolo esaminato.

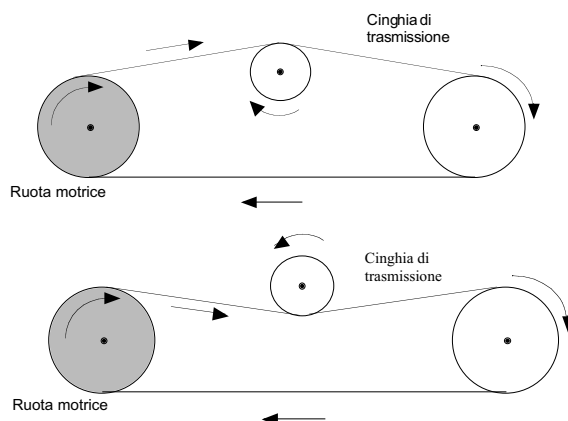
Gli studenti sono chiamati a mettere alla prova la regola generale sulle ruote contigue. Si tratta, dunque, di analizzare un sistema. Gli studenti, infatti, devono controllare casi specifici in un determinato contesto per verificarne la coerenza rispetto alla regola da loro stessi tratta riguardo al comportamento delle ruote in sistemi di rotazione con determinati vincoli spaziali.

Per molti studenti si tratta di un ragionamento insolito. Pochi studenti, infatti, sono abituati ad affrontare problemi di carattere spaziale e a cercare le prove del mancato verificarsi di un particolare evento. Analizzare un sistema alla ricerca di un mancato funzionamento è un tipo di esercizio raramente utilizzato in ambito scolastico. In molti casi, la “spiegazione” si è limitata a frecce disegnate a indicare che, seguendo l'ordine delle ruote, a un certo punto si verifica un conflitto fra il verso in cui si muove una ruota e quello in cui si muove quella tangente.

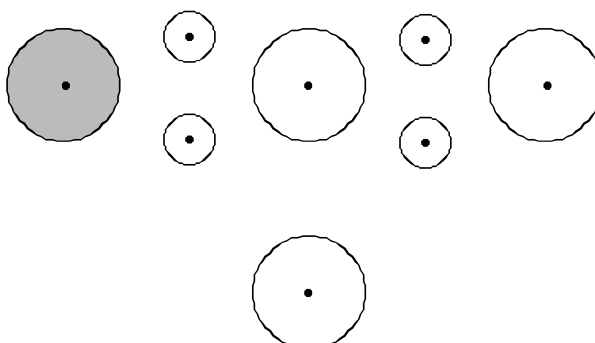


Problem solving: esempio 5.3

Un altro modo per far girare le ruote è di utilizzare una cinghia di trasmissione che colleghi la ruota motrice alle altre ruote. Ecco due esempi:



Disegna una cinghia di trasmissione attorno a questo insieme di ruote in modo tale che tutte le ruote grandi girino in senso orario e tutte le ruote piccole girino in senso antiorario. La cinghia di trasmissione non può incrociarsi con se stessa.

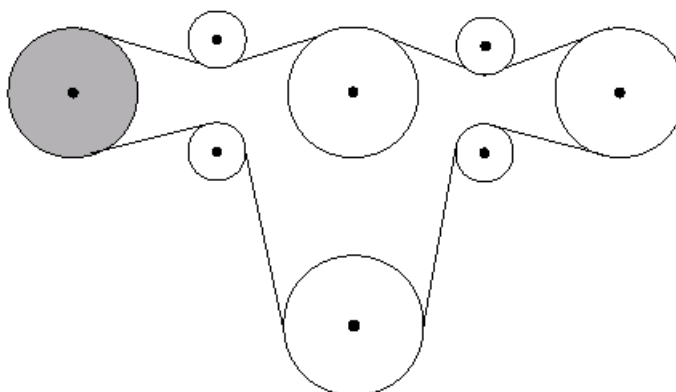


Punteggio e commenti per l'esempio 5.3

Punteggio pieno

Codice 1: qualsiasi risposta che corrisponda al seguente esempio:

Nota che il codice 1 deve essere attribuito anche quando la cinghia nel disegno non tocca veramente le ruote.





