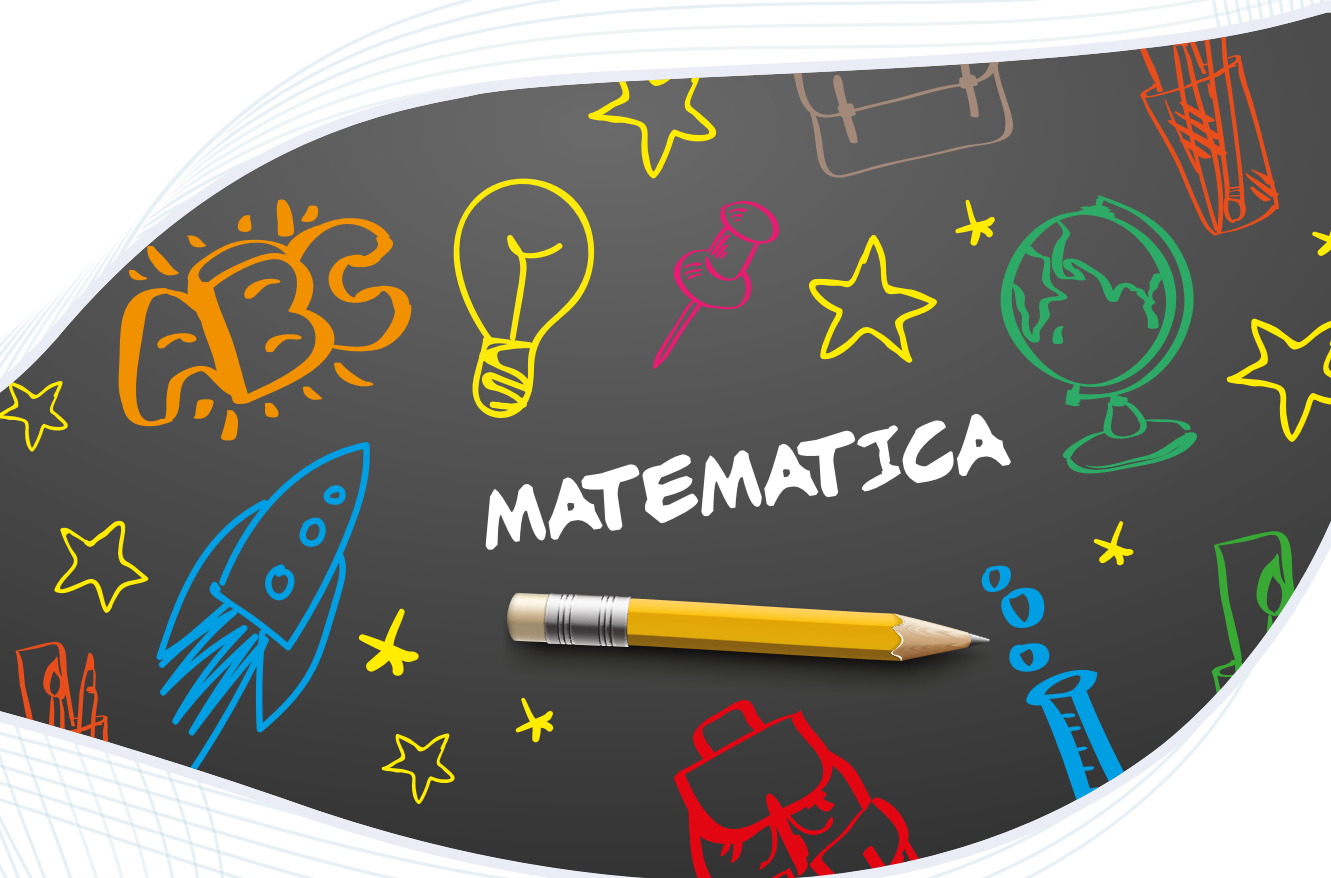


DALLA FORMAZIONE ALLA PRATICA IN CLASSE: **proposte per la didattica della matematica**

*Il progetto sulle Competenze di base
per la riduzione dei Divari territoriali*



Serena Goracci
Ciro Minichini

DALLA FORMAZIONE ALLA PRATICA IN CLASSE: **proposte per la didattica della matematica**

*Il progetto sulle Competenze di base
per la riduzione dei Divari territoriali*



Ministero dell'Istruzione
e del Merito



UNIONE EUROPEA
Fondo sociale europeo
Fondo europeo di sviluppo regionale

Questa pubblicazione è stata realizzata da Indire nell'ambito Progetto:
"Piano d'intervento per la riduzione dei divari territoriali in Istruzione - Formazione sulle competenze di base"
Programmazione dei Fondi Strutturali Europei 2014-2020
Programma Operativo Nazionale plurifondo "Per la scuola competenze e ambienti per l'apprendimento" FSE/FESR-2014IT05M2OP001
Asse I "Istruzione" - OS 10.2 "Miglioramento delle competenze chiave degli allievi"
Azione 10.2.7: Azioni di sistema per la definizione di modelli, contenuti e metodologie innovative.
Codice Unico di Progetto CUP: B55F21003060006.
Codice Progetto: 10.2.7.A4-FSEPON-INDIRE-2021-1.



Ministero dell'Istruzione
e del Merito



Codice Unico di Progetto CUP: B55F21003060006 - Codice Progetto: 10.2.7.A4-FSEPON-INDIRE-2021-1

Referente scientifico:

Margherita Di Stasio, Prima Ricercatrice INDIRE

Referente Area disciplinare Matematica:

Ciro Minichini, Ricercatore INDIRE

Referente Gestionale:

Francesco Perrone, Collaboratore Tecnico Ente di Ricerca INDIRE

Autori del Rapporto di ricerca:

Francesca De Santis, Collaboratrice tecnica Ente di Ricerca INDIRE

Serena Goracci, Ricercatrice INDIRE

Ciro Minichini, Ricercatore Indire

Nicola Chiriano, docente tutor

Tiziana Manzo, docente tutor

Tutor autori: Francesca Terreni, Tiziana Manzo, Annarita Monaco, Nicla Palladino, Nicola Chiriano, Maria Alessandra Redi, Giulia Cordone, Simona Pinto, Sabrina Nappi, Andrea Bertoni

Corsisti autori: Cesira Barbagallo, Marina Trovato Salinaro, Maria Donella Sciacca, Paola Cecere, Mirella De Vivo, Claudio Ciciulla, Rosabrina Gelsomino, Laura Maria Santospagnuolo, Martina Moccaldi, Giovanna Testa, Annarita Le Piane, Ermano Campo, Laura Provvidenza Mascellaro, Adriana D. L. Alonge, Adriana Cagno, Roberta Di Cesare, Aniello Maffettone, Rosalia Papa, Concetta Sabato e Anna Rita Calafiori

Autori delle sezioni:

Il capitolo 1 è stato scritto da Francesca De Santis e Serena Goracci: De Santis è autrice del paragrafo 1.4.; Goracci è autrice dei paragrafi 1.1., 1.2., 1.3. Il capitolo 2 e i paragrafi di introduzione alle pratiche nel capitolo 3 sono stati scritti da Ciro Minichini. Il commento alle pratiche del primo ciclo nel capitolo 3 è stato scritto da Tiziana Manzo. Il commento alle pratiche del secondo ciclo nel capitolo 3 è stato scritto da Nicola Chiriano. Gli autori delle schede di sintesi delle pratiche nel capitolo 3 sono riportati contestualmente a ciascuna di esse.

ISBN: 979-12-80706-61-4

Copyright © INDIRE 2023.

www.indire.it

Edizione:

Novembre 2023

Coordinamento segreteria redazionale:

Francesca Pestellini

Progetto grafico e impaginazione:

Paolo Curina e Martina Trevisani, Studio Curina

Strutture di ricerca INDIRE:

Struttura 1, 2 e 11

indire.it

Si ringraziano per la collaborazione:

Francesca Calamini; Luana Crisci; Giovanna Lacentra; Giuseppe Lucchese; Luca Rosetti; Francesca Sbordoni.

Sommario

Premessa	02
1. Il percorso formativo: modello e attuazione	03
1.1. Lo sviluppo professionale dei docenti.....	03
1.2. Il percorso formativo	06
1.3. L'attuazione dei corsi	10
1.4. La sostenibilità del modello: il punto di vista dei tutor.....	12
2. Quadro teorico	30
2.1. Apprendimento della matematica: un approccio semiotico.....	30
2.2. Aspetti didattici: interpretazione e mediazione	33
2.3. Senso comune come sistema culturale.....	38
2.4. Matematica e fisica	41
2.5. Significato e uso	44
2.6. Questioni di metodo	46
2.7. Sull'offerta formativa.....	50
3. Pratiche didattiche	52
3.1. Primo ciclo	52
3.2. Secondo ciclo	70

Premessa

Il progetto "Piano d'intervento per la riduzione dei divari territoriali in Istruzione - Formazione sulle competenze di base" (Codice Progetto: 10.2.7.A4-FSEPON-INDIRE-2021-1) è un progetto affidato all'INDIRE dal Ministero dell'Istruzione e Merito ed è finalizzato al potenziamento delle competenze chiave degli allievi, con particolare riferimento alle competenze di base (competenza alfabetica funzionale, competenza multilinguistica, competenza matematica), ritenute indispensabili per assicurare a tutti gli studenti lo sviluppo di una solida formazione iniziale e per esercitare la piena cittadinanza. Per ridurre il divario relativo alle competenze alfabetiche e numeriche, literacy (lingua madre o di studio, lingua veicolare inglese) e numeracy, il progetto ha previsto la realizzazione di un'attività di formazione e accompagnamento dei docenti di italiano, matematica e inglese delle Scuole del Primo e del Secondo Ciclo, volta a promuovere processi di miglioramento della pratica didattica che tengano conto delle difficoltà di apprendimento degli alunni e che siano capaci di motivarli ponendoli al centro del processo di insegnamento-apprendimento. La formazione è stata destinata alle scuole delle regioni Calabria, Campania, Puglia, Sardegna e Sicilia così come individuate nell'Allegato 2 al Decreto del Ministero dell'Istruzione, 24 giugno 2022, n 170.

Il presente report dà conto delle attività di formazione che si sono svolte fra aprile e luglio 2023 per l'area disciplinare di matematica. Nel capitolo 1 si dà conto del modello formativo adottato e della sua attuazione durante il primo ciclo di formazione. Nel capitolo 2 è stato delineato il quadro teorico di riferimento per quello che attiene alla didattica della matematica. Nel capitolo 3 sono state riportate alcune pratiche significative svolte da tutor e corsisti durante la formazione, selezionate alla conclusione dei corsi.

1. Il percorso formativo: modello e attuazione

1.1. Lo sviluppo professionale dei docenti

Il progetto *Formazione sulle competenze di base* si è posto come obiettivo quello di promuovere nei docenti lo sviluppo di competenze disciplinari e metodologiche da applicare nei contesti professionali (I e II Ciclo) in cui operano, in parte segnati da problematiche legate alla povertà educativa e al mancato conseguimento delle competenze di base previste (INVALSI, 2022). Il progetto si focalizza, in altri termini, sullo sviluppo di processi di apprendimento significativi per le discipline di base (in questo caso la matematica), concordando con gli studi sulla dispersione che mettono in stretta relazione basso apprendimento e abbandono scolastico e riconoscendo alla qualità dei processi di insegnamento-apprendimento un alto valore "protettivo" (Batini, 2023).

Il progetto intende agire su alcuni di quei processi interni alla scuola capaci di influire sulla dispersione scolastica, in particolare, il modo in cui l'insegnamento e la didattica sono organizzati e sviluppati, nonché le relazioni interpersonali che si instaurano a scuola e gli aspetti legati all'organizzazione:

Gli insegnanti e gli approcci all'insegnamento sono i cardini del cambiamento volto a conseguire maggiore efficacia nel processo di apprendimento: il successo o il fallimento scolastico degli studenti è, soprattutto, il risultato di ciò che gli insegnanti fanno e/o non fanno, gli altri fattori ambientali o di contesto, seppur influenti, hanno un ruolo minore.

(Batini, 2023, p. 25)

Il forte legame fra i modi di insegnare e la motivazione ad apprendere è messa in evidenza dagli studenti stessi che, in una rilevazione fatta nell'ambito del progetto *Orienta-DropOut* circa il supporto che la scuola dovrebbe fornire per favorire il successo scolastico e prevenire la dispersione, hanno messo al primo posto "proporre

attività più interessanti e legate agli interessi dei ragazzi”, seguito da “rendermi più attivo nel percorso di apprendimento”. Le stesse dimensioni sono state rilevate come le più importanti anche in letteratura (Batini, Bartolucci, a cura di 2016, p. 40).

