

“Sulle orme matematiche dell’effetto farfalla”

L’approccio laboratoriale per lo studio della matematica sperimentato dall’ITES “G. Calò” di Francavilla Fontana (BR)

Di Rosaria Trisolino e Cosimo Giuseppe Massaro (ITES “G. Calò” di Francavilla Fontana)

Catalizzare l’attenzione dei nostri studenti, appartenenti alla generazione dei *digital natives*, e valorizzare la loro naturale familiarità con gli “schermi interattivi” (computer, smartphone, tablet, ecc.), che ne influenzano gli stili di apprendimento, sono le motivazioni che ci hanno indotto a sviluppare la proposta progettuale “**Sulle orme matematiche dell’effetto farfalla**” (fig.1) in una dimensione multimediale.



Figura 1

Il progetto è stato finalizzato alla realizzazione - da parte di un gruppo di studenti del secondo biennio e del quinto anno dell’ITES “G. Calò” di Francavilla Fontana (BR) in orario extracurricolare - di uno scenario formativo, innovativo e coinvolgente, sulle equazioni differenziali, potenti strumenti matematici per la descrizione ed interpretazione della realtà. I traguardi di competenze sono stati:

- fornire agli studenti stimoli cognitivi e opportunità operative efficaci attraverso situazioni problematiche reali;
- evidenziare il valore aggiunto fornito dai modelli matematici contenenti equazioni differenziali nell’interpretare l’evoluzione di sistemi reali;
- approfondire le dinamiche storiche sottese alla teoria del caos deterministico;
- risolvere alcune tipologie di equazioni differenziali e di sistemi attraverso l’utilizzo delle potenzialità di ambienti software dedicati, quali Maple e Mathematica.

Breve descrizione del progetto



Figura 2

L’accattivante locuzione “**effetto farfalla**” è stata usata per veicolare il significato concettuale di equazione differenziale. Il *butterfly effect* è la metafora con cui esordì, il 29 dicembre del 1979, Edward Lorenz, insigne matematico e meteorologo del Massachusetts Institute of Technology (fig.2), relazionando, nell’ambito della Conferenza annuale dell’*American Association for the Advancement of Science*, sui sistemi dinamici: “**Does the flap of a butterfly's wings in Brazil set off a tornado in Texas**”, ossia “il battito delle ali di una farfalla in Brasile può scatenare un tornado in

Texas" (fig.3).

Lorenz voleva evidenziare come in sistemi dinamici dal comportamento caotico, ossia in sistemi che evolvono nel tempo e mostrano una dipendenza sensibile alle condizioni iniziali, un evento di grande portata possa essere innescato, nel lungo periodo, da cause insignificanti o trascurabili.

Strabiliante è, infatti, il risultato esperienziale che Lorenz ottenne durante una delle simulazioni al computer delle previsioni meteorologiche: inserendo una serie di dati arrotondata a tre cifre decimali, invece



Figura 3

di sei cifre, l'evoluzione del sistema, elaborata dal computer, si discostava nettamente dai risultati precedenti.

In quest'ottica è stato finalizzato il concetto di equazione differenziale, quale equazione che lega la variabile indipendente x , la funzione y e alcune sue derivate, espressa nella forma $F(x, y, y', y'' \dots y^n) = 0$.

L'attenzione è stata, quindi, posta sull'aspetto applicativo di tali equazioni, data la tipologia di indirizzo dell'Istituto e l'esigua durata del progetto. Risorse fondamentali ed efficienti sono state gli ambienti software Maple e Mathematica, le cui potenzialità hanno permesso agli studenti di risolvere equazioni differenziali del primo e secondo ordine e alcuni sistemi. (fig.4 e fig.5.)

Esempio eseguito con **Maple**

$$y' = x^2, y(3) = 1 \quad \frac{d}{dx} y(x) = x^2, y(3) = 1 \quad \xrightarrow{\text{solve DE}} \quad y(x) = \frac{1}{3} x^3 - 8$$

Figura 4

Esempio eseguito con **Mathematica**

```
y' [x] = x^2
y' [x] = x^2
DSolve[y' [x] = x^2, {y[x]}, {x}]
{{y[x] -> x^3/3 + C[1]}}
DSolve[{y' [x] = x^2, y[3] = 1}, y[x], x]
{{y[x] -> 1/3 (-24 + x^3)}}
```

Figura 5

L'effetto farfalla: emblema della teoria del caos deterministico

Anche l'approccio storico alla teoria del caos deterministico ha fornito agli studenti un interessante stimolo per la comprensione del vero volto della Scienza: una vicenda umana non sempre lineare e semplice, collocata in un contesto storico, politico e sociale, di cui riflette le caratteristiche, provvisoria nelle teorie, vincolata al passato e proiettata nel futuro.

