

# PerContare: le estensioni degli algoritmi di divisione in classe quinta

Anna Baccaglini-Frank, Alessandro Ramploud – Università di Pisa

Silvia Funghi – Università di Torino

## Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola**  
**al quoziente** quando la incontri.

h	da	u	d			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			



- Metto il cappello sul 7. Quante volte il 12 ci sta nel 7? 0 volte, quindi il 7 non va bene.
- Metto il cappello sul 78. Quante volte il 12 ci sta nel 78? *[Faccio dei conti per trovare il multiplo di 12 più vicino a 78]* Ci sta 6 volte, scrivo 6 al quoziente.  $12 \times 6$  fa 72, che sottratto dal 78 fa 6.
- Abbasso il 3, lo scrivo accanto al 6 che diventa 63. Quante volte il 12 ci sta nel 63? *[Faccio dei conti...]* Ci sta 5 volte, scrivo 5 al quoziente.  $12 \times 5$  fa 60, che sottratto dal 63 fa 3.
- Scrivo la virgola dopo il 65 e abbasso il 2, lo scrivo accanto al 3 che diventa 32. Quante volte il 12 ci sta nel 32? *[Faccio dei conti...]* Ci sta 2 volte, scrivo 2 al quoziente.  $12 \times 2$  fa 24, che sottratto dal 32 fa 8.

## Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola**  
**al quoziente** quando la incontri.

h	da	u	d			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			



- **Metto il cappello sul 7.** Quante volte il 12 ci sta nel 7? 0 volte, quindi il 7 non va bene.
- **Metto il cappello sul 78.** Quante volte il 12 ci sta nel 78? *[Faccio dei conti per trovare il multiplo di 12 più vicino a 78]* Ci sta 6 volte, scrivo 6 al quoziente.  $12 \times 6$  fa 72, che sottratto dal 78 fa 6.
- Abbasso il 63. Ci sta 5 volte.  $12 \times 5$  fa 60, che sottratto dal 63 fa 3. *[Faccio dei conti per trovare il multiplo di 12 più vicino a 32]* Ci sta 2 volte.  $12 \times 2$  fa 24, che sottratto dal 32 fa 8.

Ma che cosa vuol dire  
«metto il cappello»..? E  
perché sul 7? Non erano  
783,2?

Ma perché devo vedere quante volte il 12 «ci sta» in tutte queste cose diverse...? Non dovevo vedere quante volte stava in 783,2?

7	2			6	2
	6	3			
	6	0			
		3	2		
		2	4		
			8		



- Metto il cappello sul 7. Quante volte il 12 **ci sta nel 7**? 0 volte, quindi il 7 non va bene.
- Metto il cappello sul 78. Quante volte il 12 **ci sta nel 78**? *[Faccio dei conti per trovare il multiplo di 12 più vicino a 78]* **Ci sta 6** volte, scrivo 6 al quoziente.  $12 \times 6$  fa 72, che sottratto dal 78 fa 6.
- Abbasso il 3, lo scrivo accanto al 6 che diventa 63. Quante volte il 12 **ci sta nel 63**? *[Faccio dei conti...]* **Ci sta 5** volte, scrivo 5 al quoziente.  $12 \times 5$  fa 60, che sottratto dal 63 fa 3.
- Scrivo la virgola dopo il 65 e abbasso il 2, lo scrivo accanto al 3 che diventa 32. Quante volte il 12 **ci sta nel 32**? *[Faccio dei conti...]* **Ci sta 2** volte, scrivo 2 al quoziente.  $12 \times 2$  fa 24, che sottratto dal 32 fa 8.

## Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola** al **quoziente** quando la

h	da	u	d			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			



Cosa vuol dire «abbasso»?  
Perché il 3 accanto al 6 diventa 63? Questa cosa di solito non va mai bene... perché qui sì?

- **Abbasso il 3, lo scrivo accanto al 6 che diventa 63.** Quante volte il 12 ci sta nel 63? *[Faccio dei conti...]* Ci sta 5 volte, scrivo 5 al quoziente.  $12 \times 5$  fa 60, che sottratto dal 63 fa 3.
- Scrivo la virgola dopo il 65 e **abbasso il 2, lo scrivo accanto al 3 che diventa 32.** Quante volte il 12 ci sta nel 32? *[Faccio dei conti...]* Ci sta 2 volte, scrivo 2 al quoziente.  $12 \times 2$  fa 24, che sottratto dal 32 fa 8.



## Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola**  
**al quoziente** quando la incontri.

h	da	u	d			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			



Perché la virgola va dopo il 65 e non dopo il 3? Non si abbassa? Perché il 6 e il 5 che avevo trovato prima adesso sono diventati 65?

- M... non dopo il 3? Non si abbassa? Perché il 6 e il 5 che avevo trovato prima adesso sono diventati 65?
- M... scrivo 6... che sottratto da 63 fa 6.
- Abbasso il 3, lo scrivo accanto al 6 che diventa 63. Quante volte il 12 ci sta nel 63? *[Faccio dei conti...]* Ci sta 5 volte, scrivo 5 al quoziente.  $12 \times 5$  fa 60, che sottratto dal 63 fa 3.
- **Scrivo la virgola dopo il 65 e abbasso il 2, lo scrivo accanto al 3 che diventa 32.** Quante volte il 12 ci sta nel 32? *[Faccio dei conti...]* Ci sta 2 volte, scrivo 2 al quoziente.  $12 \times 2$  fa 24, che sottratto dal 32 fa 8.

## Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola**  
**al quoziente** quando la incontri.

h	da	u	d			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			



- Ma quindi se distribuisco 783,2  
ciambelle a 12 persone ognuno  
ne riceve 65,2 e ne avanzano 8?  
Cioè il quoziente è 65,2 e 8 è il  
resto? (come quando facevamo  
la divisione con i numeri senza la  
virgola)...non mi torna!
- A questo punto...ta  
dei  
quoziente.  
12x5 fa 60, che sottra... fa 3.
- Scrivo la virgola dopo il 65 e abbasso il 2, lo  
scrivo accanto al 3 che diventa 32. Quante  
volte il 12 ci sta nel 32? *[Faccio dei conti...]* Ci  
sta 2 volte, scrivo 2 al quoziente. 12x2 fa 24,  
che sottratto dal 32 fa 8.

## Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola**  
al **quoziente** quando la incontri

h	da	u	a			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			

Perché si mette «il  
cappello» inizialmente  
solo su certe cifre?

Perché si mette il  
segno di «abbasso»  
sulle altre cifre?

Perché la virgola  
non si «abbassa»,  
ma si trascrive solo  
nel quoziente?

Perché, una volta che si è  
«abbassata» una cifra, il risultato  
della sottrazione precedente con  
la cifra «abbassata» diventa un  
altro numero?

Ma quante  
cose senza  
senso mi devo  
ricordare...?





## Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola** al quoziente quando la incontri.

h	da	u	d			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			

*La cosa però, che non mi piace della matematica, sono le divisioni, che quando me le spiegano, **dopo un giorno o due me le dimentico e me le devono rispiegare.***

*Il rapporto che ho con la matematica è a volte positivo e qualche volta negativo: è positivo quando sento di farcela, cioè in divisioni che mi riescono, certe volte non le so fare perché **inizio a fare confusione.***

*La matematica è una delle materie che mi piacciono di più perché è molto interessante. Questo discorso è per tutto quello che comprende la matematica **tranne che per le divisioni a due cifre** perché sono molto difficili. Però piano piano sto riuscendo a capirci qualcosa perché **prima mi strappavo i capelli.***

Si ringraziano Pietro di Martino e Rosetta Zan per la condivisione di questi estratti dai temi:  
«Io e la Matematica...»

# Ma *perché* l'algoritmo *funziona*?



## I suggerimenti di PerContare

Dunque, le I.N. ci «autorizzano» a lavorare con le procedure. Tuttavia, suggeriscono ripetutamente di **lavorare sui significati matematici** e sullo sviluppo di competenze, quindi NON di USARE l'insegnamento per imitazione di algoritmi come strategia d'insegnamento privilegiata.

In linea con le I.N., suggeriamo generalmente di introdurre procedure tramite costruzione attiva partecipata, a partire dal significato in un particolare contesto, per poi ampliarlo ad altri contesti, e non «calando le procedure dall'alto».