In questo quadro emerge come urgente il ripensamento della *professionalità docente* che si trova a dover operare in situazioni così complesse e a cui viene chiesto di sviluppare una pratica riflessiva e una postura di ricerca che possa venir in aiuto di fronte ad esse (Nuzzaci 2011). Al docente viene sempre di più richiesto di mettere in atto una pluralità di competenze, *disciplinari* (saper comprendere le principali problematiche di insegnamento di una disciplina), *didattiche* (saper scegliere in maniera critica le metodologie di insegnamento) e *relazionali* (saper gestire le dinamiche del gruppo classe) in un’ottica critica e riflessiva. Il docente, da “semplice” *esperto di contenuti*, tecnico della didattica, deve pian piano sviluppare una *professionalità complessa*, capace di rispondere ai contesti specifici e alle situazioni in cui si trova di volta in volta ad operare (Baldacci 2020, p. 31).

Ne consegue che la competenza richiesta al docente riguarda “una dimensione complessa ed eterogenea che non si apprende unicamente per trasmissione e acculturazione accademica” (Gola, 2015, p. 279). Inoltre, “nell’azione di insegnare sono implicite teorie e personali epistemologie sia sull’intelligenza degli allievi che sul modo in cui gli studenti imparano” (Nigris, Balconi, Zecca 2019, p. 35).

Oltre, quindi, alla conoscenza dei contenuti della disciplina da insegnare, è necessario che nel docente si sviluppi la capacità di riorganizzare il sapere disciplinare in situazioni e attività adeguate all’età e alle caratteristiche degli studenti che si trova di fronte al fine di favorirne l’apprendimento. Questa *trasposizione-ricostruzione didattica* del contenuto è un passaggio essenziale che il docente effettua affinché il sapere *insegnato* sia pertinente e coerente con quello *sapiente* ma allo stesso tempo *adeguato*, *accessibile* ed *efficace* per gli studenti (Chevallard 1991, Martini 2020).

La formazione in servizio dei docenti deve, quindi, emanciparsi dall’idea di *aggiornamento* delle conoscenze sulla disciplina e lavorare, piuttosto, sui *modi di apprendere* determinati contenuti da parte degli studenti, tenendo conto anche delle dimensioni

interne o esterne che possano intervenire nei processi di apprendimento, come quelle legate alla motivazione e alle relazioni interpersonali.

La proposta di sviluppo professionale che viene portata avanti mette in stretta relazione la dimensione *progettuale*, elemento essenziale e costitutivo della professione insegnante, con la capacità di *analisi del contesto* e della *situazione di partenza*, sia in termini di contesto-scuola che di contesto-classe (fino ad arrivare all'analisi dei modi di apprendere degli studenti di una determinata classe). La competenza da sviluppare nell'insegnante sarà, quindi, quella di tradurre i contenuti disciplinari di matematica in obiettivi di apprendimento adeguati agli studenti che si ha di fronte (né troppo semplici né troppo alti), tenendo conto dell'età, del loro modo di apprendere e degli ostacoli interni o esterni che possano influire sull'apprendimento. Oltre alla capacità di progettare, sarà poi essenziale - limitandoci al tempo breve di un corso di formazione - sviluppare le competenze di *osservazione* e *analisi della messa in atto* di quanto progettato, di raccolta dei *feedback* degli studenti e, quindi, di *autovalutazione* dell'intervento stesso per una sua ri-progettazione. Si vuole così, sostenere quell'attitudine *riflessiva* - che deve sempre accompagnare una professione complessa e difficile come è quella dell'insegnante - rispetto alla pratica didattica, richiamata ormai da tempo sia in letteratura che nella normativa vigente (Schön, 1987).

Un'altra dimensione molto presente nel progetto riguarda il *confronto* e *collegialità* in cui il docente in formazione si trova ad operare, ritenendo questa una dimensione altrettanto imprescindibile nella professione docente. Secondo l'indagine TALIS "la collaborazione professionale tra insegnanti è associata con un uso più frequente di pratiche didattiche innovative e più alti livelli di lavoro soddisfazione e autoefficacia" (Agrusti, 2023). La collegialità è infatti riconosciuta anche dalla ricerca di settore come elemento strettamente connesso al benessere sia dei docenti che degli studenti, così come alla qualità degli apprendimenti.

"[...] lo sviluppo professionale collaborativo è collegato a un impatto positivo sulla gamma delle pratiche e delle strategie didattiche e sulle capacità degli insegnanti di collegarle con

i bisogni/desideri/aspirazioni degli studenti e la promozione della loro autostima e autoefficacia, elementi fondanti il benessere, oltre che della loro motivazione e degli esiti”

(Aquario, Ghedini & Pocaterra, 2017, p. 165).

1.2. Il percorso formativo

Il percorso formativo pensato per i docenti si configura come un percorso in cui è richiesta un’alternanza continua di azione, studio e riflessione che mette in atto una circolarità virtuosa fra *teoria* e *pratica*, tanto richiamata anche dalla normativa. Solo un’analisi attenta e critica della pratica didattica consente al docente in formazione di comprendere quanto di ciò che è stato ipotizzato da lui stesso in progettazione, nel modo in cui è stato messo in atto, abbia provocato un effetto sui processi di apprendimento degli studenti, quali condizioni specifiche abbiano contribuito a promuoverlo oppure cosa sia stato un ostacolo. Questa riflessione e autoriflessione può produrre una spinta per il cambiamento di prospettiva e una riprogettazione migliorativa della pratica stessa (Mezirow, 2003).

Il corso, della durata di 30 ore online, sostiene i docenti corsisti nello sviluppo di attività utili a rispondere a esigenze specifiche dei contesti in cui essi sono impegnati e, al tempo stesso, mira a fare emergere e condividere questioni didattico-disciplinari importanti, possibili soluzioni, a partire da quanto avviene durante lo svolgimento delle attività didattiche previste.

I docenti, organizzati in classi di 25-30 partecipanti ciascuna, sono supportati da un *tutor disciplinare* nello studio, nell’approfondimento, nello scambio fra pari, nella documentazione e nella riflessione. Oltre al tutor, il corsista ha la possibilità di seguire webinar condotti da *esperti disciplinari* - in prevalenza provenienti dall’ambito della ricerca in didattica nella matematica - in cui vengono approfonditi i principali temi riferiti alle criticità di apprendimento in questa disciplina. I tutor, a loro volta hanno avuto un supporto continuo da parte dei ricercatori Indire, sia in merito all’organizzazione e gestione dei corsi sia in merito a questioni di carattere più prettamente didattico-disciplinare.

L'articolazione del corso prevede una scansione che richiede una attenta riflessione sui principali processi di insegnamento-apprendimento nel momento stesso in cui si attuano, in una vera e propria *riflessione durante l'azione*¹.

- Autoanalisi e analisi del problema di partenza

Il docente corsista dedica un tempo iniziale a riflettere sullo specifico obiettivo che vuol darsi nella formazione. Gli si chiede, infatti, di avviare la progettazione solo dopo aver preso in esame un *problema* di insegnamento che sta vivendo e che ritiene particolarmente urgente da affrontare, cercando di collocarlo nel contesto specifico (non solo il contesto classe in senso stretto, ma anche la scuola e il territorio), come condizione e risorsa possibile per il processo di insegnamento-apprendimento (Ligorio, Pontecorvo 2010). Dopo un momento di reciproca conoscenza, il tutor presenta il corso, le attività previste e definisce un calendario degli appuntamenti del gruppo. La compilazione di un questionario individuale di autoanalisi permette a ciascun corsista di presentarsi e descrivere il contesto in cui opera, esplicitando le proprie esigenze formative e un problema di insegnamento su cui vorrebbe focalizzarsi. L'analisi dei questionari permette al tutor di fornire un quadro sui contesti di partenza che possa favorire la scelta dei temi e degli obiettivi specifici dell'intervento da progettare. È questo un momento molto prezioso in cui ciascuno potrà focalizzare meglio il proprio contesto e il problema di insegnamento proprio grazie al confronto con i pari e con il tutor. L'emersione di elementi comuni potrebbe permettere la costituzione di sottogruppi di lavoro intorno ad obiettivi e/o temi aggreganti. Sulla base di questi, il tutor propone alcune attività che potrebbero rispondere ai problemi emersi.

¹ La parte che segue è una rielaborazione della "sceneggiatura" del corso, documento messo a disposizione di tutor e corsisti per

- Progettazione di un'attività didattica

Solo dopo questa prima fase condivisa con i pari, si passa alla *progettazione* dell'intervento didattico (attività o breve percorso) che risponda al problema individuato per lo specifico contesto. Il docente sarà quindi accompagnato nel processo di "traduzione" del problema individuato in obiettivi di apprendimento adeguati alla classe con cui si intende lavorare e di pianificazione di sequenze didattiche che, partendo da ciò che pensano e sanno già gli studenti, sia in grado di costruire un percorso di apprendimento significativo e motivante per tutto il gruppo classe. In questa fase i corsisti, sotto la guida del tutor esperto, possono avvalersi di repertori di pratiche documentate e validate provenienti da altri progetti nazionali di ricerca o formazione (in particolare il progetto *m@t.abel*, il progetto *Per Contare*² etc.) e progettare le attività anche in gruppo. La scelta dovrà vertere su un'attività di breve durata che sia attuabile in aula nell'arco temporale della formazione (presumibilmente una-due settimane). La progettazione prevede una redazione di tipo narrativo e deve dar conto della coerenza fra quanto è stato individuato come problema nella prima fase e quanto verrà proposto in classe, fra obiettivi disciplinari e trasversali e la declinazione dell'attività che, passo passo, dovrebbe permetterne il raggiungimento o, quantomeno, l'avvicinamento. Già in questa fase si chiede non solo di esplicitare i passi da fare ma anche le motivazioni che hanno portato alle scelte didattico-disciplinari fatte e le aspettative rispetto ai ragazzi (dimensione riflessiva). In questa fase, l'azione del tutor viene affiancata da momenti di approfondimento tematico a cura degli esperti disciplinari in appositi webinar.

² Il progetto *PerContare*, promosso da Fondazione Asphi Onlus con il supporto di Fondazione per la Scuola della Compagni di San Paolo, ha sviluppato per i docenti della scuola primaria del territorio nazionale, guide multimediali gratuite di provata efficacia, a supporto di una "didattica" della matematica multimodale inclusiva. Per maggiori informazioni si veda il sito: <https://www.percontare.it/>

- Attuazione in classe

L'attività progettata e discussa con colleghi e tutor viene *messa in atto in classe* durante il corso stesso. In questa fase, il docente è invitato ad osservare in maniera attenta ciò che avviene, raccogliere e, quindi, analizzare da solo e poi con tutor e colleghi gli aspetti più significativi dei processi in atto. La messa a disposizione di un diario della sperimentazione permette al corsista di raccogliere, a caldo e successivamente, elementi, dati e riflessioni per rimodulare in itinere l'intervento, anche grazie al supporto di tutor e colleghi. La narrazione permette di esplicitare le variazioni che si sono operate in corso d'opera, le osservazioni sulle risposte degli studenti e sullo sviluppo dei processi di apprendimento. Inoltre, per una o due lezioni, quelle ritenute più significative, si richiede una descrizione maggiormente dettagliata che riporti le produzioni (orali o scritte) degli studenti ed eventuale altra documentazione significativa dell'attività.

- Restituzione finale

L'ultima fase, infine, consiste in una riflessione prima individuale e poi di gruppo, in cui, proprio grazie alla documentazione raccolta e all'analisi fatta, si è in grado di mettere in relazione i risultati ottenuti - o le criticità riscontrate - con la propria azione didattica e di ridefinire in modo più preciso il problema di partenza in maniera tale che ci possa essere maggiore consapevolezza per le future *progettazioni*.

Ciascun corsista elabora un bilancio personale circa l'esperienza svolta secondo alcuni elementi che richiamano il proposito iniziale. La riflessione sarà supportata anche dalla descrizione di due momenti particolarmente significativi (uno positivo e uno critico) che si sono vissuti in classe con gli studenti (momenti già presenti nel diario o emersi successivamente). Alla luce delle riflessioni individuali, il tutor potrà effettuare un bilancio complessivo finale del gruppo.

1.3. L'attuazione dei corsi

Per l'area di matematica, il corso si è svolto nell'arco di circa 3 mesi, fra aprile e giugno 2023.