Nessun punteggio
Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda aperta a risposta articolata

Tipologia: analizzare e progettare sistemi

Situazione: lavoro e tempo libero

.....

Questo quesito comporta la comprensione del funzionamento delle ruote in rapporto al movimento della ruota motrice e ai contatti fra le altre ruote e la cinghia di trasmissione. In questo caso gli studenti devono ricostruire per via induttiva una regola riguardo al funzionamento della cinghia di trasmissione e alla rotazione delle ruote a seconda che siano sullo stesso lato della cinghia o su lati opposti.

Una volta che gli studenti hanno compreso per via induttiva i meccanismi che legano le parti, devono controllarne l'esattezza, riportarli in forma grafica (nello specifico, posizionare una cinghia di trasmissione su un insieme di ruote già disegnate) e "costruire il sistema" che imprima alle ruote il movimento desiderato. Dopo aver progettato il loro sistema gli studenti devono controllarlo nuovamente per assicurarsi che imprima alle ruote la rotazione desiderata.

Esistono più soluzioni corrette a questo problema, ma quasi mai gli studenti propongono sistemi asimmetrici.

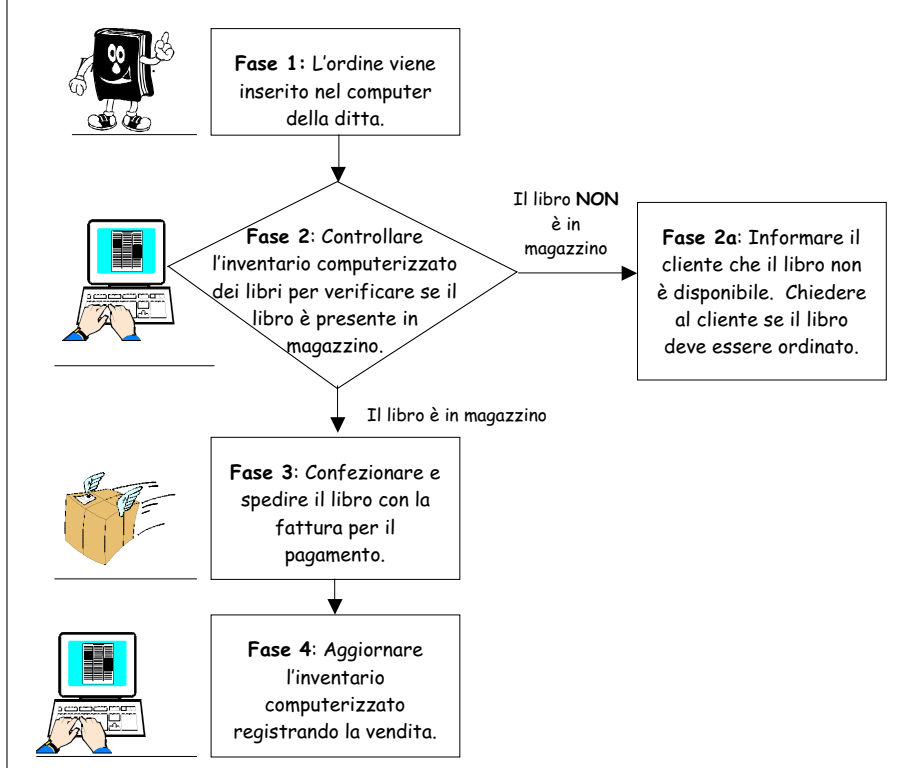
**PROBLEM SOLVING: PROVA 6**
VENDITA DI LIBRI

La prova 6 di *problem solving* presenta agli studenti un contesto problematico che riguarda la vendita di libri via Internet da parte di una casa editrice. Il problema richiede di analizzare il sistema attraverso il quale i libri sono ordinati, di localizzare eventuali disfunzioni riguardanti gli indirizzi dei clienti e di alterare il programma di ordinazione allo scopo di inserire un determinato sottoprocedimento per la verifica e il prelievo sulle carte di credito dei clienti.

La prova presenta all'inizio un diagramma di flusso che illustra le fasi del procedimento attraverso il quale è possibile ordinare alla casa editrice un libro via Internet.