Suggeriamo di proporre diverse «procedure» e di *discutere perché* consentono di arrivare allo stesso risultato finale.

25 Giugno 2020

**Webinar Riconessioni****25 Giugno 2020**<https://www.percontare.it/webinar>

# Sinergie di algoritmi per sviluppare significati: (estensioni de)gli algoritmi per la divisione

<https://www.percontare.it/guide/classe-quinta/>



<b>Geometria</b>
Primi elementi di geometria dinamica
Proprietà dei poligoni
Area dei rettangoli
Area di quadrilateri e triangoli
<b>Frazioni</b>
Un software misterioso
<b>Moltiplicazioni con decimali</b>
Diagramma rettangolo con la virgola
Gelosia con la virgola
<b>Estensione della divisione</b>
Tlx- con la virgola
Canadese con la virgola
<b>Unità di misura</b>
Estensione delle equivalenze

# Divisione nell'insieme dei numeri naturali

**Intervento sulla  
divisione nel  
Webinar del  
16/09/2021**



## Video Formativi

[Home](#) > Video Formativi

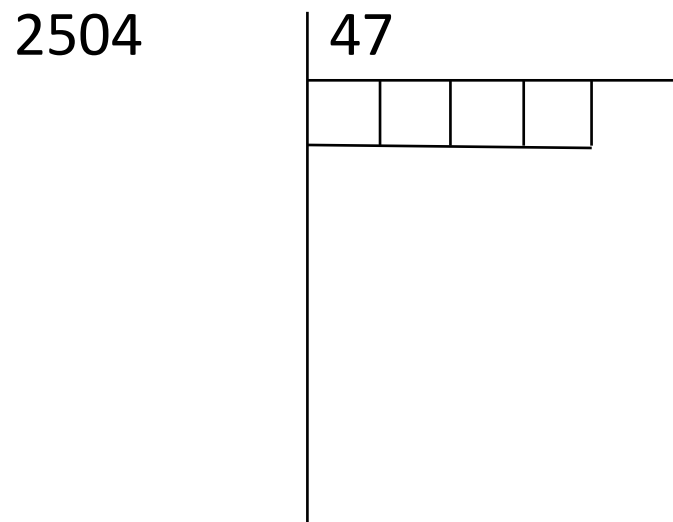
Video in ordine cronologico

Video per argomento

<https://www.percontare.it/webinar/>

	A	B	C	D	E	F	G
	Argomento dell'intervento	Annualità	Data	Titolo webinar	Contesto	Relatore	Link all'intervento
1							
2	Design delle guide						
3	principi di design delle attività didattiche di matematica e loro implementazione nelle guide di "PerContare"	Guide di III -IV - V	9/16/2020	Progetto PerContare: È ora disponibile anche la guida per le classi terze della primaria	Webinar PerContare	Anna Baccaglini-Frank	<a href="https://youtu.be/oyK2Zf9IQTo?t=1097">https://youtu.be/oyK2Zf9IQTo?t=1097</a>
4	struttura delle guide	Guide di III -IV - V	9/17/2020	Progetto PerContare: È ora disponibile anche la guida per le classi terze della primaria	Webinar PerContare	Alessandro Ramploud	<a href="https://youtu.be/oyK2Zf9IQTo?t=2434">https://youtu.be/oyK2Zf9IQTo?t=2434</a>
67	Divisioni						
69	Cenni estensione divisioni Tix- e canadese ai numeri decimali	Guide di V	10/6/2022	PerContare: presentazione della nuova guida di quinta per la primaria	Webinar PerContare	Silvia Funghi	<a href="https://youtu.be/7FeB3_mA33o?t=5737">https://youtu.be/7FeB3_mA33o?t=5737</a>
70	Confronto di algoritmi di divisione per lo sviluppo di significati matematici	Guide di IV	9/16/2021	Progetto "PerContare": la nuova guida di matematica per la classe quarta della primaria	Webinar PerContare	Silvia Funghi	<a href="https://youtu.be/M98yoyaZKk8?t=1348">https://youtu.be/M98yoyaZKk8?t=1348</a>
71	Confronto di algoritmi di divisione per lo sviluppo di significati matematici	Guide di IV	2/16/2021	Processo di insegnamento-apprendimento della matematica. Guida pratica allo stress da	Webinar Accademia dei Lincei	Silvia Funghi e Federica Poli	<a href="https://youtu.be/merbTiyR0yQ?t=1903">https://youtu.be/merbTiyR0yQ?t=1903</a>
72	Confronto di algoritmi di divisione per lo sviluppo di significati matematici	Guide di IV	6/23/2021	Nuovi sviluppi del progetto PerContare: la guida per la classe terza e quarta	Webinar PerContare	Alessandro Ramploud	<a href="https://youtu.be/c7QijguH5rI?t=1656">https://youtu.be/c7QijguH5rI?t=1656</a>

## Divisione «Tlx– »



1) Scrivo alcuni multipli utili del  
divisore

$$47 \times 1 = 47$$

$$47 \times 2 = 94$$

$$47 \times 5 = 235$$

$$47 \times 10 = 470$$

2) Imposto il diagramma



## Divisione «Tlx- »

$$\begin{array}{r} \dot{2}504 \\ -0 \\ \hline 2 \end{array}$$

47				
0				

$$47 \times 1 = 47$$

$$47 \times 2 = 94$$

$$47 \times 5 = 235$$

$$47 \times 10 = 470$$

3) Svolgo passaggi secondo l'acronimo:

**T**aggo la prima cifra del dividendo

**I**nserisco il numero di volte che ci sta il divisore

**x** multiplico il divisore per il numero trovato

**-** sottraggo





## Divisione «Tlx– »

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{2504} \\
 -0 \\
 \hline
 25 \\
 -0 \\
 \hline
 250 \\
 -235 \\
 \hline
 154 \\
 -141 \\
 \hline
 13
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 5 \quad 3
 \end{array}$$

$$47 \times 1 = 47$$

$$47 \times 2 = 94$$

$$47 \times 5 = 235$$

$$47 \times 10 = 470$$

3) Svolgo passaggi secondo l'acronimo:

Taggo la prima cifra del dividendo

Inserisco il numero di volte che ci sta il divisore

x multiplico il divisore per il numero trovato

– sottraggo

4) Ripeto Tlx- fino a finire le cifre del dividendo.



$$2504 = 47 \times 53 + 13$$

Ricomincia il gioco

CREDITI

143

-0

14

-10

43

-40

3

5

028

Tabellina

Quante ciambelle ha ricevuto in totale ogni bambino fin dall'inizio?