Ogni tutor ha calendarizzato gli incontri sincroni (che scandivano le varie fasi) in base alle esigenze specifiche: alcuni gruppi hanno svolto i primi incontri già ad inizio aprile, appena aperto l'ambiente online, mentre altri li hanno svolti nelle settimane successive. Anche gli ultimi webinar che chiudevano i corsi sono stati calendarizzati in maniera diversificata a seconda delle esigenze: alcuni hanno chiuso gli incontri a fine maggio mentre altri a metà o fine giugno. Tuttavia, le attività asincrone (attività di studio e di produzione della documentazione) sono state svolte anche prima e dopo le date dei webinar.

I gruppi online attivati sono stati 56 (29 per il I ciclo e 27 per il II ciclo) per un totale di 1584 docenti inizialmente iscritti nelle classi virtuali (di cui 828 del I Ciclo e 765 nel II Ciclo) e di 1190 docenti (632 del I Ciclo e 558 del II Ciclo) che hanno completato le attività (75% ca.).

I tutor coinvolti sono stati complessivamente 33 (distribuiti a condurre i 56 corsi).

I gruppi classe sono stati costituiti tenendo conto di alcuni criteri: 1. appartenenza al ciclo di istruzione (I o II ciclo); 2. appartenenza allo stesso istituto; 3. vicinanza geografica degli istituti di appartenenza. Il criterio 3 non sempre è stato rispettato per esigenze di completamento numerico delle classi.

Durante la fase di avvio, i tutor sono stati impegnati a contattare molti docenti che, seppur iscritti dai propri Dirigenti alla formazione, non risultavano presenti durante le attività per errori materiali di iscrizione (dati errati) oppure perché iscritti ma senza un reale interesse personale a partecipare.

L'attività di formazione si è svolta sia all'interno delle classi virtuali moderate dai tutor disciplinari (qui si è svolta la gran parte dell'attività), sia nelle aree comuni (webinar degli esperti disciplinari e webinar degli esperti di temi trasversali), oltre all'attività di studio svolta individualmente a partire dalla sezione Risorse didattiche.

Nelle classi virtuale una funzione formativa molto importante è stata svolta dai webinar con il tutor per la quale era richiesta una partecipazione di almeno 10 ore. In realtà molto spesso i tutor hanno organizzato un numero maggiore di ore in webinar, soprattutto per dare la possibilità di recuperare a chi non aveva potuto partecipare a quelli inizialmente previsti. In una buona parte delle classi sono stati realizzati cinque o sei webinar, generalmente uno di presentazione e di introduzione al corso e quattro di accompagnamento alle rispettive fasi del percorso, ma in molte altre classi il numero dei webinar è stato maggiore fino ad arrivare a più di 10 webinar. In alcuni casi, infatti, i tutor hanno organizzato gli incontri in maniera molto serrata prevedendo anche dei momenti di recupero per i corsisti che non fossero riusciti a seguire i webinar inizialmente programmati. Il totale dei webinar organizzati sono stati 376 (191 per i corsi del I Ciclo, 185 per i corsi del II Ciclo).

Per quanto riguarda i webinar con gli esperti ne sono stati organizzati 7 su temi legati alla didattica della matematica e 3 su temi di carattere trasversale.

Infine, durante tutta la durata del corso, è stato attivato uno spazio virtuale riservato ai soli tutor in cui, settimanalmente, sono stati organizzati degli incontri sincroni (per un totale di 11) in cui i ricercatori Indire hanno potuto dare supporto sia organizzativo che didattico-disciplinare ai tutor che ne avessero avuto necessità.

Alla conclusione dei corsi è stato chiesto ai tutor di selezionare una pratica significativa per ciascuna classe assegnata in base alla documentazione raccolta durante il corso. Fra tutte le pratiche selezionate ne sono state selezionate 5 per il I Ciclo e 5 per il II Ciclo e sono state ulteriormente riviste e rilette da un secondo tutor e da un esperto Indire. Il risultato di questa selezione viene presentato in questo report.

1.4. La sostenibilità del modello: il punto di vista dei tutor

Alla conclusione del percorso di formazione è stato chiesto ai tutor di redigere un report dettagliato delle attività in cui esplicitare sia il modo in cui è stato condotto il corso sia i punti di forza e di criticità dell'esperienza e fornire, infine, suggerimenti per il futuro. Di seguito riportiamo una sintesi di quanto emerso corredata da alcuni brani tratti direttamente dai report dei tutor analizzati.

La sceneggiatura e le fasi

Secondo quanto descritto dai tutor in merito a come hanno organizzato i percorsi, emerge una tenuta generale del modello. Vi è, infatti, una diffusa coerenza della scansione delle attività sincrone e asincrone da loro realizzate con quanto suggerito dalla sceneggiatura proposta da INDIRE; scansione che ha permesso di organizzare il percorso in tappe e di mantenere un equilibrio tra interventi di carattere più teorico (sia degli esperti disciplinari, negli appositi webinar, che dei tutor) e attività pratiche e di riflessione condivisa.

Andando più nel dettaglio, la maggior parte dei tutor ha dichiarato di aver iniziato il corso con un webinar di accoglienza in cui sono stati presentati gli obiettivi e la struttura del percorso di formazione ed è stata introdotta la prima fase di *Autoanalisi* dedicata alla focalizzazione sui problemi delle scuole di appartenenza di ogni singolo corsista.

Alla fase dell'autoanalisi sono stati dedicati i primi due webinar: nel primo webinar, i docenti hanno parlato di loro stessi, delle caratteristiche delle classi e delle caratteristiche del territorio in cui operavano e, in questo raccontarsi, sono stati coinvolti docenti provenienti da scuole diverse della Campania, ma anche un sottogruppo siciliano della provincia di Ragusa. Nel secondo webinar, sono emerse le questioni più critiche che i docenti, prevalentemente di scuola secondaria di primo grado, incontravano nelle classi (tutor I ciclo).

Il corso è iniziato con il primo webinar di accoglienza e presentazione, durante il quale ai corsisti sono stati presentati gli obiettivi della formazione. Abbiamo iniziato a raccogliere le prime osservazioni. È stato loro chiesto quindi di dedicare le

settimane successive a riflettere sui problemi delle loro scuole e delle loro classi, provando a ricercarne cause e interventi e iniziando la compilazione del questionario di autoanalisi (tutor Il ciclo).

Nel primo incontro ho presentato il percorso formativo e la sceneggiatura e ho invitato ciascun corsista a presentarsi al gruppo anche attraverso il Forum. Ho presentato il format dell'autoanalisi e li ho invitati a compilarlo.

Ho illustrato la struttura del corso, le funzionalità della piattaforma, le risorse disponibili (sia video che documentali), le sezioni dei questionari di monitoraggio e quelle dei webinar con gli esperti. Ho chiesto ai docenti di presentarsi reciprocamente, sollecitando chi non avesse ancora compilato il documento di autoanalisi a farlo.

Dopo aver avviato il percorso formativo presentando la sceneggiatura del corso, si è fatta una prima analisi dei problemi e dei bisogni in relazione ai diversi contesti dei corsisti, una prima mappatura dei problemi e l'individuazione di gruppi di lavoro (tutor Il ciclo).

In alcuni casi i primi webinar sono stati anche occasioni per discutere in gruppo su alcuni aspetti specifici, relativi ad esempio alla didattica laboratoriale e ai problemi incontrati nella pratica quotidiana di insegnamento:

È stata affrontata una discussione di gruppo su cosa si intende con didattica laboratoriale, discussione non semplice, in quanto quasi la totalità dei corsisti non erano soliti utilizzarla durante le proprie ore di lezione, in quanto ancora molto ancorati a una didattica frontale. (tutor Il ciclo)

Nel II incontro (e anche nel III che è stato di recupero per gli assenti) ho riportato le risposte ai questionari di autoanalisi. Dall'analisi dei questionari di autoanalisi sono emerse le difficoltà dei contesti (problemi logistici, distribuzione sul territorio, frammentazione plessi, aspetti sociali e economici, pluriclassi, il dialetto, origini albanesi, presenza di ragazzi stranieri) ma anche gli aspetti più didattici (difficoltà nei calcoli, nel tenere la concentrazione, nell'uso del linguaggio spesso

sostituito dal dialetto, difficoltà a capire e risolvere problemi, dal fatto di non avere dei laboratori, di dover seguire dei programmi) (tutor I ciclo).

Molti docenti hanno individuato come argomento problematico la risoluzione dei problemi matematici, con particolare riferimento alla comprensione del testo; ma anche il lavoro sulla Geometria, soprattutto per quel che riguarda il linguaggio specifico che gli studenti mostrano di non conoscere; è stata messa a fuoco la necessità di utilizzare l'approccio laboratoriale come metodologia eletta per affrontare e costruire i concetti geometrici (tutor I ciclo).

La prima fase di *Autoanalisi* è risultata essere uno step molto importante in quanto ha permesso di mappare i problemi e i nodi concettuali da cui partire per realizzare, nella seconda fase, delle progettazioni ancorate alla realtà e alle problematiche dei diversi contesti. Sempre in questa fase è stato possibile individuare gruppi che potessero lavorare in collaborazione su temi e argomenti riconosciuti come significativi per la propria esperienza di insegnamento.

Prima del secondo webinar, ho analizzato i questionari compilati per tracciare i problemi principali emersi e provare a farne una sintesi. Il secondo webinar è stato quindi dedicato a discutere di quanto raccolto. Ho loro presentato il secondo step della formazione, ossia la realizzazione della progettazione di un'unità di apprendimento finalizzata ad affrontare uno dei nodi concettuali mappati. In conseguenza di ciò i corsisti hanno pensato a come poter raggrupparsi per lavorare in cooperazione. La scelta si è basata sia sul problema di partenza sia sull'appartenenza alla stessa scuola (tutor II ciclo).

Dopo aver esaminato la scheda di autoanalisi di ciascun corsista ho programmato un webinar per analizzare la situazione di partenza e avviare la progettazione, ho presentato il format, le risorse della piattaforma e ho condiviso una guida per creare i sottogruppi, ho creato nella stanza dei sottogruppi suddivisi per indirizzo per permettere loro di familiarizzare e progettare buone pratiche (tutor II ciclo).

Nel corso del secondo webinar, la classe si è divisa in più sessioni, e ciò ha permesso un confronto più mirato tra i docenti di una stessa scuola che avrebbero poi proceduto a redigere un'unica progettazione, differenziandola nei percorsi, rispetto alla classe e all'ordine di scuola (tutor I ciclo).

Per ogni argomento definito ho creato un forum di discussione per favorire la collaborazione asincrona sulla tematica scelta e inserito un link di collegamento a risorse di M@t.abel attinenti. Ho invitato i corsisti a condividere traguardi, obiettivi specifici e trasversali dell'UdA da progettare (tutor I ciclo).

Molti tutor mettono in evidenza la significatività dei documenti di *Autoanalisi*, la cui lettura permette di evidenziare la relazione funzionale tra l'approccio didattico messo in atto dal docente e le sfide specifiche da affrontare in classe.

Ho trovato significativo il test di autoanalisi che, letto in modo circolare, cioè a inizio e fine sperimentazione, mi ha permesso di mettere in luce proprio questo rapporto di funzionalità tra la pratica docente e la situazione problematica da affrontare in classe. Come a dire che, se prima di tutti il docente affronta e progettualizza la situazione concettuale in modo adeguato, tanto più gli allievi si troveranno ad affrontare un percorso coerente con i loro bisogni e con gli obiettivi specifici posti in essere a inizio progetto (tutor II ciclo).

Il corso, partendo dal problema dei divari territoriali, ha permesso anche una riflessione importante sulle competenze di base.

Questo aspetto è fondamentale, poiché in molti casi le risorse destinate al miglioramento delle scuole in cui si sono riscontrate basse performance nelle rilevazioni Invalsi vengono impiegate per la progettazione e la realizzazione di percorsi didattici con obiettivi non ben calibrati rispetto al contesto territoriale (tutor II ciclo).

La successiva fase di *Progettazione* si delinea come uno step centrale che in molti casi ha richiesto la programmazione di più incontri sincroni di accompagnamento da parte dei tutor. I primi incontri di avvio di questa fase sono stati funzionali a presentare il format da utilizzare, a condividere dubbi e a supportare i corsisti nella

strutturazione delle attività, oltreché a presentare l'offerta formativa presente in piattaforma (piano editoriale M@t.abel, video degli esperti, ecc.) o altre buone pratiche/esperienze didattiche ritenute significative e validate da esperti e ricercatori. In questa fase i tutor hanno anche messo a disposizione la propria esperienza e professionalità nel proporre innovazioni metodologiche nell'ambito delle discipline STEM e nel condurre riflessioni e discussioni di gruppo su aspetti ritenuti importanti nella gestione del processo di insegnamento-apprendimento della matematica.