La ditta "Il regno del libro" vende libri via Internet. Il seguente diagramma rappresenta i passaggi della procedura per soddisfare l'ordine di un libro:

Figura 1: Fasi del procedimento per soddisfare l'ordine di un libro





Problem solving: esempio 6.1

Un libro spedito a un cliente è tornato indietro perché l'indirizzo era sbagliato. In quale o quali delle fasi del procedimento può essersi verificato l'errore?

Fasi L'errore può essersi verificato in questa fase?

1	Sì / No
2	Sì / No
2a	Sì / No
3	Sì / No
4	Sì / No

Punteggio e commenti per l'esempio 6.1

Punteggio pieno

Codice 1: qualsiasi risposta che riporti Sì, No, No, Sì, No, in quest'ordine.

Nessun punteggio

Codice 0: ogni altra combinazione di risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla complessa

Tipologia: localizzare disfunzioni

Situazione: lavoro e tempo libero

.....

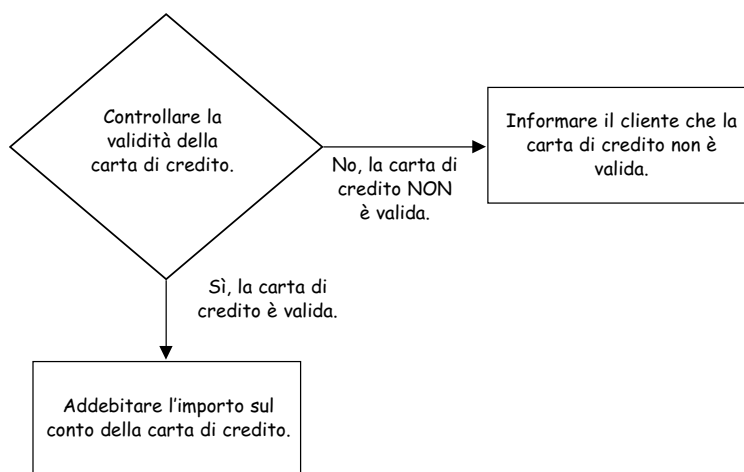
Per rispondere correttamente al quesito 6.1 gli studenti devono comprendere il legame tra le varie fasi della procedura e le relative istruzioni. La comprensione di un diagramma che illustra una procedura è indispensabile per analizzare vari tipi di procedure commerciali lineari e per localizzarne eventuali disfunzioni, specialmente nei casi simili a quello presentato in cui gli aspetti temporali del processo decisionale sono aspetti rilevanti della procedura.

Una volta analizzata la procedura, gli studenti devono identificare il problema presentato nel quesito. In questo caso si tratta di fare molte prove, applicando un tipo di ragionamento "condizionale", ponendosi la domanda: "se si verifica un errore di questo genere in questa fase, quali ripercussioni avrà sulla spedizione di un pacco o di una lettera procedendo nel sistema?". Per effettuare i passaggi necessari per la localizzazione delle disfunzioni, lo studente deve essere in grado di decodificare informazioni espresse in forma verbale e in forma di diagramma.

Problem solving: esempio 6.2

La ditta "Il regno del libro" ha difficoltà a farsi pagare i libri da alcuni clienti. Di conseguenza, al momento di ordinare i libri, la ditta vuole richiedere ai clienti di fornire il numero della loro carta di credito.

Per fare ciò, al procedimento illustrato nella Figura 1 la ditta vuole aggiungere le seguenti fasi.



Nella Figura 1, dove inseriresti le fasi di controllo e di trattamento dei dati della carta di credito?

- A. Fra le fasi 1 e 2.
- B. Fra le fasi 2 e 3.
- C. Fra le fasi 2 e 2a.
- D. Fra le fasi 3 e 4.
- E. Dopo la fase 4.

Punteggio e commenti per l'esempio 6.2

Punteggio pieno

Codice 1: risposta B fra le fasi 2 e 3.

Nota: l'addebito non dovrebbe avvenire prima che la ditta abbia verificato di poter onorare l'ordine.

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte.

Tipo di quesito: domanda a scelta multipla

Tipologia: localizzare disfunzioni

Situazione: lavoro e tempo libero

.....