OK

Centinaia

Decine

Unità

0h 2da 8u

0h 2da 8u

0h 2da 8u

0h 2da 8u

0h 2da 8u

Risultato

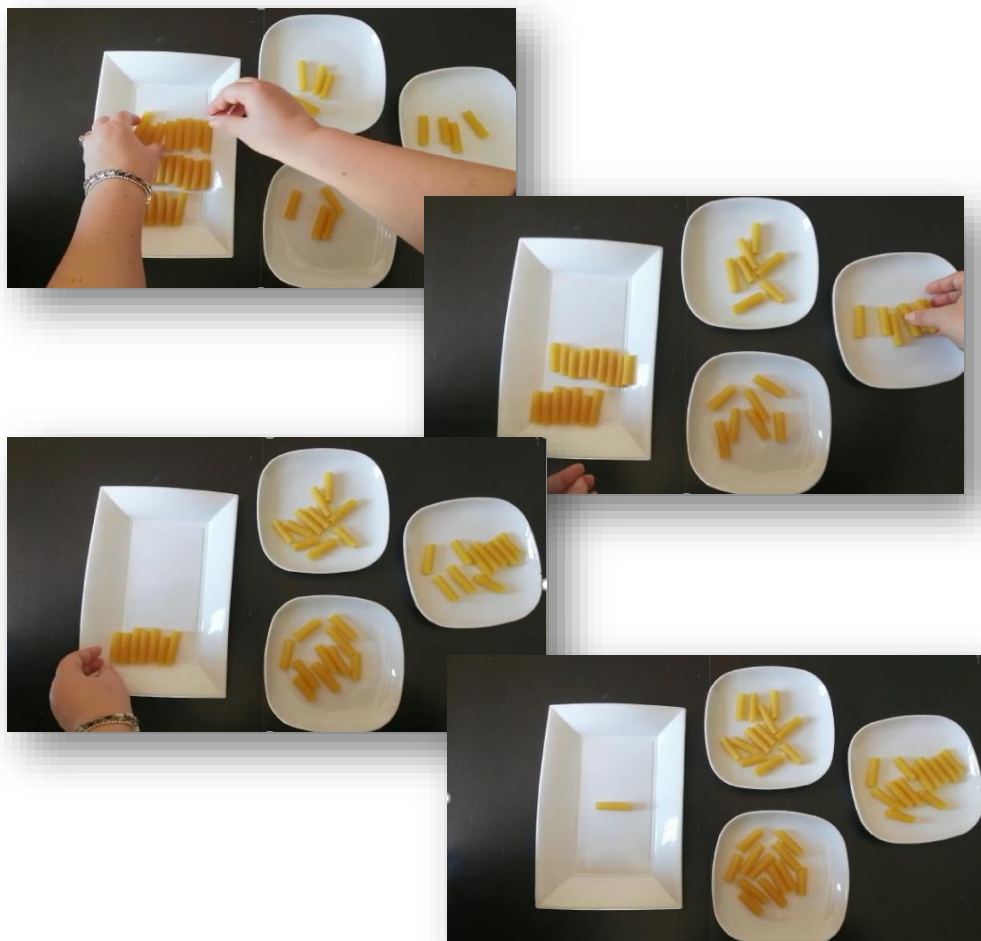
$$143 = 5 \times 28 + 3$$

unity WebGL

Percontare

<https://www.percontare.it/software/software-tixmeno/>

## La divisione Canadese (Boero, Ferrari & Ferrero, 1989; Ferrero 1990)



- 'Svuotamento' progressivo del dividendo
- Permette al bambino di capire autonomamente quando l'operazione è arrivata a termine
- Permette di portare a termine la divisione anche senza conoscere tutte le tabelline
- Algoritmo più trasparente rispetto ad altri algoritmi per la divisione



Webinar Riconessioni 5  
Maggio 2020

<https://www.percontare.it/webinar/>

**CREDITI**

Ci sono **63** ciambelle da dividere tra 4 bambini.

Si possono dare 15 ciambelle a ogni bambino e ne restano 3

OK

63 | 4

40	perché	4	X	10	=	40
23	perché	63	-	40	=	23
20	perché	4	X	5	=	20
3	perché	23	-	20	=	3

15 perché  $10 + 5 = 15$

$63 = (4 \times 15) + 3$

Ricomincia il gioco

Scarica Risultati

unity WebGL

Percontare

<https://www.percontare.it/software/software-divisione-canadese/>



14786	35
- 14000	$35 \times 400 = 14000$
786	
- 700	$35 \times 20 = 700$
86	
- 70	$35 \times 2 = 70$
16	

*Divisione Canadese  
Ottimizzata*

$$14786 = 35 \times (400 + 20 + 2) + 16$$

# Sinergia tra artefatti

Due artefatti per la costruzione di una rete di significati

<https://www.percontare.it/guide/class-e-quarta/divisione-tix/divisione-tix-fase-5/>

<https://www.percontare.it/guide/class-e-quarta/divisione-tix/divisione-tix-fase-6/>

New

## Perché la divisione Tlx- funziona?

Home > Guide > Classe Quarta > Divisione Tlx- > Perché la divisione Tlx- funziona?

**Divisione Tlx-**

**FASE 1**  
Un bel problema!

**FASE 2**  
Ma quanti fogli da dividere!

**FASE 3**  
Un altro modo di dividere

**FASE 4**  
Dividiamo le risme con la Tlx-

**FASE 5**  
Quale mi piace di più?

**FASE 6**  
Perché la divisione Tlx- funziona?

Scheda 1

Copione

Software Divisione Tlx-

### Perché la divisione Tlx- funziona?

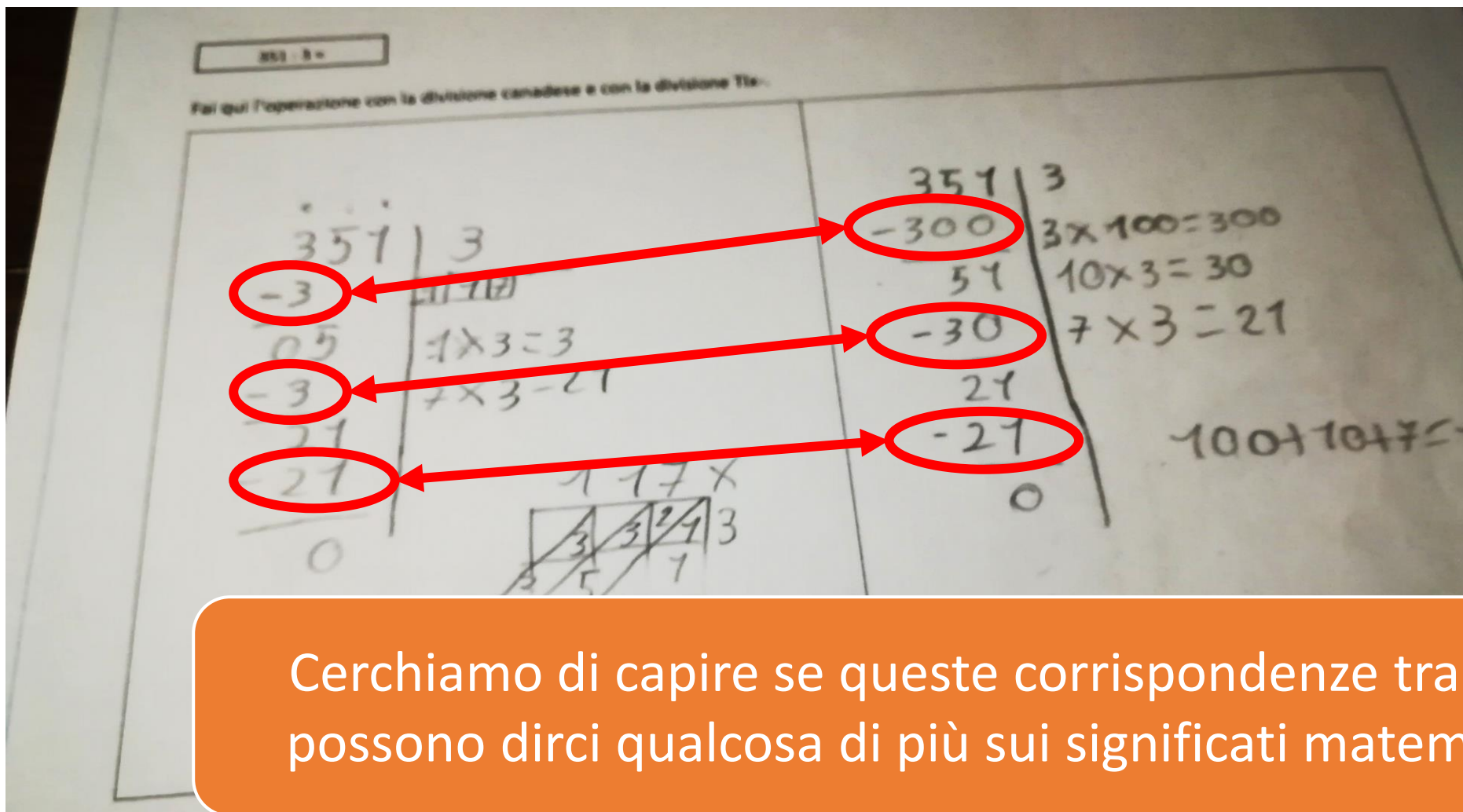
In questa fase si continuerà a lavorare sul confronto tra l'uso della divisione Tlx- e della divisione canadese per il calcolo delle divisioni. L'obiettivo è di sviluppare, attraverso il confronto tra questi due algoritmi, i significati matematici e i *perché* che stanno alla base del loro funzionamento – scoprendo e approfondendo le caratteristiche della notazione posizionale decimale e le proprietà della divisione tra numeri naturali.