L'incontro è stato dedicato alla presentazione delle attività m@t.bel, dove trovare e come consultare il piano editoriale e in particolare ho posto l'attenzione sull'attività "Eredità e bagagli: dal linguaggio naturale". Al termine ho presentato la progettazione dell'attività didattica (tutor Il ciclo).

Presentazione del format necessario per la progettazione e discussione sui dubbi dei corsisti su come strutturare l'attività. Successivamente è stata affrontata una discussione di gruppo sulle capacità argomentative degli studenti e su quali attività possono risultare funzionali al loro incremento (tutor Il ciclo).

Ho programmato un webinar per monitorare la fase di progettazione e nello stesso tempo per supportarli, dare dei consigli, aiutarli alla scelta attraverso un coinvolgimento empatico per dimostrare che non erano da soli ma che potevano fare affidamento su un tutor sempre disponibile a dare consigli e a supportarli, tanto che non ho imposto loro un calendario degli incontri, ma, mi sono adeguata alle loro esigenze, permettendo loro di partecipare agli incontri (tutor Il ciclo).

La seconda fase è stata avviata con un webinar in cui ho proseguito l'illustrazione delle risorse in piattaforma, più quelle da me fornite sulla base delle esigenze emerse dai corsisti. Ho inoltre illustrato gli strumenti di progettazione. Abbiamo iniziato a dividere i corsisti in gruppi di lavoro sulla base dei loro interessi. Ho approfondito alcuni aspetti particolarmente sentiti come problematici dai corsisti, ovvero alcune questioni riguardanti la misura e le acquisizioni della ricerca in didattica della matematica riguardo alle attività di problem solving e argomentazione (tutor I ciclo).

Sempre in fase di *Progettazione*, i tutor hanno supportato i docenti nella scrittura della progettazione, leggendo le attività consegnate in piattaforma e inserendo indicazioni e commenti per un loro miglioramento. Spesso ha fatto seguito almeno un webinar per la condivisione e la discussione collettiva delle progettazioni, generalmente dividendo i docenti in sottogruppi appartenenti allo stesso istituto o docenti che avevano deciso di sviluppare attività su temi simili.

Nella fase di progettazione è stato molto importante il lavoro in piattaforma di commento alle progettazioni e alle correzioni via via apportate dai corsisti. Anche in questa fase ho caricato nuovi materiali in base alle esigenze di studio dei corsisti, in vista delle attività da realizzare (tutor I ciclo).

I sottogruppi hanno molto collaborato tra loro attraverso il forum e la cartella condivisione di materiali per scambiarsi e confrontarsi sulle progettazioni. Avendo notato dalle progettazioni consegnate che si necessitava di dare delle indicazioni sia nell'impostazione della progettazione sia nella metodologia da attivare, ho organizzato un webinar suppletivo di confronto (tutor I ciclo).

Nel rimandare i feedback delle revisioni sulle progettazioni, ho dovuto molto sottolineare quanto fosse importante progettare azioni fattibili nei tempi a disposizione, ma anche verificabili e valutabili rispetto all'osservazione dei comportamenti degli studenti, dei quali era fondamentale registrare le parole, le domande, le difficoltà, i successi. Introdurre troppe azioni, di cui poi non sarebbe stato possibile restituire traccia, sarebbe stato poco utile (tutor I ciclo).

Nella fase di *Attuazione in aula* i tutor hanno supportato i corsisti permettendo loro di condividere le attività didattiche portate in classe, i punti di forza e di criticità e dando feedback sulla sperimentazione. In questa fase i tutor hanno risposto anche ai dubbi dei corsisti rispetto alla compilazione del Diario di bordo.

I webinar sono stati organizzati in considerazione di qualche problematica emersa nella compilazione del Diario di bordo e in considerazione della necessità di condividere, in itinere,

alcune criticità emerse durante la sperimentazione in classe; i webinar sono stati organizzati anche per un feedback sulla fase di Attuazione in aula (punti criticità e punti di forza) e ha visto impegnati i corsisti in una serie di workshop durante i quali sono stati presentate e condivise le attività didattiche sperimentate e già documentate dai corsisti tramite il Diario di bordo (tutor II ciclo).

Nella terza fase ho organizzato due webinar. Nel primo abbiamo iniziato a commentare le esperienze svolte e le questioni emergenti, sempre mettendole a confronto con le acquisizioni della ricerca su ciascun argomento; nel secondo è stato lasciato molto spazio ai corsisti per una condivisione e discussione del lavoro svolto, nell'ottica di promuovere anche lo scambio tra colleghi all'interno degli istituti. Anche in questa fase ho svolto in piattaforma un lavoro di accompagnamento individuale per la redazione dei diari (tutor I ciclo).

Attraverso il webinar 4 "Confrontiamoci sulla sperimentazione" i corsisti hanno condiviso le riflessioni su quanto emerso nella sperimentazione in classe. È stato un momento molto interessante dal punto di vista della crescita formativa. Tanti corsisti hanno ammesso di aver visto gli studenti lavorare in gruppo in armonia, motivandosi a vicenda. Con alcuni di loro ho discusso su come potevano migliorare in futuro l'attività proposta dal punto di vista metodologico. Ovvero non concepire il laboratorio di Matematica come la verifica sperimentale di quanto insegnato, ma capovolgere l'ordine delle attività (tutor I ciclo).

Nel corso del quarto webinar, sono state discusse le caratteristiche del diario di bordo, e ancora una volta si è ribadito quanto fosse importante osservare, dialogare, far dialogare gli studenti, e anche acquisire le loro impressioni, racconti, espressioni di difficoltà, argomentazioni, da documentare, tenendo conto dei tempi. Tale considerazione ha avuto lo scopo di evitare che i diari di bordo fossero solo un resoconto di ciò che era stato fatto (tutor I ciclo).

La fase finale di *Restituzione* è stata principalmente un momento di riflessione complessiva sulle esperienze in cui i tutor hanno invitato i corsisti a fornire un feedback ai colleghi sul percorso e sulla coerenza della progettazione rispetto alle problematiche e ai risultati ottenuti.

Nella quarta fase ho organizzato un webinar conclusivo in cui c'è stata una restituzione sia da parte mia sia da parte dei corsisti sull'esperienza vissuta durante il corso; una parte del webinar è stata anche dedicata a una analisi dei curricoli di istituto, per promuoverne una maggiore aderenza con le Indicazioni Nazionali e trovare insieme agli interessati il modo di risolvere i "problemi di tempo" che spesso impediscono l'adozione di una didattica laboratoriale nelle pratiche quotidiane dei docenti. Su richiesta dei docenti, è stata anche svolta una riflessione su un problema da loro molto sentito, ovvero il rapporto tra le loro programmazioni e pratiche abituali, e le competenze richieste dalle valutazioni di sistema (tutor I ciclo).

Sono stati puntualizzati dai corsisti aspetti forti e deboli emersi, con una forte sottolineatura dei primi, rispetto alle previsioni iniziali. Io, in qualità di tutor, ho cercato di porre domande mirate a sollecitare una riflessione approfondita sulle diverse situazioni di apprendimento, ma soprattutto cercando di far emergere il punto di vista disciplinare, oltre l'aspetto relazionale che tende sempre a predominare nei racconti dei docenti, quando espongono gli esiti delle azioni didattiche effettuate (tutor I ciclo).

Queste domande, e altre, hanno animato la discussione tra i docenti e hanno fatto maturare la convinzione che questo percorso è stato un momento importante di riflessione da cui ripartire il prossimo anno scolastico, cercando assolutamente di far vivere i dipartimenti disciplinari verticali. E il termine sceneggiatura è bello perché rende l'idea della complessità dell'azione progettuale e didattica, ma anche del ruolo centrale del docente, nella realizzazione della sceneggiatura (tutor I ciclo).

Anche questa fase è stata molto interessante in quanto le poche variazioni alla progettazione sono state dovute o alla ristrettezza dei tempi o, ancor più interessante, a nuove atti-

vità proposte dai ragazzi. Tutti hanno deciso poi di ripetere le attività anche il prossimo anno nella loro quotidianità e alcuni hanno chiesto se potessero sperimentare anche quelle degli altri. Trovo questo un grande successo. Si è creata una comunità di buone pratiche (tutor I ciclo).

Punti di forza e criticità

È stato chiesto ai tutor di esplicitare i punti di forza e di criticità rispetto alla dimensione *organizzativa*, *relazionale* e di *contenuto*.

Rispetto alla dimensione *organizzativa* emergono alcuni aspetti rilevanti. Dalle parole dei tutor si evince che la scansione del corso di formazione in quattro fasi con i relativi strumenti è stata utile e funzionale a favorire la riflessione dei docenti sul contesto nel quale operano, sulle difficoltà degli studenti e sulla propria pratica professionale incoraggiando lo scambio e la condivisione tra pari.

L'invito alla riflessione per ogni step ha permesso ai corsisti di soffermarsi realmente su quali potessero essere le difficoltà dei loro alunni (tutor II ciclo).

In generale ritengo positivo il modello formativo poiché veicola continue riflessioni sul percorso intrapreso e confronti dei corsisti a vari livelli: tra pari, con il tutor, con gli esperti (tutor I ciclo).

Un altro punto di forza è stato individuato nella flessibilità del modello formativo che, nel rispetto di un tempo minimo da rispettare, ha consentito al tutor di organizzare i webinar all'interno della classe secondo le esigenze e le necessità del gruppo in formazione, permettendo l'instaurarsi di un dialogo produttivo e una continua riflessione sulle criticità e sui punti di forza eventualmente emersi durante le fasi "operative" del percorso formativo.

Il percorso è stato impostato con riferimenti alla ricerca-azione, in cui ciascun*, con l'apporto intellettuale, di pratiche e di materiali, a partire da input di stimolo da parte di tutto il gruppo, ha costruito, nel corso del tempo, il dibattito. Il confronto di pratiche e di riflessioni ha avuto una natura fortemente dialogica, in modo che ciascun* corsista si sentisse protagonista dei processi e co-autore, co-gestore del segmento di formazione da me tutorato (tutor II ciclo).

La flessibilità degli orari dei webinar: i partecipanti al corso delle scuole, caratterizzate da impegni calendarizzati in tempi diversi, hanno avuto la possibilità di recuperare le ore dei cinque webinar principali, ai quali non avevano potuto partecipare (tutor I ciclo).

Alcuni tutor hanno dichiarato di aver apprezzato la modulazione tra le diverse attività previste, che ha permesso di bilanciare efficacemente l'aspetto teorico e quello pratico.

In particolare, si ritiene che l'attenzione data all'aspetto pratico abbia avuto il maggior impatto sul successo complessivo del corso, nonostante la sua brevità, sembrando influire positivamente sulle pratiche degli insegnanti.

Ho trovato molto positivo l'aver organizzato il corso con la divisione tra la teoria e la prassi. I corsisti seguivano i webinar degli esperti e poi in classe con la tutor idee e opinioni. Inoltre, la richiesta di progettare, sperimentare e documentare con il sostegno della tutor ha permesso, a differenza di altri corsi di formazione solo frontali, che ci sia stata una vera ricaduta in classe del percorso. Ma la strategia che, secondo me, è stata più efficace è la condivisione di perplessità, problemi, idee nel grande gruppo. Discutere tutti insieme di metodi, mettere in condivisione le progettazioni, le messe in opera, le risposte dei ragazzi ha fatto riscoprire il senso della collegialità e la voglia di sperimentarsi (tutor I ciclo).

Dal punto di vista *organizzativo*, inoltre, sono stati apprezzati sia i webinar che il gruppo di lavoro INDIRE ha realizzato con i tutor per sostenerli nella loro attività, sia la possibilità di confronto nel forum con gli altri tutor.

L'accompagnamento del gruppo di progetto Indire è stato continuo, professionale e solerte per tutte le dimensioni del ruolo di tutor; organizzativa, relazionale e di contenuto. Momento di crescita è stato anche il dibattito nei forum con gli altri tutor del progetto (tutor II ciclo).

Tra i punti di forza che emergono, quelli legati alla dimensione *relazionale* riguardano principalmente l'aspetto di collaborazione all'interno della classe, sia con il tutor sia con gli altri corsisti. L'or-

ganizzazione del corso, gli strumenti utilizzati e la guida del tutor hanno dato vita a un ambiente di apprendimento collaborativo e di sostegno in cui i corsisti sono stati coinvolti attivamente, non solo nella comprensione dei contenuti ma anche nel supporto reciproco e nell'impegno professionale.

I momenti positivi sono stati quelli legati alla collaborazione dei corsisti, i momenti di riflessione nei gruppi, che hanno prodotto interventi costruttivi e di aiuto nei confronti dei colleghi in difficoltà (tutor II ciclo).