Come nell'esempio 6.1, il quesito richiede agli studenti di ragionare su informazioni fornite in forma verbale e di diagramma per comprendere gli aspetti sequenziali della procedura. Inoltre, il quesito richiede agli studenti di progettare un sistema individuando, attraverso un'analisi attenta della logica sottesa, il punto in cui inserire nella procedura di ordinazione un determinato sotto-procedimento per la verifica della carta di credito dei clienti e l'addebito sulla stessa. L'inserimento del sotto-procedimento nel punto corretto (fra la fase 2 e la fase 3) presuppone che lo studente si renda conto che l'addebito può essere effettuato solo se il libro è effettivamente disponibile.

Molti studenti scelgono l'alternativa A, (fra la fase 1 e la fase 2) che potrebbe essere una procedura adottata da qualche ditta. Per questa ragione e per il fatto che vi possono essere notevoli differenze, tra gli studenti, nel grado di familiarità che hanno con gli ordini via Internet, la prova non è stata inclusa nell'indagine principale, ma usata come esempio.

Bibliografia

Baxter, G. P., Glaser, R., *An approach to analysing the cognitive complexity of science performance assessments* (Technical Report 452). Los Angeles, National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing/CRESST, 1997.

Binkley, M. R., Sternberg, R., Jones, S., Nohara, D., *An overarching framework for understanding and assessing life skills* (Unpublished International Life skills Survey /ILSS Frameworks), Washington, National Center for Education Statistics, 1999.

Bloom, B. S., Hasting, J. T., Madaus, G.F., *Handbook on formative and summative evaluation of student learning*. New York, McGraw-Hill, 1971.

Blum, W., "Anwendungsorientierter Mathematikunterricht- Trends und Perspektiven", in G. Kadunz *et al.*, a cura di, *Trends und Perspektiven ,SchriftenreiheDidaktik der Mathematik*, vol. 23 .Vienna, Hoelder-Pichler-Tempsky, 1971, pp. 15-38.

Boshuizen, H. P. A., van Der Vleuten, C. P. M., Schmidt, H. G., Machiels-Bongaerts, M., "Measuring knowledge and clinical reasoning skills in a problem-based curriculum", *Medical Education*, 31, 1997, pp.115-121.

Bransford, J. D., Brown, A. L., Cocking, R.R., a cura di, *How People Learn, Brain, Mind, Experience, and School*. Washington, National Academy Press, 1999.

Bybee, R.W., "Towards an Understanding of Scientific Literacy", in W. Grabe, C. Bolte, a cura di, *Scientific Literacy-An International Symposium*, IPN, Kiel, 1997.

Charles, R., Lester, F., O'Daffer, P., *How to evaluate progress in problem solving*, Reston, National Council of Teachers of Mathematics, 1987.

College Board (2000), Cfr. documenti in rete all'indirizzo: <http://www.collegeboard.com/about/association/pace/pacemath.html>

Collis, K. F., Romberg, T. A., Jurdak, M.E., "A technique for assessing mathematical problem solving ability", *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(3), 1986, pp. 206-221.

Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools, *Mathematics Counts* (The Cockcroft Report), Her Majesty Stationery Office, Londra, 1982.

Council of Europe, *Common European Framework of Reference for Languages: Learning, Teaching, Assessment*, Cambridge, Cambridge University Press, 2001.

de Corte, E.B., Verschaffel, L. "Mathematics Teaching and Learning", in D.C. Berliner, R.C. Calfee, a cura di, *Handbook of Educational Psychology*, New York, Macmillan, 1996.

Csapó, B. "The development of inductive reasoning, Cross-sectional assessments in an education-