Prima c  
<https://>

- Inte
- mat
- Inte
- "Pro
- link:
- Inte
- Per
- Inte
- 21/1
- scuc
- Han

Inoltre

Riportiamo qui sopra due foto dal quaderno del bambino del video precedente. Nella foto a sinistra, il bambino appena visto nel video svolge la divisione  $1943:8$  scegliendo intenzionalmente l'utilizzo dell'algoritmo Tlx- perché considerato da lui più efficace con queste tipologie di numeri in gioco. Si può osservare nella foto a destra come con numeri diversi in gioco, la scelta dell'algoritmo di calcolo cambi. Questo elemento mostra come la sinergia di algoritmi possa sviluppare particolarmente competenze metacognitive nelle bambine e nei bambini nella scelta della strategia di calcolo più economica cognitivamente di volta in volta.



357 | 3

-3

05

-3

21

-21

0

1 1 7 X

3 3 2 1 3

5 5 1

357 | 3

-300

57

-30

27

-27

0

3 x 100 = 300

10 x 3 = 30

7 x 3 = 21

100 + 10 + 7 = 117

Cerchiamo di capire se queste corrispondenze tra i segni possono dirci qualcosa di più sui significati matematici....

confronto divisioni - Google Jamboard

Lezione di matematica di domani - Meet - wvv-aofz-nag

jamboard.google.com/d/1jNOskcrs3UNRcGzWMLpIXWg0mje9FmPGg9fFsVneL7k/viewer?i=0

confronto divisioni

Imposta lo sfondo Cancelli contenuti del frame

Apri su una Jamboard

**CANADESE**

$$\begin{array}{r} 876 \\ - 700 \\ \hline 176 \\ - 140 \\ \hline 36 \\ - 28 \\ \hline 6 \end{array}$$

$7 \times 100 = 700$   
 $7 \times 20 = 140$   
 $2 \times 4 = 8$

$876 = 2 \times (700 + 20 + 4) + 6$

**Tik-**

$$\begin{array}{r} 876 \\ - 7 \\ \hline 17 \\ - 14 \\ \hline 34 \\ - 28 \\ \hline 6 \end{array}$$

$7 \times 1 = 7$   
 $7 \times 2 = 14$   
 $7 \times 3 = 21$   
 $7 \times 4 = 28$   
 $7 \times 5 = 35$   
 $7 \times 6 = 42$   
 $7 \times 7 = 49$   
 $7 \times 8 = 56$   
 $7 \times 9 = 63$   
 $2 \times 10 = 20$

$876 = 7 \times 126 + 6$

S1: Secondo me è giusto tutt...sono giusti tutti e due





## 1. Cosa possiamo osservare nella divisione Tlx-?

POSSIAMO OSSERVARE CHE LA DIVISIONE TIX- È SIMILE ALLA DIVISIONE CANADESE PERCHÉ NELLA DIVISIONE CANADESE SI FA PER ESEMPIO (800-600) AGGIUNGIAMO 2 ZERI INVECE NELLA DIVISIONE TIX- SI FA PER ESEMPIO (8-6) NON AGGIUNGIAMO 2 ZERI. È QUINDI LA DIFFERENZA TRA LA DIVISIONE TIX- E LA CANADESE SONO GLI ZERI.

## 3. Che cosa succede quando mettiamo il pallino (tagghiamo) sopra la cifra 0?

SUCCEDDE CHE LA CIFRA CHE RIMANE DELLE R, POI, DEVE ESSERE DIVISA ALLO 0 PERCIÒ LA CIFRA CHE ERA RIMASTA È 2 E PIÙ LO 0 UGUALE "20 DECINE"

$$1105 = 3 \times 368 + 1$$

$$1105 = 3 \times (300 + 60 + 8) + 1$$

$\begin{array}{r} \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{1105} \\ - 0 \\ \hline 11 \\ - 9 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 25 \\ - 24 \\ \hline 1 \end{array}$	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">3</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">0 3 6 8</td></tr> </table>	3	0 3 6 8	$\begin{array}{l} 3 \times 1 = 3 \\ 3 \times 2 = 6 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 3 \times 4 = 12 \\ 3 \times 5 = 15 \\ 3 \times 6 = 18 \\ 3 \times 7 = 21 \\ 3 \times 8 = 24 \\ 3 \times 9 = 27 \\ 3 \times 10 = 30 \end{array}$
3				
0 3 6 8				

$\begin{array}{r} 1105 \\ - 900 \\ \hline 205 \\ - 180 \\ \hline 25 \\ - 24 \\ \hline 1 \end{array}$
--

$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \times 300 = 900 \\ 3 \times 60 = 180 \\ 3 \times 8 = 24 \end{array}$
--





Questo 9 in realtà corrisponde alla distribuzione di 9 *centinaia*, e quindi corrisponde a 900 unità

Questo 18 in realtà corrisponde alla distribuzione di 18 *decine*, e quindi corrisponde a 180 unità

1105	3	
- 0	0	3 6 8
11		
- 9		$3 \times 1 = 3$
20		$3 \times 2 = 6$
- 18		$3 \times 3 = 9$
25		$3 \times 4 = 12$
- 24		$3 \times 5 = 15$
1		$3 \times 6 = 18$
		$3 \times 7 = 21$
		$3 \times 8 = 24$
		$3 \times 9 = 27$
		$3 \times 10 = 30$

1105	3	
- 900		$3 \times 300 = 900$
205		
- 180		$3 \times 60 = 180$
25		
- 24		$3 \times 8 = 24$

Questo 24 corrisponde alla distribuzione di 24 unità, e quindi corrisponde alle 24 unità distribuite all'ultimo «giro» della canadese



L'uso sinergico dei due artefatti può portare ad un generalizzazione del significato matematico

- di **scrittura posizionale**,
- di **operazione di divisione** in relazione al numero e alla interpretazione di **scritture diverse del numero**

Il significato può emergere attraverso la sinergia attivata dal confronto tra le esperienze con ciascuno degli artefatti e dalla messa in relazione di tali esperienze.

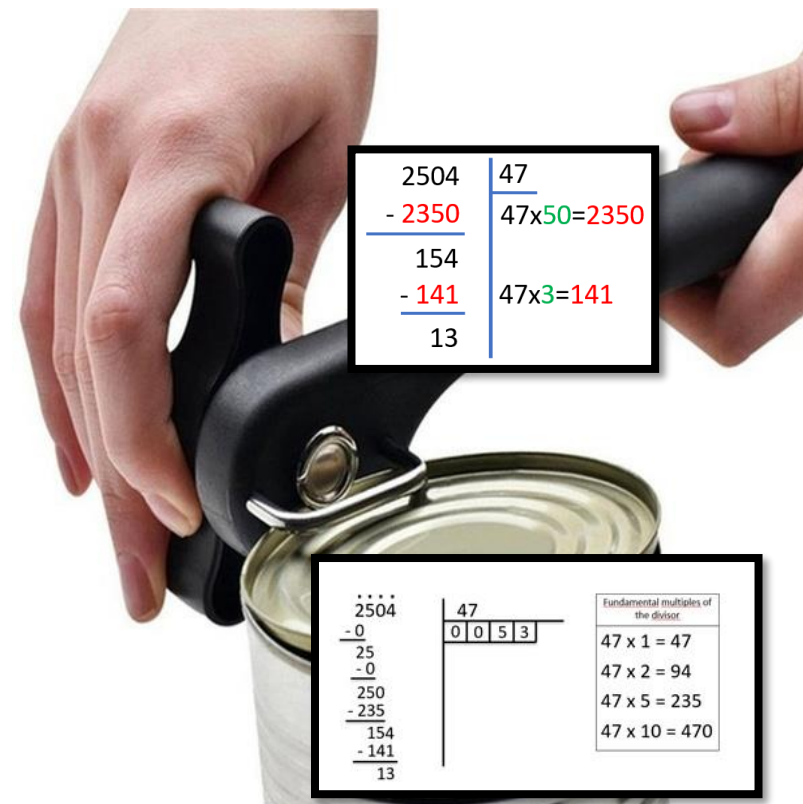


I NOSTRI OBIETTIVI  
ERANO ALTRI

Introduzione di un  
algoritmo «opaco»

Introduzione di un  
algoritmo  
«trasparente»

*Sinergia: «apriscatole» per i  
significati matematici*



I NOSTRI OBIETTIVI  
ERANO ALTRI

Introduzione di un  
algoritmo «opaco»

Introduzione di un  
algoritmo  
«trasparente»

*Sinergia: «apriscatole» per i  
significati matematici*

NON MI RICORDO SE  
NON CAPISCO

E CON TUTTA LA  
MATEMATICA È COSÌ!