C'è stata una crescita dell'intero gruppo, sostenuta dalla voglia di superare le difficoltà e da un atteggiamento sempre collaborativo (tutor II ciclo).

Costruttiva è stata la condivisione, da parte dei corsisti, della propria realtà lavorativa e dei contesti in cui si trovano ad operare; occasioni di crescita professionale per tutti sono state le socializzazioni di problematiche anche serie, così come i piccoli successi quotidiani in questa enorme sfida educativa che combattiamo assieme (tutor II ciclo).

Molto positiva e coinvolgente è risultata anche la relazione con i corsisti. Il clima è stato sereno. Nonostante la formazione si sia svolta tutta online, non si sono registrati passivi comportamenti opportunistici. L'atteggiamento è stato sempre collaborativo, la partecipazione attiva. I docenti hanno seguito con interesse e apprezzato il percorso formativo. In più momenti ho avvertito una piacevole sensazione di fare parte di un ottimo gruppo di lavoro (tutor I ciclo).

Il principale aspetto positivo è stata la relazione con i corsisti. Ho scelto di fare molti webinar perché in questo modo si crea una relazione diretta con il gruppo ed è possibile osservarli lavorare nelle stanze online. Il fatto di aver fatto co-progettare assieme è un altro aspetto positivo che è stato anche riconosciuto alla fine, visto che i docenti della secondaria non sono abituati a prendersi del tempo per progettare, men che meno assieme ad altri colleghi (tutor I ciclo).

Dal punto di vista del *contenuto* molti tutor sottolineano l'utilità delle risorse didattiche messe a disposizione nella piattaforma per sostenere il percorso di formazione dei corsisti e dei webinar tenuti dagli esperti di didattica della matematica che hanno permesso di approfondire gli aspetti metodologici.

Ai corsisti è stato offerto un ambiente moodle ricco di risorse liberamente consultabili da cui prendere spunto per la progettazione delle attività (tutor II ciclo).

I webinar tenuti dai ricercatori esperti in didattica della matematica hanno permesso di approfondire gli aspetti metodologici necessari ad elevare il livello delle attività proposte nelle classi (tutor II ciclo).

Le risorse video e documentali e la messa a disposizione delle registrazioni dei webinar realizzati con il gruppo classe e con gli esperti sono stati elementi positivi e punto di forza rispetto alla dimensione del contenuto (tutor II ciclo).

La scelta dei contenuti è stata vincente. Sono state molto apprezzate sia le proposte didattiche a firma del prof. ***, sia gli interventi degli esperti presenti sulla piattaforma DIVARI che hanno offerto occasioni di riflessione e approfondimento sulla tematica oggetto di studio. Le loro pubblicazioni hanno risposto efficacemente al bisogno di potenziare le conoscenze di tipo pedagogico-didattico che esprimevano i corsisti (tutor I ciclo).

Il ruolo del tutor è risultato fondamentale per mediare gli stimoli derivanti dai percorsi didattici condivisi in piattaforma e a dalle indicazioni degli esperti. Per esempio, un tutor riporta come, a fronte di un iniziale scetticismo di alcuni docenti sull'efficacia di attività di tipo laboratoriale, la discussione e il confronto nel gruppo abbiano innescato curiosità e favorito la sperimentazione in aula.

Inizialmente un consistente numero di docenti, soprattutto chi insegnava in un percorso liceale, riteneva che l'utilizzo di attività pratico-manuali, attraverso anche l'uso del gioco, non fossero funzionali, anzi che andassero a snaturare la matematica in quanto disciplina che richiede un certo rigore e formalismo. Successivamente, analizzando, anche attraverso la

discussione e il confronto tra i corsisti, che attività così rigide e frontali non portano a grandi risultati, anzi allontanano gli studenti dalla disciplina, diminuendone il loro interesse, il gruppo ha manifestato una maggior curiosità, anche come sfida, a sperimentare attività laboratoriali al fine di osservare quali obiettivi potessero essere raggiunti (tutor II ciclo).

I contenuti proposti e il confronto con il gruppo, come riportano alcuni tutor, hanno permesso di far crescere la partecipazione dei corsisti e la motivazione a sperimentare nuove metodologie, a strutturare l'ambiente classe come laboratorio di matematica, a destrutturare i tempi e gli assetti sviluppando pratiche per classi parallele e in co-progettazione.

Alla fine, i docenti hanno constatato l'importanza delle lezioni non frontali e hanno osservato che l'interazione tra studenti (sia in classe sia nel corso) è un momento fondamentale per l'apprendimento.

Ritengo che il corso si sia svolto con successo, poiché i corsisti hanno manifestato reazioni positive rispetto alle attività realizzate in classe con gli alunni, dichiarando che esse hanno inciso positivamente sugli apprendimenti e hanno avuto un impatto positivo sia sulla sfera delle conoscenze sia sulla sfera delle relazioni (tutor I ciclo).

Tali attività hanno saputo rappresentare situazioni di apprendimento contestualizzate e motivanti e allo stesso tempo si sono dimostrate capaci di costruire significati dei concetti esaminati attraverso modelli e linguaggi semantici diversi (tutor I ciclo).

Rispetto all'inizio del percorso ho notato un cambio di atteggiamento (in positivo) dei docenti rispetto alle tematiche trattate e ad un'apertura verso una didattica più laboratoriale della matematica (tutor I ciclo).

Un altro aspetto che è stato affrontato dai tutor all'interno delle classi ha riguardato la riflessione sui nuclei tematici della disciplina:

La discussione ha toccato nuclei tematici e metodologie ruotando, autenticamente, sulle problematichità nei processi di

insegnamento-apprendimento della matematica e ponendosi l'alto traguardo di contribuire a una scuola democratica, in grado di rimuovere gli ostacoli che impediscono il pieno sviluppo della persona (tutor II ciclo).

Rispetto alle *ricadute* sugli alunni solo alcuni tutor hanno riportato quello che i docenti hanno condiviso nella classe di formazione e nelle relazioni. In generale emerge una diffusa soddisfazione dei ragazzi per le attività svolte e un incremento dei livelli di attenzione e partecipazione dovuta sia all'introduzione di metodologie cooperative e di tutoraggio tra pari sia all'introduzione di attività laboratoriali.

Alla fine del percorso, tutti i corsisti hanno sottolineato come attività di questo tipo, in cui vengono impiegate differenti metodologie cooperative, permettono un forte incremento dei livelli di attenzione e della partecipazione anche di quegli studenti che spesso manifestano uno scarso interesse. Le attività laboratoriali, in cui è presente anche una parte pratico-manuale, hanno permesso di aumentare l'interesse degli studenti verso la proposta didattica e hanno contribuito all'instaurarsi di un clima favorevole allo sviluppo e al consolidamento degli obiettivi oggetto delle attività (tutor II ciclo).

Dai racconti e dalle relazioni dei corsisti è emersa una diffusa soddisfazione degli alunni che, impegnati in attività laboratoriali, si sono sentiti protagonisti attivi del processo di insegnamento-apprendimento (tutor I ciclo).

Tutti i corsisti hanno sottolineato come attività di questo tipo, in cui vengono impiegate differenti metodologie cooperative (cooperative learning o tutoraggio tra pari), permettono un forte incremento dei livelli di attenzione e della partecipazione anche di quegli studenti che spesso manifestano uno scarso interesse (tutor I ciclo).

Le criticità principali riscontrate dai tutor hanno riguardato i tempi della formazione, sia da un punto di vista del periodo in cui è stato realizzato il corso rispetto all'anno scolastico sia dal punto di vista dell'estensione temporale delle diverse fasi del percorso formativo. Soprattutto la fase di sperimentazione in classe ha risentito del

poco tempo a disposizione e soprattutto del fatto che sia coincisa con un periodo denso di impegni sia per i docenti che per gli studenti.

Il tempo a disposizione dei corsisti per progettare e realizzare in classe i percorsi didattici è stato davvero esiguo. Il periodo dell'anno in cui si è svolto il corso è tra i più complessi per gli insegnanti e l'impegno di una sperimentazione in classe in tale periodo è davvero gravoso (tutor I ciclo).

Sicuramente il periodo dell'anno in cui è stato attivato il progetto ne ha pregiudicato in parte la sua riuscita. L'attività progettata è stata limitata ad una sola lezione, spesso senza avere possibilità di riflessione in momenti successivi (tutor I ciclo).

I tempi di svolgimento del percorso formativo e il periodo da destinare alla sperimentazione in classe (mese di maggio), sono stati una criticità che ha condizionato l'individuazione degli obiettivi specifici di apprendimento e dei possibili contenuti disciplinari da trattare nelle ore di lezione disponibili. I corsisti, infatti, hanno individuato temi/contenuti, competenze e obiettivi disciplinari tra quelli possibili da poter sviluppare nel periodo conclusivo del corrente anno scolastico e quindi in un numero limitato di lezioni (tutor II ciclo).

Alcuni tutor hanno sottolineato l'insufficienza delle ore di formazione per poter svolgere in modo accurato il proprio lavoro e accompagnare i corsisti nella progettazione di un'attività di tipo laboratoriale che effettivamente scardinasse l'impianto tradizionale e trasmissivo dell'insegnamento della matematica.

I docenti non sono ben formati sulle teorie dell'apprendimento e le metodologie di insegnamento, per cui le ore di formazione risultano insufficienti per una buona progettazione. Nessun docente della classe ha veramente consapevolezza di cosa sia il problem solving; adoperano solamente esercizi e considerano problemi reali solo a mo' di esempio, come attrattiva iniziale verso gli alunni, lasciando poi il resto dell'insegnamento ad impianto tradizionale (ossia, trasmissivo) (tutor II ciclo).

Sul piano organizzativo direi che l'intervallo di tempo destinato all'attività formativa è stato contenuto e ha comportato un ritmo troppo sostenuto di svolgimento. Non ha consentito tempi adeguati di sviluppo e riflessione sulla tematica proposta. Si è sentito il bisogno di tempi più distesi. Pertanto, mentre nella fase di sperimentazione in classe i corsisti sono riusciti ad ottenere buoni risultati, talvolta sono stati meno accurati nel redigere la documentazione. Ne ha risentito dunque la qualità delle progettazioni e dei diari di bordo, scritti probabilmente troppo velocemente per stare al passo e rispettare le consegne. Non si segnalano lavori significativamente originali (tutor I ciclo).

La criticità maggiore, invece, va segnalata nell'aspetto organizzativo. Nello specifico il tempo davvero troppo esiguo per essere impattante nelle dinamiche d'insegnamento. Con un percorso da svolgersi durante tutto un anno sicuramente le modalità di progettazione delle attività sarebbero potute diventare parte integrante della didattica quotidiana. A peggiorare la situazione anche il periodo dell'anno in cui il progetto ha avuto inizio, aprile è l'anticamera della fine dell'anno, momento in cui molte cose si sommano, per non parlare degli impegni legati all'esame conclusivo del primo ciclo. Questo per ognuno degli attori coinvolti: corsisti, studenti e tutor (tutor I ciclo).

Il poco tempo a disposizione non ha sempre permesso di dare ai corsisti il supporto richiesto e di approfondire tutte le tematiche che emergevano dagli incontri.

in alcuni casi è stato necessario un costante accompagnamento da parte del tutor, in quanto spesso veniva richiesto un costante feedback per ogni azione pensata, progettata o messa in atto in classe. Il principale problema è stato il poco tempo a disposizione che ovviamente non ha permesso di approfondire le diverse tematiche emerse durante i webinar (tutor II ciclo).

Le principali criticità del percorso formativo risiedono nei tempi e nel periodo di attuazione. In particolare, i corsisti della scuola secondaria di primo grado hanno trovato difficile affrontare il percorso e sperimentare nuove metodologie in aula a causa di un calendario affollato di riunioni, concorsi, viaggi

di istruzione, visite guidate, feste ed eventi di istituto. Questo ha influenzato negativamente la motivazione dei corsisti e ha reso necessario limitare le attività nel tempo e negli obiettivi, impedendo così l'emergere di pratiche significative, nonostante il loro potenziale (tutor I ciclo).

Un'altra criticità riguarda infatti il fatto che i partecipanti al corso hanno fatto un uso limitato di tali risorse, le quali avrebbero potuto fornire spunti disciplinari e metodologici migliori (tutor I ciclo).

Sempre per il poco tempo a disposizione, i tutor hanno evidenziato anche l'impegno richiesto dalla compilazione dei report relativi alle varie fasi della formazione, riconoscendone tuttavia la significatività sia come strumenti finalizzati a fornire un feedback puntuale e contestualizzato ai corsisti e favorire così la riflessione e l'analisi continua, sia come strumenti per il tutor per ripercorrere lo sviluppo del progetto cogliendo la crescita professionale e personale.