- nal context", *International Journal of Behavioral Development*, 20(4), 1997, pp. 609-626.
- Devlin, K.**, *Mathematics, the Science of Patterns*, New York, Scientific American Library, 1994, 1997.
- Dossey, J. A.**, "Defining and Measuring Quantitative Literacy", in L.A. Steen, a cura di, *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America*, New York, The College Board, 1997, pp.173-186.
- Dossey, J. A., Mullis, I. V. S., Jones, C. O.**, *Can Our Students Problem Solve?*, Washington, National Center for Education Statistics, 1993.
- Einstein, A.**, "Preface to M. Plank", *Where is Science going?*, Londra, Allen and Unwin, 1933.
- Fey, J.**, "Quantity", in L.A. Steen, a cura di, *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, Washington, National Academy Press, 1990.
- Frensch, P., Funke, J.**, "Definitions, traditions, and a general framework for understanding complex problem solving", in P. Frensch, J. Funke, a cura di, *Complex Problem solving, The European Perspective* Hillsdale, NJ, Lawrence Erlbaum Associates, 1993, pp. 3-25.
- Freudenthal, H.**, *Mathematics: an Educational Task*, Dordrecht, D. Reidel, 1973.
- Garfield, J., Ahlgren, A.**, "Difficulties in Learning Basic Concepts in Probability and Statistics: Implications for Research", *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 1988, pp. 44-63.
- Gee, J.**, *Preamble to a Literacy Program*, Madison, Department of Curriculum and Instruction, 1998.
- Graeber, W., Bolte, C.**, a cura di, *Scientific Literacy – An International Symposium*, Kiel, IPN, 1997.
- Grünbaum, B.**, "Geometry strikes again", *Mathematics Magazine*, 58(1), 1985, pp. 12-18.
- Hawking, S.W.**, *A Brief History of Time*, Londra, Bantam Press, 1988.
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., Olivier, A., Wearne, D.**, "Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction, the case of mathematics", *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(4), 1996, pp. 12-21.
- International Labour Office/ILO**, *World Employment Report 1998-99: Employability in the Global Economy – How Training Matters*, Ginevra, ILO, 1999.
- Kirsch, I.S., Mosenthal, P.B.**, "Understanding Documents. A monthly Column", *Journal of Reading*, Newark, International Reading Association, 1989-91.
- Klieme, E.**, *Matheamatisches Problemlösen als Testleistung*, Francoforte, Lang, 1989.
- Klieme, E.**, *Assessment of cross-disciplinary problem-solving competencies*, testo inedito per Network A, OCSE-PISA, 2000.
- Klieme, E., Ebach, J., Didi, H. J., Hensgen, A., Heilmann, K., Meisters, H. K.** *Problemlösetest für sechste und siebente Klassen*. Gottinga , Hogrefe (in via di pubblicazione).
- de Lange, J.**, *Mathematics, Insight and Meaning*, Utrecht, OW e OC, Università di Utrecht, 1987.
- de Lange, J.**, "Assessment, No Change without Problems", in T.A. Romberg, a cura di, *Reform in School Mathematics, and Authentic Assessment*, Albany, Suny Press, 1995.
- de Lange, J., Verhage, H.**, *Data Visualization*, Pleasantville, Sunburst, 1992.



- Langer, J.**, *Envisioning Literature*, International Reading Association, Newark, 1995.
- Laugksch, R.C.**, "Scientific Literacy: A Conceptual Overview", *Science Education*, 84(1), 2000, pp. 71-94.
- LOGSE**, *Ley de Ordenacion General del Sistema Educativo*, Madrid, 1990.
- Masters, G., Adams, R., Wilson, M.**, "Chartin Student Progress", in G. Masters, J., Keeves, a cura di, *Advances in Measurement in Educational Research Assessment*, Amsterdam, Elsevier, 1999.
- Masters, G., Forster, M.**, *Progress Maps*, Melbourne, 1996.
- Mathematical Association of America/MAA**, *The Reorganization of Mathematics in secondary education; A Report of the National Committee on Mathematical Requirements*, Oberlin, MAA, 1923.
- Mathematical Science Education Board/MSEB**, *Reshaping School Mathematics: A Philosophy and framework of Curriculum*, Washington, National Academy Press, 1990.
- Mayer, R.E.**, *Thinking, problem solving, Cognition* (2nd Ed.), New York, Freeman, 1992.
- Mayer, R. E., Wittrock, M. C.**, "Problem-solving transfer" in D. C. Berliner, R. C. Clafée, a cura di, *Handbook of educational psychology* New York, NY, Macmillan, 1996, pp. 45-61.
- Mitchell, J., Hawkins, E., Jakwerth, P., Stancavage, F., Dossey, J.**, *Student Work and Teacher Practice in Mathematics*, Washington, National Center for Education Statistics, 2000.
- McCurry, D.**, *Notes Towards an Overarching Model of Cognitive Abilities*, Rapporto inedito, Melbourne ACER, 2002.
- Millar, R., Osborne, J.**, *Beyond 2000: Science Education for the Future*, Londra, King's College London School of Education, 1998.
- National Council of Teacher of Mathematics/NCTM**, *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, NCTM, 1989.
- National Council of Teacher of Mathematics/NCTM**, *Principles and Standards for Mathematics*, Reston, NCTM, 2000.
- Neubrand, M., Biehler, H., Blum, H., Cohors-Fresenborg, E., Flade, L., Knoche, N., Lind, D., Löding, W., Möller, G., Wynlands, A.**, (Deutsche OCSE/PISA-Expertengruppe Mathematik), "Grundlagen der Ergänzung des Internationalen OCSE/PISA-Mathematik-Tests in der Deutschen Zusatzzerhebung", *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(2), 2001, pp. 33-45.
- Newton, I.**, *Philosophiae naturalis principia mathematica* Auctore Is. Newton, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano & Societatis Regalis Sodali. Imprimatur. S. Pepys, Reg. Soc. Praeses. Julii 1686. Londoni, Jussu Societatis Regiae ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.
- Niss, M.**, "Kompetencer og Uddannelsebeskrivelse" (Competencies and Subject Description), *Uddanneise* 9, 1999 , pp. 21-29.
- OCSE**, *Measuring Student Knowledge and Skills - A New Framework for Assessment*. Parigi, OCSE, 1999.
- OCSE**, *Measuring Student Knowledge and Skills - The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical, and Scientific Literacy*. Parigi, OCSE, 2000.