Tra procedure  
e significati

È proprio il confronto tra i due algoritmi  
(*e non l'introduzione di più di un algoritmo in sé*)  
che ci ha portato a scoprire i «perché»  
nascosti...

... e ad arrivare  
al cuore della  
matematica!

# Divisione «oltre» l'insieme dei numeri naturali

## Divisione nell'insieme dei numeri interi

Sinergia di algoritmi per la scoperta di un processo distributivo applicato alla notazione posizionale decimale dei fattori

Mappa



## Divisione «oltre» l'insieme dei numeri interi

Distribuzione del «resto» → estensione degli algoritmi per ottenere quoziente razionale  
Sinergia di algoritmi per la scoperta del processo distributivo applicato alla notazione posizionale decimale

Dividendo decimale → estensione del processo distributivo

Dividendo e divisore decimali



# Estensione della divisione Canadese

In continuità con le classi III-IV

## E se volessi dividere il resto?

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 - 8 \\
 \hline
 3 \\
 - \frac{4}{2} \\
 \hline
 2 \\
 - \frac{2}{2} \\
 \hline
 4 \\
 - \frac{4}{4} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$4 \times 2 = 8$$
  

$$4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2}$$
  

$$4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$$

$$11:4 = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$11:4 = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

1018	8
- 800	8x100=800
218	
- 160	8x20=160
58	
- 56	8x7=56
2	

## Divisione canadese ottimizzata - estensione

$$1018 = 8 \times (100 + 20 + 7) + 2$$

# Divisione canadese ottimizzata - estensione

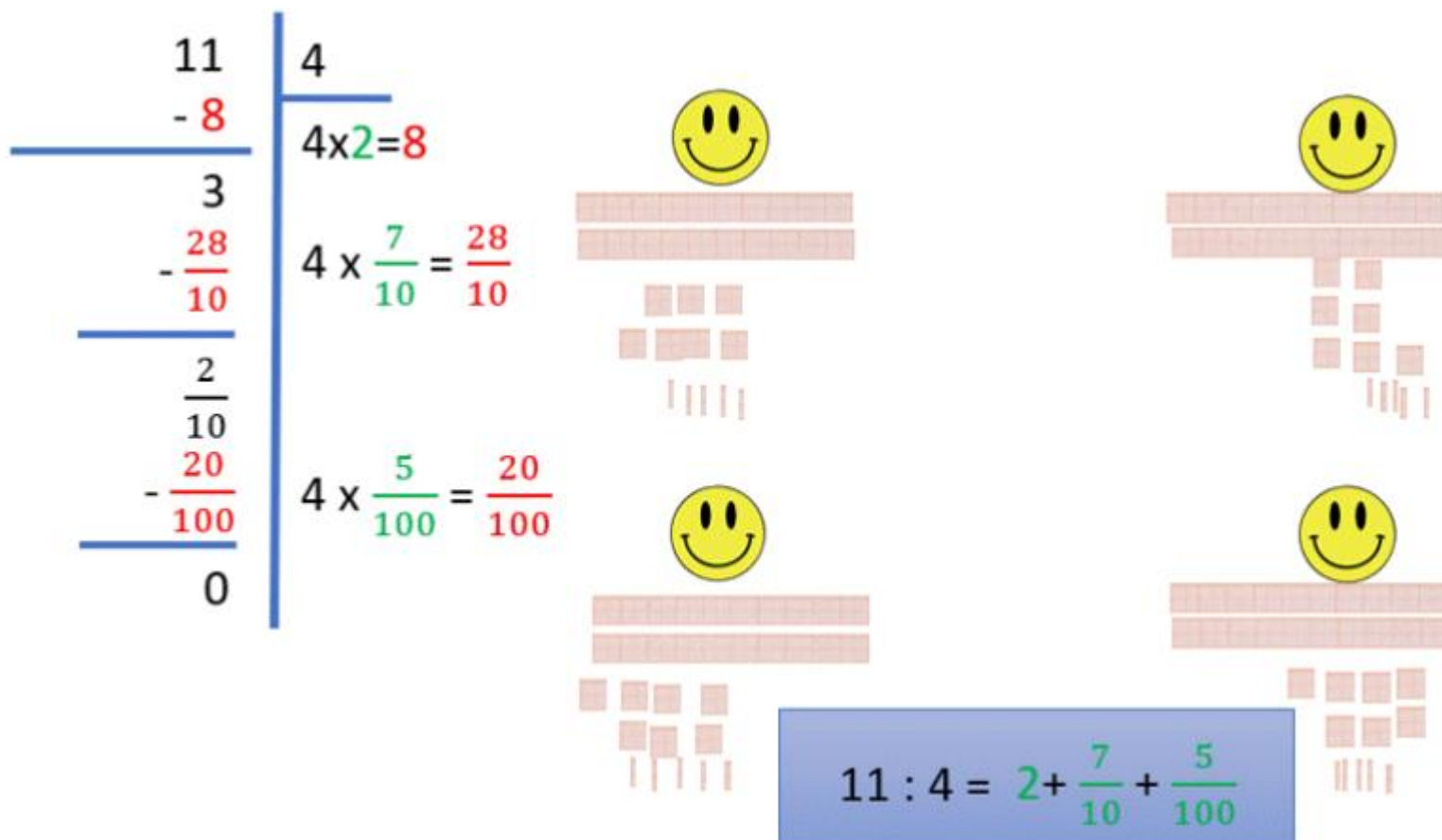
**Scelgo** di estendere la canadese ottimizzando l'algoritmo rispetto alla **notazione posizionale decimale**, cioè, sottraggo prodotti del divisore e potenze di 10:

- se positive, ritrovo i multipli di 10;
- se negative, ottengo le frazioni decimali.

1018	8	$10^2$
- 800	$8 \times 100 = 800$	
218		$10^1$
- 160	$8 \times 10 \times 2 = 160$	
58		$10^0$
- 56	$8 \times 1 \times 7 = 56$	
2		$10^{-1}$
- $\frac{16}{10}$	$8 \times \frac{1}{10} \times 2 = \frac{16}{10}$	
$\frac{4}{10}$		$10^{-2}$
- $\frac{40}{100}$	$8 \times \frac{1}{100} \times 5 = \frac{40}{100}$	
0		

$$1018 : 8 = 100 + 20 + 7 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$$

## Esempio di distribuzione ottimizzata



$$11:4 = 2 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = 2,25$$

Distribuzione più complessa, ma ha il vantaggio che il quoziente lo posso «tradurre» in numero decimale immediatamente grazie al bruco!



# Estensione della divisione Tlx-

In continuità con le classi III-IV

## Estendiamo la divisione «Tlx– »

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot}{2}\overset{\cdot}{5}\overset{\cdot}{5}\overset{\cdot}{0} \\
 - 0 \\
 \hline
 25 \\
 - 0 \\
 \hline
 255 \\
 - 240 \\
 \hline
 150 \\
 - 144 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

48			
0	0	5	3

$$2550 = 48 \times 53 + 6$$

$$48 \times 1 = 48$$

$$48 \times 2 = 96$$

$$48 \times 5 = 240$$

$$48 \times 10 = 480$$



## Estendiamo la divisione «Tlx- »

$$\begin{array}{r}
 2550000 \\
 - 0 \\
 \hline
 25 \\
 - 0 \\
 \hline
 255 \\
 - 240 \\
 \hline
 150 \\
 - 144 \\
 \hline
 60 \\
 - 48 \\
 \hline
 120 \\
 - 96 \\
 \hline
 240 \\
 - 240 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$48 \overline{) 0053125}$$

$$48 \times 1 = 48$$

$$48 \times 2 = 96$$

$$48 \times 5 = 240$$

$$48 \times 10 = 480$$



Svolgo passaggi secondo l'acronimo:

«Taggo» la prima *cifra decimale* del divisore  
(che in questo caso sarebbe 0)

Inserisco il numero di volte che ci sta il divisore  
(aggiungendo una cella al quoziente)

**x** multiplico il divisore per il numero trovato  
– sottraggo

Continuo a ripetere il processo Tlx- fino a  
che non ritengo completata la divisione

$$2550 = 48 \times 53,125$$

$$2550 : 48 = 53,125$$

# Ma *perché* la Tlx- estesa *funziona*?

Dunque, le I.N. ci «autorizzano» a lavorare con le procedure. Tuttavia, suggeriscono ripetutamente di **lavorare sui significati matematici** e sullo sviluppo di competenze, quindi NON di USARE l'insegnamento per imitazione di algoritmi come strategia d'insegnamento privilegiata.