Gran parte del tempo a disposizione dei partecipanti al corso e dei tutor è stato impiegato nella compilazione dei format, che avrebbe potuto essere utilizzato in modo più proficuo, ad esempio, per analizzare le risorse didattiche messe a disposizione (tutor I ciclo).

In seguito alle problematiche individuate, i tutor suggeriscono modifiche al percorso che principalmente riguardano gli aspetti legati ai tempi, esprimendo il desiderio di prolungare la durata e considerare un periodo diverso dell'anno.

Mi permetto di proporre formazioni più ampie, sia nei tempi che nelle modalità, che permettano tempi di riflessione più lunghi e soprattutto che forniscano basi teoriche in termini di apprendimento ed insegnamento tali da consentire ai docenti corsisti di pensare e attuare progettazioni idonee ad affrontare i problemi che individuano (tutor I ciclo).

L'esperienza è stata molto positiva, ma la criticità della ristrettezza dei tempi non è da sottovalutare. Avendo i docenti mostrato grande interesse, si consiglia di ripetere l'esperienza ma con tempi più distesi principalmente per la progettazione e sperimentazione in classe (tutor I ciclo).

Si propone, di allungare i tempi di svolgimento del corso, per permettere ai docenti una prima fase di studio e adeguato approfondimento di tutti i materiali didattici presenti in piattaforma e nella biblioteca INDIRE e poter svolgere successivamente, un'adeguata progettazione con sperimentazioni in classe con tempi più distesi (tutor I ciclo).

realizzare corsi di questo tipo all'inizio dell'anno scolastico con la possibilità di sperimentare più attività durante il corso dell'anno (tutor I ciclo).

Rispetto ai gruppi-classe, sebbene molti abbiano riconosciuto come punto di forza la collaborazione tra docenti dello stesso istituto o di istituti vicini geograficamente, alcuni tutor suggeriscono l'opportunità di formare classi con docenti provenienti da territori distanti geograficamente.

Permettere la partecipazione di più docenti della stessa scuola in modo da poter realizzare l'attività su più classi dello stesso istituto (tutor I ciclo).

Forse sarebbe meglio prevedere gruppi di corsisti appartenenti a regioni diverse; per esempio, in questo gruppo è stato aggiunto un sottogruppo, in seguito alla rinuncia di un tutor; e questo aggiungere un gruppo siciliano a gruppi campani è stato molto utile e arricchente (tutor I ciclo).

Ancora, andrebbero create ulteriori occasioni per mantenere attivi i rapporti professionali creati tra le figure interagenti nella presente esperienza formativa (tutor I ciclo).

Sarebbe opportuno che il percorso sia sviluppato nell'arco di un anno scolastico o almeno di un intero quadrimestre. Si avverte il bisogno diffuso di continuare nel lavoro di supporto ai docenti sul potenziamento delle competenze di base (tutor I ciclo).

2. Quadro teorico

2.1. Apprendimento della matematica: un approccio semiotico

Al fine di promuovere esperienze di apprendimento e insegnamento della matematica che siano efficaci e significative, è rilevante tenere conto di quali siano i processi cognitivi che portano alla costruzione di specifiche competenze in quell'ambito disciplinare o, diremmo meglio, in quella sfera della produzione culturale. In questa ottica, è importante considerare in una prospettiva semiotica le dinamiche attraverso cui si sviluppa e si stabilizza la pratica matematica, con l'obiettivo di caratterizzarne le specificità.

L'uso di sistemi semiotici diversi, in matematica, può essere funzionale a scopi diversificati tra cui (solo per esempio) la pianificazione di azioni, la presa di coscienza, la comunicazione, il sostegno all'immaginazione.

In effetti, la produzione matematica si avvale di diversi sistemi di rappresentazione, utilizzabili contestualmente e la cui selezione è tipicamente orientata dal tipo di problema che si sta affrontando, poiché alcuni aspetti (e processi) possono risultare più facilmente gestibili in un sistema semiotico che in un altro. In molti casi, l'uso di costrutti matematici rilevanti allo scopo preposto necessita di stabilire connessioni tra sistemi di rappresentazione differenti. A titolo esemplare, si pensi al caso della geometria in cui significato e uso di <figura geometrica> costituiscono dei nodi in cui si intrecciano rappresentazioni linguistiche (incluse quelle tipiche del linguaggio naturale), con rappresentazioni iconiche e con rappresentazioni numeriche (o algebriche). Lavorare con questo costrutto implica uno spostarsi tra quei differenti sistemi di segni.

Possiamo affermare, dunque, che qualunque forma di uso della matematica implica l'operare trasformazioni su certi segni, in modo che si passi da una rappresentazione a un'altra. Perciò è rile-

vante, a fini educativi, riuscire a connotare le caratteristiche di tali trasformazioni.

Un contributo utile in questa direzione è stato dato dall'individuazione di due forme di trasformazione cui sono sottoposte le rappresentazioni prodotte in ambito matematico, indicate come trattamento e conversione (Duval, 2006). Si tratta di due tipi di trasformazione cui corrispondono processi cognitivi distinti e appaiono essere alla base di diverse forme di difficoltà nell'apprendimento della matematica.

Ora, è possibile distinguere quattro forme di rappresentazione, denominate *registri* (Duval, 2006), sulla base del fatto che abbiano carattere discorsivo (linguistico) o meno (per esempio iconico) e sulla base del fatto che i processi che coinvolgono i relativi sistemi di segni abbiano prevalentemente carattere algoritmico o non algoritmico. L'aspetto rilevante che caratterizza un registro risiede nella possibilità di operare trasformazioni sui segni utilizzati in quei sistemi. In particolare, vengono individuati due tipi di trasformazione: trattamento, che consiste nella trasformazione di segni all'interno di uno stesso registro; conversione, che consiste nel passare da segni appartenenti a un registro a segni appartenenti a un altro senza che ne cambi la denotazione. Questa classificazione appare fornire strumenti utili a progettare il lavoro in classe e - soprattutto - a interpretare quanto emerge lungo lo sviluppo di quelle attività (sempre che siano strutturate in modo tale da lasciare spazio agli studenti di elaborare ed esplicitare strategie adottate per affrontare i problemi con cui via via si confrontano).

In un quadro in cui sia attribuita centralità alla lettura delle esperienze di educazione matematica in chiave semiotica, va preso in considerazione il ruolo giocato da corpo, discorso e segni.

D'altro canto, nel disegnare, condurre e analizzare esperienze di apprendimento e insegnamento in matematica, è importante tenere presente che la gestione dei sistemi di segni non è esaustiva degli aspetti di cui tenere conto.

Infatti, i processi che sottendono alla produzione dei costrutti (matematici) si radicano anche in sistemi di attività che includono uso di mezzi fisici ed esperienze percettive che appartengono a uno

spettro più ampio di quello selezionato dalle pratiche di scrittura o di produzione del discorso (Radford, 2009a).

All'attività di misurazione si può attribuire un particolare rilievo. Infatti, secondo un consolidato approccio, la fondazione psicologica del concetto di numero si radica proprio nella pratica di misurazione di grandezze continue (Davydov, 1982). In tale quadro, lo stabilizzarsi del significato di grandezza (ovvero di *quantità*) passa per il confronto tra estensioni e magnitudini, finalizzato a determinare la forma in cui esse sono connesse tramite una relazione d'ordine. Sono proprio le connotazioni operative di questo confronto che definiscono la nozione di grandezza/quantità.

Oltre alle operazioni di confronto risultano particolarmente significative le trasformazioni cui le grandezze possono essere soggette, in modo tale che ne vari la misura. Da un punto di vista matematico ciò implica introdurre la struttura additiva e quella moltiplicativa.

Da un punto di vista genetico, secondo l'approccio cui ci si sta riferendo, viene considerato particolarmente rilevante coinvolgere gli studenti, fin dalle prime fasi di formazione dei concetti matematici, in operazioni che permettano di costruire il concetto di numero a partire da quello di grandezza/quantità, in modo che la stessa dinamica di sviluppo dei concetti sia esplicita per coloro che apprendono. Questa posizione implica il promuovere pratiche centrate sulla misura, sul confronto e sulla trasformazione di grandezze, secondo un approccio che può essere caratterizzato come algebrico. In accordo a certe impostazioni ben consolidate, l'intero curriculum di matematica potrebbe essere delineato seguendo questa indicazione.

Nella prospettiva delineata fino a questo punto, la formazione dei costrutti matematici resta connessa alla tensione personale e alla riflessione delle persone coinvolte in attività orientate a raggiungere un certo obiettivo. A ciò va aggiunto il contributo offerto da una mediazione tra l'esperienza del soggetto e le caratteristiche dei costrutti in oggetto.

In un contesto educativo in cui si tenga conto di questi elementi, le persone ricorrono a un ampio insieme di mezzi nel trovare soluzioni alle questioni con le quali si confrontano. Per esempio, manipolano oggetti (che in qualche modo incorporano elementi culturalmente

stabilizzati), disegnano, usano gesti, scrivono, si riferiscono a classificazioni linguistiche, usano analogie, metafore e metonimie in accordo al modo in cui si produce il discorso in contesti ordinari. In tal senso, per raggiungere gli obiettivi che si sono dati, le persone usano - e mettono in connessione - dispositivi linguistici, artefatti e segni, tutti strumentali a organizzare le azioni (nel loro sviluppo spaziotemporale).

L'uso intenzionale e cosciente di questi strumenti nei processi di produzione di significato costituisce una pratica imprescindibile per la formazione e la stabilizzazione dei costrutti matematici.

È importante tenere presente che, data la rete di connessioni tra sistemi di segni, azioni e artefatti non è dato alcun algoritmo per il loro uso interrelato (Duval, 1995), il che comporta che percorsi di educazione matematica efficaci e significativi restano svincolati da stringenti indicazioni prescrittive, mentre una delle prerogative fondamentali dell'insegnante resta la gestione di quei passaggi da un sistema all'altro. La capacità di assolvere a questo ruolo, e quindi la possibilità che quelle dinamiche abbiano luogo, necessita di un lavoro di carattere interpretativo che connetta i passaggi, le idee, le soluzioni contingenti così come emergono in un dato contesto educativo.

2.2. Aspetti didattici: interpretazione e mediazione

Alla luce delle considerazioni esposte sopra, sembra interessante considerare l'idea di *unpacking* proposta da Radford (2009b), evocante una operazione in cui un individuo, uno studente, entra in contatto con un costrutto culturale che in qualche modo gli è dato. Questo spaccettamento, visto come presa di coscienza, non è mai neutrale e, soprattutto, viene comunque veicolato da un insegnante.

Questo *unpacking*, ripensato allora anche come operazione di mediazione operata dall'insegnante - o in generale da chi conduce un gruppo di lavoro - apre alla possibilità di riflettere sul tipo di operazione con cui dovrebbero confrontarsi le persone impegnate a costruire ponti tra certi pezzi di cultura storicamente stabilizzati e l'esperienza condotta dentro i vincoli stabiliti da condizioni contingenti.

L'operazione a cui ci stiamo riferendo, del resto, potrebbe essere opportunamente riconsiderata come più ampia e profonda di una risistemazione, un adattamento di certi contenuti a fini didattici, comunicativi e didascalici. Più feconda ci sembra piuttosto l'idea di *interpretazione*, come operazione trasformativa e produttiva operata a partire da certi *testi*. In tale ottica, il costrutto di *conoscenza interpretativa* (Ribeiro, 2016) appare utile al lavoro dei ricercatori in educazione matematica, per chi si occupa della formazione degli insegnanti e per gli insegnanti stessi.

In contesti dedicati alla formazione degli insegnanti, la competenza di carattere interpretativo consente di sviluppare conoscenze matematiche attraverso il confronto. In particolare, il lavoro di interpretazione di quanto prodotto negli ordinari contesti di apprendimento permette di fare emergere le potenzialità dell'esplorazione matematica prendendo le mosse dalle proposte di soluzioni non standard (Borasi, 1996) o da quelle che si caratterizzano per qualche forma di incongruenza interna o con quanto culturalmente stabilizzato.

Risulta perciò importante esplorare le convinzioni degli insegnanti relative a quanto prodotto dagli studenti con cui lavorano, al fine di ampliare la comprensione degli elementi che possono avere una ricaduta sul loro modo di orientare le attività in classe e, soprattutto, al fine di trovare soluzioni per valorizzare il potenziale intrinseco nelle dinamiche che si producono nei contesti di apprendimento, rendendone possibile un efficace dispiegamento.