- OCSE**, *Knowledge and Skills for Life, First Results from PISA 2000*. Parigi, OCSE, 2001a.
- OCSE**, *The New Economy – Beyond the Hype: The OECD Growth Project*. Parigi, OCSE, 2001b.
- OCSE**, *Sample Tasks from the PISA 2000 Assessment: Reading, Mathematical, and Scientific Literacy*. Parigi, OCSE, 2002a.
- OCSE**, *Reading, for Change – Performance and Engagement across Countries*, Parigi, OCSE, 2002b.
- O'Neil, H.**, *A theoretical basis for assessment of problem solving*. Inedito presentato al meeting annuale della American Education Research Association, Montreal, Canada, 19, aprile 1999, University of Southern California.
- Polya, G.**, *How to Solve It*, Princeton, Princeton University Press, 1945.
- Problem-Solving Expert Group/PEG**, *Problem solving and PISA 2003*, Parigi, OCSE/PISA, 2001.
- Robitaille, D., Garden, R.**, a cura di, *Research Questions & Study Design*, Vancouver, Pacific Educational Press, 1996.
- Romberg, T.**, "Classroom Instruction that Fosters Mathematical Thinking and Problem Solving: Connections between Theory and Practice", in A. Schoenfeld, a cura di, *Mathematical Thinking and Problem solving*, Hillsdale, Lawrence Erlbaum Associates, 1994, pp. 287-304.
- Ryjchen, D., Salganik, L.H.**, *Definition and Selection of Key Competencies (DeSeCo)*, Ocse, Parigi, 2000.
- Schoenfeld, A.H.**, "Learning to think mathematically, Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics", in D. A. Grouws, a cura di, *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York, Macmillan, 1992, pp. 334-370.
- Schupp, H.**, "Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I Zwischen Tradition und Neuen Impulsen" (Application-oriented Mathematics lessons in the lower secondary between tradition and new impulses), *Der Mathematikunterricht*, 34(6), 1988, pp. 5-16.
- Seger, M. S. R.**, "An alternative for assessing problem-solving skills, The overall test", *Studies in Educational Evaluation*, 23(4), 1997, pp. 373-398.
- Shamos, M.H.**, *The Myth of scientific Literacy*, New Brunswick, Rutgers University Press, 1995.
- Steen, L.A.**, a cura di, *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, Washington, National Academy Press, 1990.
- Steen, L.A.**, a cura di, *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America*, New York, The College Board, 1997, pp. 173-186.
- Stern, D.**, "Improving Pathways in the United States from High School to College and Career", *Preparing Youth for the 21st Century – The Transition from Education to the Labour Market*, Parigi, OCSE, 1999.
- Stewart, K.**, "Change", in L.A. Steen, a cura di, *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, Washington, National Academy Press, 1990.
- Sticht, T.G.**, a cura di, *Reading for Working: A Functional Literacy Anthology*, Alexandria, Human Resources Research Organization, 1975.
- Stiggins, R.J.**, "An Analysis of the Dimensions of Job-related Reading", *Reading World*, 82, 1982, pp. 237-247.