In linea con le I.N., suggeriamo generalmente di introdurre procedure tramite costruzione attiva partecipata, a partire dal significato in un particolare contesto, per poi ampliarlo ad altri contesti, e non «calando le procedure dall'alto».

Suggeriamo di proporre diverse «procedure» e di *discutere perché* consentono di arrivare allo stesso risultato finale.

Come possiamo utilizzare il confronto di algoritmi per capire perché funziona questa estensione della divisione Tlx-?

$$1107 : 12 = 92,25$$

$$\begin{array}{r}
 1107,00 \\
 - 0 \\
 \hline
 11 \\
 - 0 \\
 \hline
 110 \\
 - 108 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 30 \\
 - 24 \\
 \hline
 60 \\
 - 60 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

12					
0	0	9	2	2	5

$$\begin{aligned}
 12 \times 1 &= 12 \\
 12 \times 2 &= 24 \\
 12 \times 5 &= 60 \\
 12 \times 10 &= 120
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 1107 \\
 - 1080 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 3
 \end{array}$$

12		
12 x 10 x 9	=	1080
12 x 1 x 2	=	240



$$1107 : 12 = 92,25$$

$$\begin{array}{r} 1107,00 \\ - 0 \\ \hline 11 \\ - 0 \\ \hline 110 \\ - 108 \\ \hline 27 \\ - 24 \\ \hline 30 \\ - 24 \\ \hline 60 \\ - 60 \\ \hline 0 \end{array}$$

12					
0	0	9	2	2	5

$12 \times 1 = 12$   
 $12 \times 2 = 24$   
 $12 \times 5 = 60$   
 $12 \times 10 = 120$



$$1107 : 12 = 90 + 2 + 0,2 + 0,05$$

$$\begin{array}{r} 1107 \\ - 1080 \\ \hline 27 \\ - 24 \\ \hline 3 \\ - 2,4 \\ \hline 0,6 \\ - 0,6 \\ \hline 0 \end{array}$$

12	
$12 \times 10 \times 9$	$= 1080$
$12 \times 1 \times 2$	$= 240$
$12 \times 0,1 \times 2$	$= 2,4$
$12 \times 0,01 \times 5$	$= 0,6$

$$\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{100}$$

$$1107 : 12 = 92,25$$

$$1107 : 12 = 90 + 2 + 0,2 + 0,05$$

$$\begin{array}{r}
 1107,00 \\
 - 0 \\
 \hline
 11 \\
 - 0 \\
 \hline
 110 \\
 - 108 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 30 \\
 - 24 \\
 \hline
 60 \\
 - 60 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

12
0 0 9 2 2 5

Questo 24 in realtà corrisponde alla distribuzione di 24 *decimi*, e quindi in numero decimale corrisponde a 2,4

$$1 \text{ } 10 = 120$$

$$\begin{array}{r}
 1107 \\
 - 1080 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 3 \\
 - 2,4 \\
 \hline
 0,6 \\
 - 0,6 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Questo 60 in realtà corrisponde alla distribuzione di 60 *centesimi*, e quindi in numero decimale corrisponde a 0,6

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 12 \times 10 \times 9 = 1080 \\
 12 \times 1 \times 2 = 240 \\
 12 \times 0,1 \times 2 = 2,4 \\
 12 \times 0,01 \times 5 = 0,6
 \end{array}$$

$$\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{100}$$

# PierContare

$$1107 : 12 = 92,25$$

Ad ogni passaggio della Tlx- sembra che stia usando dei numeri interi, ma in realtà *sto cambiando ordine di grandezza*

$$\begin{array}{r}
 1107,00 \\
 - 0 \\
 \hline
 11 \\
 - 0 \\
 \hline
 110 \\
 - 108 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 30 \\
 - 24 \\
 \hline
 60 \\
 - 60 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

	12
0	0 9 2 2 5

$$\begin{aligned}
 12 \times 1 &= 12 \\
 12 \times 2 &= 24 \\
 12 \times 5 &= 60 \\
 12 \times 10 &= 120
 \end{aligned}$$



$$\begin{array}{r}
 1107 \\
 - 1080 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 3 \\
 - 2,4 \\
 \hline
 0,6 \\
 - 0,6 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

12		
12 x 10 x 9	=	1080
12 x 1 x 2	=	240
12 x 0,1 x 2	=	2,4
12 x 0,01 x 5	=	0,6

# Software

**CREDITI**

$$\begin{array}{r} 1100 \\ -0 \\ 11 \\ -6 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 01 \end{array}$$

**Decine** **Unità** **Decimi** **Centesimi**

1

1

1

1

1

1

1

1

Oda 1u Od Oc Oda 1u Od Oc Oda 1u Od Oc Oda 1u Od Oc Oda 1u Od Oc Oda 1u Od Oc

Tabellina

Ad

Ricomincia

OK

For educational use only



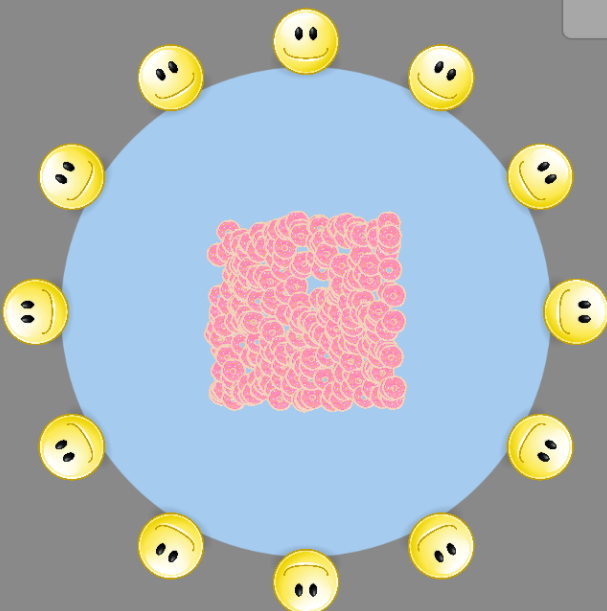
Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quante ciambelle puoi dare a ciascun bambino?



OK

246

12



Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

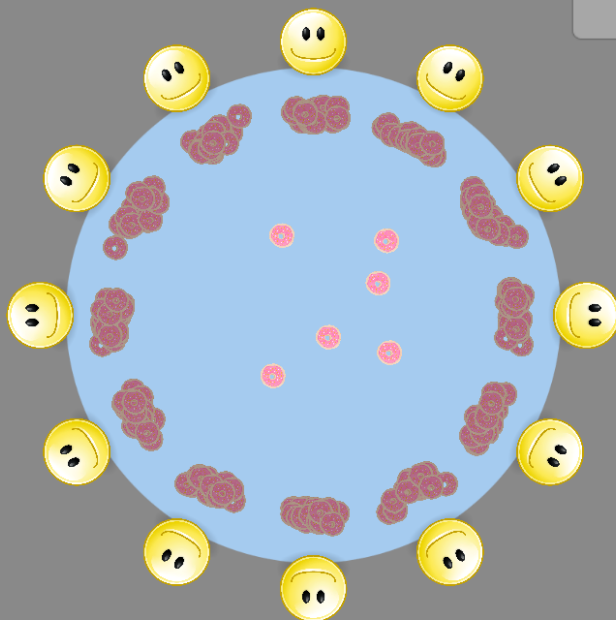

  **20**

Vuoi andare avanti a dividere le ciambelle?