Una interessante suggestione a riguardo può essere raccolta riferendosi a un contributo di Werner Bärtschi (1989) intorno al rapporto tra intuizione e consapevolezza nel lavoro di un musicista. Questi, considerato come interprete, si trova a confrontarsi con quattro ordini di problemi: con l'opera, con lo strumento, con il pubblico e con se medesimo. Senza entrare in pelose analogie con la condizione dell'insegnante, ci pare che anche questa figura si trovi tirata da un lato da un'opera che deve essere "letta", richiedendo questo lavoro "quel tipo di attenzione e di rapporto con l'oggetto che può essere chiamato scientifico", nonché una competenza di natura tecnica; da un altro lato dalla necessità di attribuire un senso all'opera (avendo più o meno implicitamente assunto che ogni

transazione comunicativa rimanda alla fondazione di senso); da un altro lato ancora dalla irriducibile necessità di operare delle scelte interpretative, anche nei casi in cui si operi sotto il paradigma della fedele trasposizione.

Questa pratica interpretativa, questa rilettura, si sviluppa e prende corpo (o almeno così dovrebbe essere) contestualmente allo svolgersi dell'esperienza, così che il lavoro di chi insegna può essere connotato anche in riferimento alle sue peculiarità estetiche (la metafora evocata sopra non è, del resto, casuale).

Di fatti, *una* esperienza educativa può essere considerata in primo luogo come esperienza in sé, con un suo proprio carattere e una sua unità. L'elemento centrale di un'esperienza secondo il suo carattere estetico appare essere allora il raggiungere al suo interno integrazione e compimento grazie a un movimento ordinato e costante. Di contro il non-estetico è racchiuso entro due confini ai cui poli vi è da un lato la successione slegata, dall'altro costrizioni e parti che hanno tra loro solo connessione meccanica (Dewey, 2020).

Per quello che riguarda questioni inerenti alle dinamiche cognitive che caratterizzano lo sviluppo dei concetti, lo sfondo entro cui può essere utile muoversi è fornito dall'approccio socioculturale, che stabilisce connessioni tra pensiero ordinario e pensiero scientifico. Nella prospettiva che qui fa da quadro di riferimento, lo sviluppo dei concetti in quei due ambiti segue linee evolutive che si muovono in versi opposti, andando l'una incontro all'altra: quelli scientifici originando nella sfera della presa di coscienza e della volontarietà; quelli quotidiani originando nella sfera dell'applicazione concreta e dell'esperienza, con un senso dato dalla situazione (Vygotskij, 1990).

In processi del tipo di quelli qui delineati, una funzione genetica fondamentale è giocata dall'uso dei segni (gesti, parole, disegni, scritte), dalla loro interpretazione, dalla loro funzione strumentale nell'orientare discorsi e azioni e dalla relativa dinamica di interiorizzazione che è all'origine della stabilizzazione dei concetti e dello sviluppo del pensiero (Vygotskij, 1978).

Da questo punto di vista, il ruolo di chi insegna - e ci riferiamo qui a chi insegna matematica - può essere caratterizzato come quello di

chi opera una forma di mediazione semiotica, tra il sistema di segni situati, prodotti localmente da un gruppo che sta lavorando intorno a un problema matematicamente rilevante, il sistema di segni propri della matematica, così come sono culturalmente stabilizzati con il loro uso, e le persone che sono direttamente coinvolte nel processo di apprendimento. L'insegnante si dovrebbe avvalere della sua esperienza e delle competenze inerenti alla gestione sia di aspetti disciplinari che di aspetti didattici per operare una tale mediazione, ovvero per sostenere e accompagnare processi di interiorizzazione che determinano lo sviluppo di concetti matematici.

In questo quadro, si può riconoscere il ruolo che gli artefatti possono svolgere come strumenti utili alla mediazione semiotica (Bartolini Bussi, 2008), ovvero strumenti che si collocano al centro di relazioni tra le idee sviluppate dagli studenti, i problemi che devono risolvere, il sistema formale (di segni) attraverso cui cercano e ottengono soluzioni, il sistema formale dato dall'impianto della matematica. Qui, in linea con una impostazione della didattica della matematica ampiamente stabilizzata, si sta intendendo artefatto in un senso ampio, usando questo termine per includere strumenti materiali, testi, exhibit, costrutti teorici e - più in generale - prodotti culturali (Wartofsky, 1979). Questi prodotti, da una parte, che inglobano i significati dei concetti che sono andati stabilizzandosi storicamente e che si vogliono ricostruire in un contesto educativo; dall'altra parte essi possono costituire gli oggetti entro cui si reificano i processi cognitivi coinvolti nei processi di apprendimento.

Coerentemente con un questo punto di vista, associata la necessità di garantire un movimento libero tra riflessione, produzione di rappresentazioni, esplorazione fenomenologica, azione sul piano operativo, è opportuno individuare elementi che caratterizzino i contesti educativi in modo che non ci sia un ordinamento lineare delle azioni da intraprendere, bensì in modo che sia possibile una continua interferenza tra aspetti pragmatici e aspetti esplicativi e in modo che i concetti e le indicazioni pratiche siano generati contestualmente (Arzarello, 1998). Contesti così disegnati offrono strumenti sia per progettare gli interventi didattici, sia per analizzarne lo sviluppo.

Sviluppare una sensibilità nella pratica interpretativa permetterebbe agli insegnanti di costruire significato a partire dalle produzioni degli studenti, così che tali produzioni siano intese come materiale fondamentale per lo sviluppo dell'apprendimento, anche quando sono non-standard. In questa prospettiva, i contesti educativi dovrebbero essere disegnati con l'idea di sollecitare permanentemente la produzione di materiali che possano essere oggetto di analisi da parte degli insegnanti e in modo tale da potere essere riutilizzati come inneschi per i vari passi del percorso educativo (Di Martino, 2017).

Inoltre, praticare esercizi di interpretazione di quanto portato dagli studenti, potrebbe permettere agli insegnanti di sviluppare strategie di stampo effettivamente costruttivista, anche nel caso in cui le soluzioni proposte dagli studenti fossero disallineate da quelle attese dall'insegnante.

In questo quadro, uno degli elementi centrali del lavoro dell'insegnante viene a configurarsi come una pratica di ascolto finalizzato a un'azione ermeneutica più flessibile di quella che si avrebbe nel caso in cui l'insegnante si concentrasse sull'aderenza di quanto portato dagli studenti con un impianto di risposte e strategie preordinate (Davis, 1997). In un effettivo processo di interpretazione, l'insegnante si occupa di ridisegnare in corso d'opera un percorso di apprendimento che inglobi le produzioni matematiche degli studenti. Chiaramente, i ragionamenti non standard sono in questo caso elementi fondanti del processo di costruzione di competenze in matematica.

Risulta importante denotare le diverse dimensioni che caratterizzano la competenza che dovrebbe essere propria di chi insegna matematica. Possiamo pensare a un sistema articolato in cui alla capacità di trattare consapevolmente gli aspetti della sottocultura disciplinare si affianchi quella di occuparsi degli aspetti più marcatamente educativi e formativi. Perciò, da un lato ci si aspetta che ciascun insegnante abbia sviluppato un sapere relativo agli argomenti da trattare, agli elementi strutturali che caratterizzano la matematica così come alle pratiche tipiche della produzione culturale in quell'ambito; dall'altro lato, chi insegna dovrebbe tenere presenti (e avere un'idea di come gestire) nodi che riguardano le

strategie di insegnamento e le dinamiche di apprendimento della matematica, nonché quali siano quegli elementi riconosciuti come standard nei processi di educazione e formazione in quell'ambito (Carrillo, 2013).

Chiaramente, il modo in cui ciascun insegnante si posiziona rispetto alle dimensioni citate sopra determina la forma che dà alle esperienze educative di cui è responsabile. Per cui, un lavoro che abbia come obiettivo l'individuare soluzioni che migliorino l'apprendimento della matematica deve passare per una riflessione sul miglioramento delle pratiche di insegnamento e, quindi, delle competenze che sono state precedentemente delineate.

Sembra importante sottolineare in che termini le conoscenze di carattere più marcatamente disciplinari, ovvero quelle connesse alla struttura stessa della matematica, possano contribuire ad delinearsi di una competenza interpretativa sufficientemente articolata. Quelle conoscenze dovrebbero mettere chi insegna nella condizione di riuscire a riconoscere nei discorsi, nelle produzioni scritte, nelle strategie risolutive degli studenti quegli elementi utili a costruire i concetti matematici così come sono stabilizzati. Ci stiamo riferendo, quindi, alla possibilità di sviluppare un potenziale intrinseco nei modi in cui ordinariamente le persone comprendono e agiscono, ovvero quelli in cui si radicano cognitivamente anche le rappresentazioni e le pratiche proprie della matematica.

2.3. Senso comune come sistema culturale

Il punto di vista che qui viene proposto parte dall'interesse di collocare l'educazione scientifica e matematica in riferimento al contesto culturale entro cui essa si sviluppa, in un quadro in cui quella pratica educativa venga considerata per il modo in cui - in seno ad essa - si costruiscono significati, si attribuisce senso all'azione, si acquisiscono abilità simboliche (Bruner, 2015).

Da un lato consideriamo la prospettiva scientifica - in particolare quella offerta da fisica e matematica - come sistema di rappresentazioni, discorsi e pratiche storicamente determinate e sociologicamente collocate (Latour, 1998). Dall'altro lato consideriamo il senso comune come sistema culturale, con le sue qualità di *naturalità, praticità, leggerezza, non-metodicità e accessibilità* (Ge-

ertz, 2001). Il problema da cui muoviamo è quello di indagare sulle potenzialità (in ambito educativo) offerte dal considerare il modo in cui interagiscono e interferiscono queste due forme di pensiero.

In questa prospettiva sembra allora rilevante collocare la pratica educativa in un quadro fondato sul riconoscimento della connessione tra pensiero ordinario e pensiero scientifico, così come essa è intesa in una prospettiva vygotskijana, cioè quella per cui lo sviluppo dei concetti in quei due ambiti segue linee che si muovono in versi opposti, andando l'una incontro all'altra: quelli scientifici originando nella sfera della presa di coscienza e della volontarietà; quelli quotidiani originando nella sfera dell'applicazione concreta e dell'esperienza, con un senso dato dalla situazione (Vygotskij 1990).

L'approccio scientifico, inoltre, è prevalentemente denotato da un carattere di analiticità, finalizzato a stabilire nessi causali, piuttosto che interessarsi a produrre senso e interpretazione di situazioni considerate sinteticamente, nella loro unità.

Un'esperienza di educazione scientifica è rivolta, in quanto tale, a considerare i fatti che si sviluppano e procedono entro essa in termini di loro componenti elementari costruiti ad hoc, così come tenterà di costruire discorsi e rappresentazioni adeguate a orientare il modo in cui i fenomeni vengono osservati e il modo in cui si opera in certe situazioni. In un'esperienza di educazione scientifica si raggiungono e stabilizzano soluzioni di problemi parziali. Queste soluzioni diventano punti di partenza, come gradini per ulteriori passaggi verso la soluzione di problemi più complessi.

Storicamente è stata proposta la possibilità di un approccio al materiale fattuale che, a partire da una visione unitaria, da un'idea archetipica, permettesse la produzione di discorsi esplicativi e di indirizzi sul piano operativo. Secondo questo approccio, i fatti sono riordinati secondo una fenomenologia che si radica intorno a fenomeni originari. "Tutto mano a mano si inserisce in regole e leggi più complesse, che però non si rivelano all'intelletto attraverso parole e ipotesi ma anch'esse all'intuire attraverso fenomeni" (Goethe, 2008).

L'attenzione a una relazione globale e qualitativa con l'oggetto di interesse viene evidenziata dalla critica mossa - nell'ambito dello sviluppo di questa idea - alla scienza moderna, in relazione alla sua tendenza (che assume il ruolo di posizione epistemica) a osservare la natura sotto condizioni controllate e artificiali; l'osservazione è sempre di più mediata da strumenti, piuttosto che considerare e studiare i fatti nelle condizioni in cui ordinariamente si presentano.

Per quanto questo punto di vista non coincida con quella che è risultata essere la via che l'approccio delle scienze naturali ha preso (incluso il modo in cui matematica ne mette in forma gli oggetti di studio), esso è portatore di elementi che sembrano avere rilevanza per la costruzione di riferimenti educativi in ambito scientifico. Innanzitutto appare notevole la possibilità di non tenere separate, bensì fortemente integrate, diverse forme di esperienza e diversi modi di confrontarsi con il materiale fattuale: analisi e sintesi possono dunque camminare insieme non come momenti sequenziali di operazioni di smontaggio e rimontaggio (che sarebbero di per sé squisitamente analitiche), quanto piuttosto come modi coesistenti di confrontarsi con il mondo.