Swaak, J., de Jong, T., "Measuring intuitive knowledge in science, The development of the what-if test", *Studies in Educational Evaluation*, 22(4), 1996, pp. 341-362.

Trier, U., Peschar, J., "Cross-curricular Competencies: Rational and Strategy for Developing New Indicator", *Measuring What Students Learn*, Parigi, OCSE, 1995, pp. 99-109.

Tversky, A., Kahneman, D., "Judgments Under Uncertainty: Heuristics and Biases", *Science*, 185, 1974, pp.1124-1185.

UNESCO, *International Forum on Scientific and Technological Literacy for all, Final Report*, Parigi, UNESCO, 1993.

U.S. Department of Labor, *The Secretary's Commission on achieving Necessary Skills (SCANS): What Work Requires of Schools*, Washington, U.S. Department of Labor, 1991.

Vosniadou, S., Ortony, A., *Similarity and analogical reasoning*, New York, Cambridge University Press, 1989.

Ziman, J.M., *Teaching and Learning about Science and Society*, Cambridge, Cambridge University Press, 1980.



PISA 2003 Expert Groups

Mathematics Expert Group (MEG)	Reading Expert Group (REG)
Jan de Lange, <i>Chair</i> Utrecht University Utrecht, Netherlands	Irwin Kirsch, <i>Chair</i> Educational Testing Service Princeton, NJ, United States
Werner Blum, <i>Deputy Chair</i> University of Kassel Kassel, Germany	Marilyn Binkley National Center for Educational Statistics Washington, DC, United States
Mary Lindquist, <i>Deputy Chair</i> Columbus, GA, United States	Alan Davies University of Edinburgh Scotland, United Kingdom
Vladimír Burjan EXAM Slovak Republic	Stan Jones Statistics Canada Nova Scotia, Canada
Sean Close St. Patricks College Dublin, Ireland	John H.A.L. de Jong Language Testing Services Velp, Netherlands
John Dossey Illinois State University Normal, IL, United States	Dominique Lafontaine Université de Liège Liège, Belgium
Zbigniew Marciniak Warsaw University Warsaw, Poland	Pirjo Linnakylä University of Jyväskylä Jyväskylä, Finland
Mogens Niss IMFUFA, Roskilde University Roskilde, Denmark	Martine Rémond Institute National de Recherche Pédagogique Paris, France
Kyungmee Park Hongik University Seoul, Korea	
Luis Rico Universidad de Granada Granada, Spain	
Yoshinori Shimizu Tokio Gakugei University Tokio, Japan	

**Science Expert Group (SEG)****Problem Solving Expert Group (PSEG)**

Wynne Harlen, Chair
University of Bristol
United Kingdom

John Dossey, Chair
Illinois State University
Norman, IL, United States

Peter Fensham
Monash University
Melbourne, Australia

Benő Csapó
University of Szeged
Szeged, Hungary

Raul Gagliardi
Geneva, Switzerland

Wynne Harlen
Berwickshire, United Kingdom

Svein Lie
University of Oslo
Oslo, Norway

Ton de Jong
University of Twente
Twente, Netherlands

Manfred Prenzel
Liebniz-Institute for Science Education
at the University of Kiel
Kiel, Germany

Irwin Kirsch
Educational Testing Service
Princeton, NJ, United States

Senta A. Raizen
National Center for Improving Science
Education
Washington, DC, United States

Eckhard Klieme
German Institute for International Educational
Research
Frankfurt/Main, Germany

Donghee Shin
Dankook University
Seoul, Korea

Jan de Lange
Utrecht University
Utrecht, Netherlands

Elizabeth Stage
University of California
Oakland, CA, United States

Stella Vosniadou
University Athens
Athens, Greece