**Si** **No**

**246** | **12**

240    perché    **12**    X    **20**    =    240  
       **6**        perché    246    -    240    =    6

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Si possono dare 20 ciambelle a ogni bambino e ne restano 6

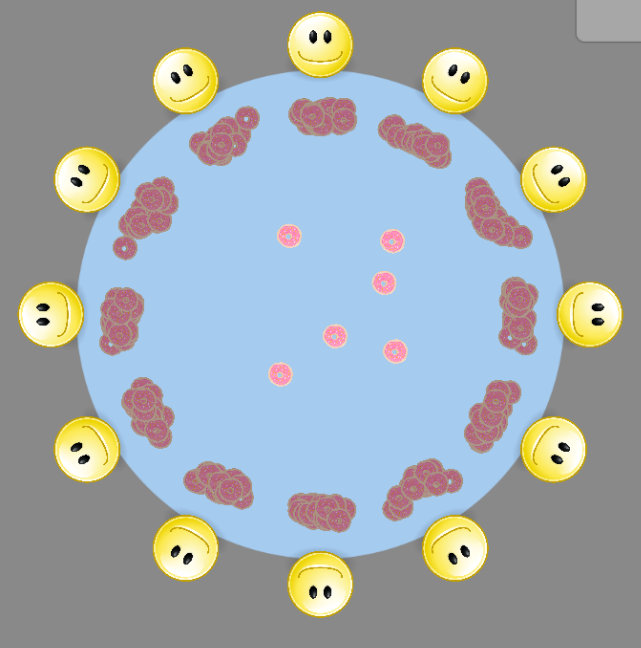
OK

246 | 12

240 perché 12 X 20 = 240  
6 perché 246 - 240 = 6



20 perché 20 = 20

$246 = (12 \times 20) + 6$



Ritorniamo alla divisione all'interno dell'insieme dei numeri naturali

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

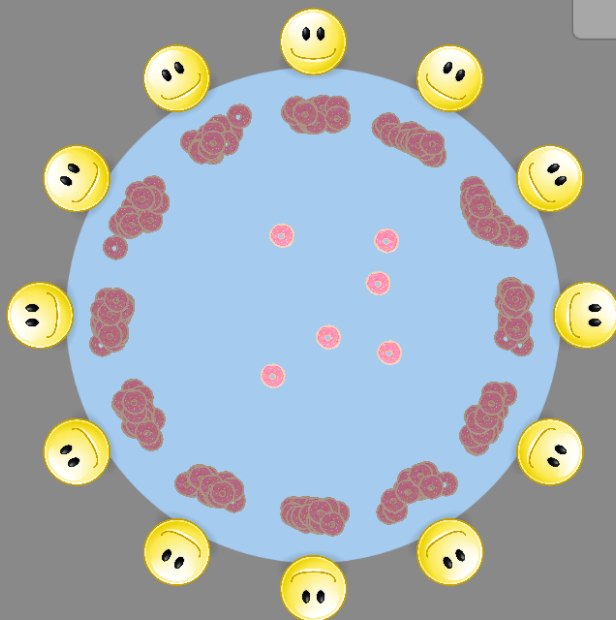

  **20**

Vuoi andare avanti a dividere le ciambelle?

**Si** **No**

**246** | **12**

240    perché    **12**    X    **20**    =    240  
       **6**        perché    246    -    240    =    6

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

In quante parti vuoi dividere ciascuna delle ciambelle rimaste?

**2** OK

**246** | **12**

240 perché **12** X **20** = 240  
**6** perché 246 - 240 = 6

Ricomincia

Possiamo decidere come frazionare il resto: se scegliamo le frazioni generiche, per esempio dividiamo le ciambelle in 2 parti uguali...



20

Ci sono 246 ciambelle da dividere tra 12 bambini.

Quanta parte di ciambella puoi dare a ciascun bambino?

OK

246
12

Ricomincia

=  $\frac{1}{2}$

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quanta parte di ciambella puoi dare a ciascun bambino?

**246** | **12**

**1**  
**2**

OK

**Ricomincia**

$\frac{1}{2}$

For educational use only

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quanta parte di ciambella hai distribuito in totale in questo passaggio?

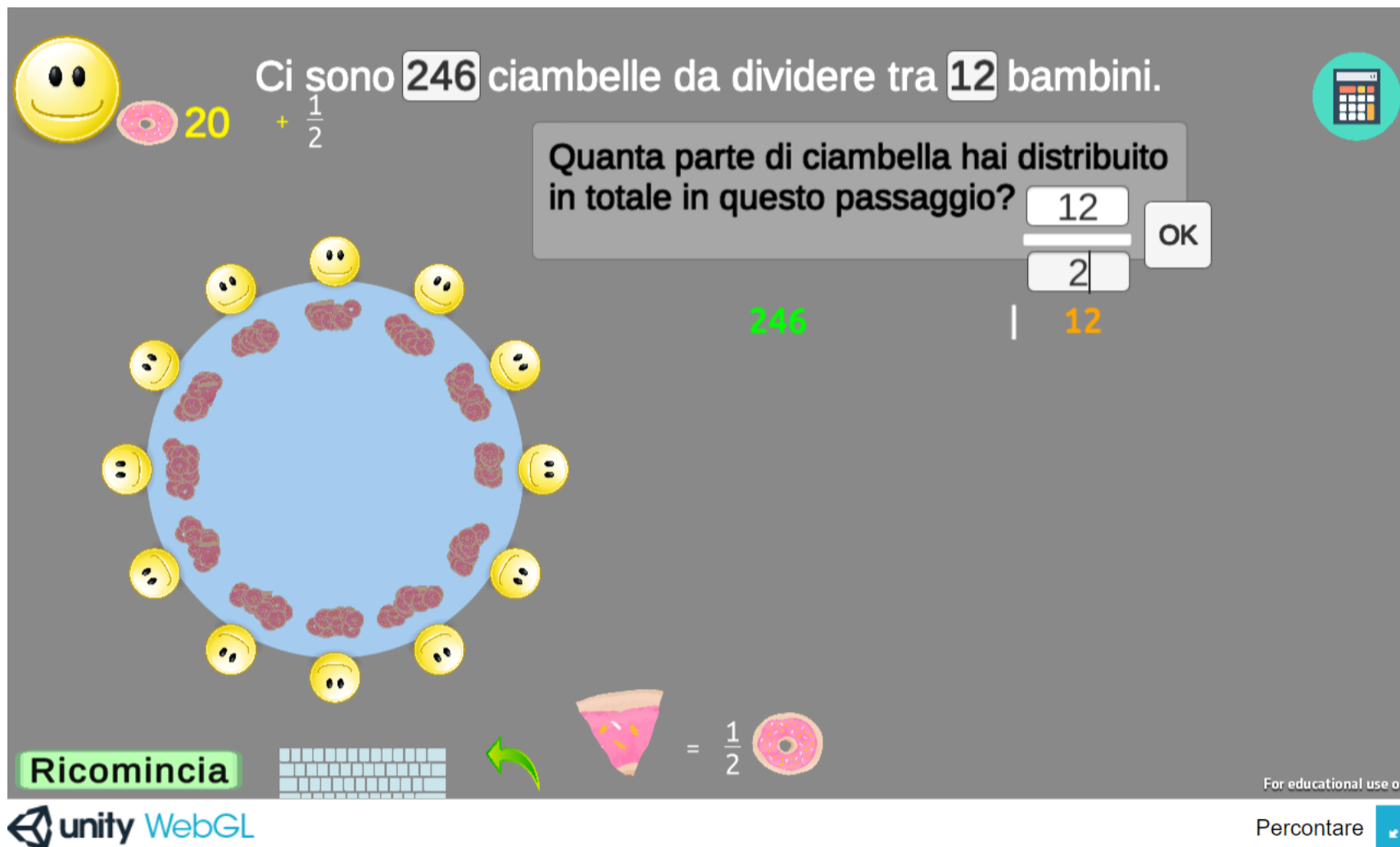
**246** | **12**

Ricomincia

unity WebGL

For educational use only

Percontare



Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quante ciambelle ha preso in totale ciascun bambino dall'inizio?

OK

246 | 12

$\frac{12}{2}$  perché  $12 \times \frac{1}{2} = \frac{12}{2}$

Ricomincia

Risultato

246:12 = 20 +  $\frac{1}{2}$

For educational use only

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

In quante parti vuoi dividere ciascuna delle ciambelle rimaste?

**10** OK

**246** | **12**

240 perché **12** X **20** = 240  
**6** perché 246 - 240 = 6

**Ricomincia**

Possiamo decidere come frazionare il resto: se scegliamo le frazioni decimali, per esempio dividiamo le ciambelle in 10 parti uguali...



Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quanta parte di ciambella puoi dare a ciascun bambino?

**5**  
**10** | **12** OK

**246** | **12**

**Ricomincia**

$\frac{1}{10}$

For educational use only

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quanta parte di ciambella hai distribuito in totale in questo passaggio?

60  
10 | OK

246 | 12

Ricomincia

unity WebGL

For educational use only

Percontare

20

Ci sono 246 ciambelle da dividere tra 12 bambini.