Lorenz, avendo sperimentato come un sistema reale possa seguire evoluzioni molto diverse, partendo da stati iniziali leggermente differenti, ha dato un decisivo contributo alla teoria del **caos deterministico**, annoverata tra le grandi rivoluzioni scientifiche del XX secolo assieme alla relatività e alla meccanica quantistica.

La contraddizione, o il paradosso, dell'espressione *caos deterministico* è solo apparente - sebbene *caos* significhi irregolarità e *deterministico* regolare, prevedibile -, in quanto la scoperta della teoria mostra come modelli matematici, privi di elementi aleatori nelle equazioni che li definiscono, possono generare andamenti imprevedibili ed estremamente sensibili a piccole perturbazioni.

La rivoluzione scientifica provocata dalla scoperta del caos deterministico era stata ipotizzata dal matematico francese **Poincaré** nei primi anni del Novecento. Egli nella descrizione del moto dei 3 corpi che interagiscono mediante forze gravitazionali, evidenziava la sensibilità delle traiettorie rispetto a piccole variazioni delle condizioni iniziali e introduceva i metodi qualitativi per lo studio dei sistemi dinamici.

I risultati ottenuti da Poincaré, però, erano probabilmente troppo avanzati rispetto ai suoi tempi e non suscitavano subito l'interesse che meritavano. La riscoperta di tale teoria è connessa con l'avvento dei computer e con il rilevante contributo di Lorenz.

La metodologia

L'attività progettuale, al fine di renderla motivante per gli studenti, è stata pensata con un approccio laboratoriale caratterizzato dall'operatività delle situazioni di apprendimento. Il coinvolgimento attivo degli allievi nelle varie fasi del progetto ha rappresentato la linea guida del percorso intrapreso.

Le fasi attuative del progetto hanno visto la suddivisione degli studenti in gruppi di lavoro, i cui ruoli sono stati predefiniti in relazione alle competenze, capacità, attitudini possedute.

Tale impostazione ha consentito l'adeguamento della didattica agli stili cognitivi degli allievi; essi necessitano di apprendere in contesti esperienziali, attraverso comportamenti che contemplano il sapere e il saper fare, la creatività individuale e la relazione di gruppo.

Grande è stato l'entusiasmo con cui gli studenti si sono cimentati nella ricerca, selezione ed elaborazione di contenuti, di immagini, di gif animate e nella realizzazione di video in lingua inglese, francese e spagnola.

La fattiva collaborazione tra docenti e studenti si è concretizzata nell'implementazione del sito web. Durante la realizzazione del progetto noi docenti abbiamo svolto ruoli di *coaching*

e azioni di *scaffolding* relativamente all'utilizzo dei software per l'elaborazione dei materiali e la progettazione dell'interfaccia grafica del sito: Front Page, Fireworks, Paint Shop Pro, Windows Movie Maker, e di applicativi dedicati, quali Maple e Mathematica.

Valutazione e disseminazione del progetto

Le modalità di monitoraggio, in itinere e finale, e gli strumenti di valutazione sono stati strutturati in funzione non solo del grado di raggiungimento degli obiettivi, ma anche dello sviluppo di competenze cognitive, operative e relazionali.

Il progetto ha costituito un momento di crescita culturale e relazionale degli allievi. Il valore aggiunto dell'esperienza è stato la ricaduta efficace sulle competenze acquisite dagli studenti, come è emerso dal report dei test somministrati.

Dal punto di vista motivazionale i risultati sono stati avvincenti, superando le aspettative, grazie alle strategie collaborative adottate.

Significativi sono stati i miglioramenti nelle competenze disciplinari degli studenti, ciò rappresenta una conferma circa la validità delle metodologie laboratoriali, che favoriscono il **cooperative learning**, il **peer learning** e il **learning by doing**, rispetto all'impostazione trasmissiva tipica della lezione frontale. Il prodotto multimediale realizzato ha avuto una soddisfacente disseminazione a diversi livelli. Gli studenti si sono sentiti protagonisti nella costruzione di un ambiente di apprendimento significativo e stimolante, hanno valutato positivamente l'attività svolta e si sono mostrati favorevoli ad un'apertura più ampia della scuola a questa tipologia di iniziative.

I docenti hanno condiviso il progetto nel Dipartimento scientifico e nel Collegio dei docenti, apprezzando il contesto scelto.

Abbiamo inoltre promosso la nostra esperienza attraverso:

- la pubblicazione sul sito dell'Istituto www.itesgiovannicalo.gov.it;
- il sito web dedicato al progetto www.farfallaeffetto.altervista.org;
- la pubblicazione sul portale di divulgazione scientifica <http://maddmaths.simai.eu>
- la partecipazione al concorso nazionale “**Apprendere con la tecnologia**” (**1° premio**) - Lamezia Terme;
- la partecipazione all'evento **Smart Education& Technology** – Città della Scienza di Napoli.