Quante ciambelle ha preso in totale ciascun bambino dall'inizio?

OK

246
12

$\frac{60}{10}$  perché  $12 \times \frac{5}{10} = \frac{60}{10}$

Ricomincia

=  $\frac{1}{10}$

Risultato

246:12

v

20

+

5

10

For educational use only

E se il dividendo «ha la virgola»?

$$1105,5 : 3 = 368,5$$

$$1105,5 : 3 = 300 + 60 + 8 + 0,5$$

$$\begin{array}{r} 1105,5 \\ - 0 \\ \hline 11 \\ - 9 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 25 \\ - 24 \\ \hline 15 \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

3
0 3 6 8 5
3 x 1 = 3
3 x 2 = 6
3 x 3 = 9
3 x 4 = 12
3 x 5 = 15
3 x 6 = 18
3 x 7 = 21
3 x 8 = 24
3 x 9 = 27
3 x 10 = 30



3
3 x 300 = 900
3 x 60 = 180
3 x 8 = 24
3 x 0,5 = 1,5

$$\begin{array}{r} 1105,5 \\ - 900 \\ \hline 205,5 \\ - 180 \\ \hline 25,5 \\ - 24 \\ \hline 1,5 \\ - 1,5 \\ \hline 0 \end{array}$$



$$1105,5 : 3 = 368,5$$

$$1105,5 : 3 = 300 + 60 + 8 + 0,5$$

$$\begin{array}{r} 1105,5 \\ - 0 \\ \hline 11 \\ - 9 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 25 \\ - 24 \\ \hline 15 \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 0 \ 3 \ 6 \ 8 \ 5 \end{array}$$

Questo 15 in realtà corrisponde alla distribuzione di 15 *decimi*, e quindi in numero decimale corrisponde a 1,5

$$\begin{array}{l} 3 \times 5 = 15 \\ 3 \times 6 = 18 \\ 3 \times 7 = 21 \\ 3 \times 8 = 24 \\ 3 \times 9 = 27 \\ 3 \times 10 = 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1105,5 \\ - 900 \\ \hline 205,5 \\ - 180 \\ \hline 25,5 \\ - 24 \\ \hline 1,5 \\ - 1,5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \times 300 = 900 \\ 3 \times 60 = 180 \\ 3 \times 8 = 24 \\ 3 \times 0,5 = 1,5 \end{array}$$

E se anche il divisore «ha la virgola»?

“

In classe III vogliono costruire nel corridoio davanti alla loro classe una linea del tempo su cui sistemare gli eventi significativi che stanno studiando. La maestra di III ha a disposizione tanti fogli lunghi 0,4 m, e vorrebbe quindi utilizzare quelli per realizzare la linea del tempo. Proviamo ad aiutarli a progettare quanti fogli servono al minimo per costruire una linea del tempo che attraversi tutta la parete del corridoio, se questa è lunga 8,5 m?

Si ringrazia, per l'idea sulla situazione problematica,  
Paolo Boero

**Oppure posso scegliere di  
cambiare unità di misura!**

**Se converto 8,5 m in 85 dm e  
0,4 m in 4 dm, mi rendo  
conto che basta dividere 85  
per 4**

$$\begin{array}{r}
 8,5 \\
 - 4 \\
 \hline
 4,5 \\
 - 4 \\
 \hline
 0,5 \\
 - 0,4 \\
 \hline
 0,1 \\
 - 0,08 \\
 \hline
 0,02 \\
 - 0,02 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 0,4 \\
 \hline
 0,4 \times 10 = 4 \\
 0,4 \times 10 = 4 \\
 0,4 \times 1 = 0,4 \\
 0,4 \times 0,2 = 0,08 \\
 0,4 \times 0,05 = 0,020
 \end{array}$$

$$8,5 : 0,4 = 10 + 10 + 1 + 0,2 + 0,05$$

# La scrittura del «risultato»

## La scrittura del «risultato»

$$2504 = 47 \times 53 + 13$$

NON

$$2504 : 47 \times 53 \text{ } r \text{ } 13$$

Scrittura priva di senso matematico.  
Uso scorretto del simbolo di uguaglianza.




# Il simbolo di = in matematica




Ciò che scriviamo a *sinistra* di = dev'essere *uguale* a ciò che scriviamo a *destra*, e viceversa

## Il simbolo di = in matematica

$$1539 = 24 \times 64 + 3$$


Ciò che scriviamo a *sinistra* di = dev'essere *uguale* a ciò che scriviamo a *destra*, e viceversa

## Il simbolo di = in matematica

$$1539:24 = 64 + \frac{3}{24}$$


Ciò che scriviamo a *sinistra* di = dev'essere *uguale* a ciò che scriviamo a *destra*, e viceversa

## Il simbolo di = in matematica

$$1539:24 = 64,125$$



Ciò che scriviamo a *sinistra* di = dev'essere *uguale* a ciò che scriviamo a *destra*, e viceversa

## Estendiamo la divisione «Tlx- »

$  \begin{array}{r}  2550000 \\  - 0 \\  \hline  25 \\  - 0 \\  \hline  255 \\  - 240 \\  \hline  150 \\  - 144 \\  \hline  60 \\  - 48 \\  \hline  120 \\  - 96 \\  \hline  240 \\  - 240 \\  \hline  0  \end{array}  $	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">48</div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">0053125</div> <div style="margin-top: 20px;"> <math>48 \times 1 = 48</math>  <math>48 \times 2 = 96</math>  <math>48 \times 5 = 240</math>  <math>48 \times 10 = 480</math> </div>
--	---

Svolgo passaggi secondo l'acronimo:

«Taggo» la prima *cifra decimale* del divisore  
(che in questo caso sarebbe 0)

Inserisco il numero di volte che ci sta il divisore  
(aggiungendo una cella al quoziente)

**x** multiplico il divisore per il numero trovato  
– sottraggo

Continuo a ripetere il processo Tlx- fino a  
che non ritengo completata la divisione

$$2550 = 48 \times 53,125$$

$$2550 : 48 = 53,125$$



Se il quoziente è un numero decimale finito, il processo di divisione prima o poi termina; altrimenti sarà un numero decimale periodico e quindi può continuare all'infinito. In entrambi i casi, ci si può fermare quando si ritiene di aver trovato un numero sufficiente di cifre decimali, e andando (eventualmente) per approssimazione.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{2550000} \\
 -0 \\
 \hline
 25 \\
 -0 \\
 \hline
 255 \\
 -240 \\
 \hline
 150 \\
 -144 \\
 \hline
 60 \\
 -48 \\
 \hline
 120 \\
 -96 \\
 \hline
 240 \\
 -240 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \end{array}$$

0	0	5	3	1	2	5
---	---	---	---	---	---	---

$48 \times 1 = 48$   
 $48 \times 2 = 96$   
 $48 \times 5 = 240$   
 $48 \times 10 = 480$

$2550 : 48 = 53,125$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{2550,37} \\
 -0 \\
 \hline
 2 \\
 \hline
 25 \\
 -0 \\
 \hline
 255 \\
 -240 \\
 \hline
 150 \\
 -144 \\
 \hline
 63 \\
 -48 \\
 \hline
 157 \\
 -144 \\
 \hline
 13
 \end{array}
 \end{array}$$

0	0	5	3	1	3
---	---	---	---	---	---

$2550,37 : 48 \approx 53,13$

## La scrittura del «risultato»

$$10 : 3 \approx 0,333 \quad \text{oppure} \quad 10 : 3 = 0,\overline{3}$$

NON

$$10 : 3 = 0,333$$

Scrittura imprecisa da un punto di vista matematico:  $\frac{10}{3}$  è un numero razionale che non può essere convertito in una frazione decimale!

$$\text{Invece } 0,333 = \frac{333}{1000}$$

# Grazie!!!

<https://www.percontare.it/guide/classe-quinta/>

## Geometria

Primi elementi di geometria  
dinamica

Proprietà dei poligoni

Area dei rettangoli

Area di quadrilateri e triangoli

## Frazioni

Un software misterioso

## Moltiplicazioni con decimali

Diagramma rettangolo con la  
virgola

Gelosia con la virgola

## Estensione della divisione

Tlx- con la virgola

Canadese con la virgola

## Unità di misura

Estensione delle equivalenze