La possibile e feconda coesistenza di questi due modi garantirebbe la possibilità che delle cose e dei fatti si parlasse - e si operasse su essi - da un lato attingendo al largo bagaglio di esperienze personali e collettive che sono quelle entro cui si costruisce significato, quelle cioè del senso comune e del linguaggio ordinario. Muovendosi entro ambiti familiari sarebbe possibile costruire e affinare strategie operative e tecniche discorsive adeguate alla spiegazione, alla giustificazione dei fatti stessi, mano a mano assunti allo stato di fenomeni.

Quindi stiamo disegnando uno scenario in cui un approccio estetico (nel senso delineato sopra) all'esperienza educativa garantirebbe lo stabilirsi di un terreno di lavoro su cui fare incontrare senso comune e prospettiva scientifica, in un laboratorio in cui certe operazioni hanno senso perché connesse in un più ampio quadro e perché funzionali a certi scopi e a certe possibili trasformazioni.

Qui si pone, dunque, il problema di costruire situazioni significative, o meglio sensate, entro cui succedono fatti riconoscibili dalle persone come pratiche plausibili. Un tale problema può essere

ricondotto a quello di riconoscere la coesistenza di due forme di pensiero complementari: quelle definite da Bruner (1992) come pensiero narrativo e pensiero paradigmatico.

Questa distinzione e il legame tra queste due forme (che in qualche modo riguardano il modo in cui le persone danno senso alle esperienze) possono aiutare a individuare gli ingredienti che è opportuno che stiano in un contesto educativo, ovvero di significativa ricostruzione culturale. In particolare, ci aiutano a collocare (gli elementi di) una certa sottocultura di cui siamo portatori con il più ampio sfondo culturale entro cui le esperienze che conduciamo si sviluppano. Quindi il quadro di riferimento che ci costruiamo ci permette di orientare continuamente l'azione, reinterprestando quello che via via succede.

Queste riflessioni invitano dunque a un certo modo di progettare esperienze educative in ambito scientifico e matematico. In primo luogo, invitano ad approntare situazioni entro cui il senso si costruisce, come usualmente, mettendo insieme quello che si fa, con quello che si dice, con quello che si vede fare. Soprattutto, ci permettono di intrecciare ipotesi paradigmatiche e attività interpretativa, in modo che le prime funzionino come strumenti per la selezione di scelte nella seconda.

2.4. Matematica e fisica

Può essere utile considerare la relazione tra matematica e fisica, non solo perché in alcuni casi le esperienze di apprendimento e insegnamento di queste due discipline sono condotti insieme, ma soprattutto perché questo ci consente una riflessione sul rapporto tra formalizzazione matematica ed esplorazione fenomenologica.

Mettendo insieme le considerazioni esposte nelle sezioni precedenti, possiamo dire che l'obiettivo della mediazione didattica dovrebbe essere quello di creare condizioni che permettano un'interferenza costruttiva tra i modi individuali di comprendere e la sistemazione degli aspetti disciplinari. La pratica didattica dovrebbe allora fondarsi su una ricostruzione - operata a livello individuale e collettivo - della connessione dinamica tra segni (con le loro regole di funzionamento) e significati che ad essi possono essere attribuiti. Vale a dire che le pratiche di insegnamento dovrebbero con-

sistere, come sopra accennavamo, nella costruzione di ponti tra quello che sappiamo (e possiamo) dire nell'esperienza quotidiana e il punto di vista offerto dalle diverse discipline, cioè quello che possiamo fare e dire scientificamente.

Questa distanza deve essere colmata seguendo entrambe le direzioni: dal senso comune ai concetti scientifici, per dare plausibilità alle principali idee che caratterizzano il modo scientifico di guardare il mondo; al contrario, per consentire e sviluppare un loro uso consapevole e volontario.

Così, il nostro principale scopo è quello di rendere le strutture disciplinari risonanti con le idee, le azioni, le rappresentazioni di studentesse e studenti (includendo gli aspetti gestuali, iconici e linguistici): questa risonanza è cruciale se si vuole che i modelli culturali oggetto della cosiddetta trasmissione siano percepiti come strumenti utili.

Per chiarire questo discorso, proviamo a riconoscere e distinguere che genere di contributo specifico può provenire dai modi di formalizzare e dare struttura che sono tipici della matematica e quale invece il contributo che viene dalla fisica, per quanto essi restino irriducibilmente intrecciati.

Potremmo dire che il ruolo del formalismo in fisica è principalmente quello di fornire una struttura causale generale. Gli aspetti fattuali sono riorganizzati attraverso strategie di modellizzazione basate sulla definizione di correlazioni stabili tra variabili, marcando i caratteri di interazione di specifici sistemi e rendendo possibile il trattamento metaforico (per esempio descrizioni, variazioni, previsioni) del comportamento dei sistemi.

D'altro canto, il sistema formale offerto dalla matematica è centrato sull'individuazione di strutture operative, indipendenti dal contesto, la cui invarianza è garantita da aspetti fattuali stabili: fare ipotesi e selezionare strategie inerenti ai modi di azione coinvolge lo stabilire relazioni tra materiali concettuali e lo sviluppare discorsi razionali che possono assumere (non solo nella pratica scientifica) le forme del calcolo matematico (Dewey, 1974).

In questo quadro tanto la fisica che la matematica possono essere considerati come sistemi formali (con i loro propri segni e relative

regole di funzionamento) che permettono una parziale ricostruzione interna di processi esterni, in due modi diversi e complementari: come una interfaccia attraverso cui si selezionano e si danno reciprocamente forma ad aspetti fattuali significativi, secondo spiegazioni causali; e come struttura formale, in qualche modo considerata integrata ai fatti, che tenga conto della loro coerenza riconoscibile in legami stabili e in varianti tra prescrizioni operative e linguistiche.

Ora, se riconoscere stabilità è centrale per la costruzione di un modo di considerare il mondo che sia matematico e/o fisico, solo un continuo e controllato cambiamento di parametri e contesti e il relativo riconoscimento di schemi (formali, metaforici) invariati possono rinforzare e rendere efficaci le dinamiche cognitive contestualmente sviluppatesi. Come a dire che una strategia variazionale come quella a cui si sta facendo riferimento, e sviluppata per entrambe le discipline, appare cruciale al fine di condurre processi di apprendimento significativi.

Per quello che riguarda, poi, il problema di mediazione tra cognizione individuale e struttura disciplinare, vogliamo qui sottolineare due questioni che potrebbero aiutare a disaccoppiare (benché in modo necessariamente parziale) l'intreccio di matematica e fisica, mettendo in evidenza il supporto - sul piano cognitivo - che l'una può fornire all'altra, sempre tenendo al centro la questione didattica.

Del resto, resta necessario capire quali sono i modi per costruire quei terreni comuni tra pensiero ordinario e concetti scientifici (matematici e fisici). Qui ci interessa in maniera particolare mettere in risalto la loro complementarità, nel senso che l'uno può fornire mediazione tra l'altro e i concetti comuni.

Da un lato la fisica - come sistema formale (diremmo eminentemente linguistico), risultato di attenzione volontaria e cosciente - offre alla scrittura matematica "un sistema di significati già pronti" (Vygot'skij 1990), che costituiscono gli elementi preliminari per un nuovo sistema, in cui è possibile riconoscere una semplice struttura di correlazione (generalmente più semplice di quella propria dei concetti ordinari) e chiare istruzioni e direzioni operative.

Dall'altro lato la matematica - come sistema simbolico (una scrittura, prevalentemente) - è fatta di segni e rispettive regole che permettono di orientare il modo di operare, riferendosi a concetti ordinari (nella sfera delle applicazioni concrete e dei problemi propri dei contesti quotidiani) così come a quelli scientifici (nella sfera completamente definita da consapevolezza e volontà), così da potere agire come tessuto connettivo tra essi. In questo modo la matematica permette di costruire un legame tra due linee di sviluppo che vanno una incontro all'altra. In virtù del suo flessibile (e generico) spazio di significati (e fornendo un modo di operare e di parlare delle cose), la matematica può indirizzare lo sviluppo di analogie e metafore, indicando un modo efficace di costruire variabili e permettendo di evidenziare nodi causali stabili.

Perciò, ci sembra che non ci sia alcuna priorità logica o genetica (in senso cognitivo) di fisica o matematica sull'altra. Piuttosto, un'attenta pianificazione del lavoro di insegnamento dovrebbe puntare a costruire situazioni sensibili all'interferenza tra i diversi strumenti culturali e scegliere opportunamente dei contesti di lavoro in cui, attraverso una mediazione consapevole, lo sviluppo autonomo della scrittura matematica permetta di re-inquadrare la stessa fenomenologia dalla quale questa scrittura era nata.

2.5. Significato e uso

Durante il '900 i contributi di Austin e Wittgenstein hanno influenzato radicalmente la filosofia del linguaggio. Il lavoro di Austin, con la costruzione del concetto di *atto linguistico* (Austin, 1987), ha segnato la svolta dalla concezione del linguaggio inteso come descrizione del mondo alla concezione del linguaggio come azione. Per quanto in una nota a margine di un manoscritto Austin avesse indicato "meaning and use both useless", la sua attività, che portò alla formulazione delle idee di atti locutori, illocutori e perlocutori aprì alla visione delle profonde connessioni tra aspetti semantici e pragmatici, che erano già stato oggetto di interesse delle indagini di Wittgenstein.

La riduzione del significato all'uso, e il riconoscimento che questo può essere compreso soltanto facendo riferimento alle "forme di vita", ai nostri atteggiamenti e alle nostre reazioni, implica la consi-

derazione delle regole di questo uso e del nostro atteggiamento di fronte ad esse. Ci si può chiedere che cosa significhi "comprendere un ordine", "rispettare una regola", "saper fare qualcosa". *Comprendere, rispettare, sapere* sono *stati interni*. Nella prospettiva proposta da Wittgenstein la risposta alle domande di sopra deve passare per l'analisi dell'uso linguistico di "comprendere", "rispettare", "sapere".

Così, è possibile dire che qualcuno sa rispettare una regola, oppure ha compreso l'ordine che gli è stato dato quando, dopo avergli insegnato - per esempio - a continuare una successione numerica (spiegandogli la legge che la definisce) quel qualcuno si comporta in un certo modo ed è possibile constatare regolarità nel suo comportamento.

Quello che accade in quel qualcuno è importante soltanto nella misura in cui ha un aspetto pubblico, traducibile in termini di comportamento. Il punto fondamentale risiede nel fatto che questo aspetto pubblico è sempre reso possibile da un sistema di istituzioni, per cui "comprendere una proposizione significa comprendere un linguaggio" (Wittgenstein, 2009). Nessuno degli stati interni sarebbe possibile senza l'istituzione dell'impiego del linguaggio. Può sperare "solo colui che è padrone del linguaggio. Cioè i fenomeni dello sperare sono modificazioni di questa complicata forma di vita". Lo stesso potremmo dire del comprendere, del rispettare (regole) o del sapere (fare).

Se, dunque, anche i fenomeni del comprendere, come del conoscere, del rispettare regole e del saperle applicare sono modificazioni di quella *complicata forma di vita* che è il linguaggio, sembra opportuno soffermarsi a considerare l'inappropriatezza di riferirsi alle idee di conoscenza, abilità e competenza (così come suggerite dal documento EQF (Parlamento UE, 2008) in relazione alla progettazione didattica e alla relativa valutazione) come elementi *descrittivi* di certe prerogative dello status di chi apprende. La loro stessa definizione, del resto, ne mette in risalto il carattere contraddittorio, nel caso in cui si tenti di utilizzarle (come avviene tipicamente nei documenti destinati alla redazione di progetti di intervento educativo).

Ci sembra invece più opportuno utilizzarle per la costruzione di discorsi intorno alle esperienze educative, nello sviluppo di forme logiche che sono in un certo senso - come proveremo a chiarire nella sezione seguente - indistinguibili da quelle metodologiche.

2.6. Questioni di metodo

Abbiamo insistito sull'idea che il lavoro di un insegnante consista sostanzialmente in un'attività di mediazione, che si sviluppa almeno su due livelli. Il primo è quello interno al gruppo di lavoro, nel senso che l'insegnante si prende il carico di gestire le diverse istanze, i punti di vista, le prospettive, le risorse e le difficoltà che circolano all'interno del gruppo di cui è responsabile, nell'ottica di costruire significati condivisi all'interno del gruppo stesso. Ad un altro livello, l'insegnante è anche responsabile della produzione di legami significativi tra la cultura del suo gruppo e la cultura, o almeno quella parte di cultura (nel nostro caso quella scientifica) così come si è storicamente stabilizzata ed entro cui il gruppo si muove.

In tale prospettiva, un'esperienza di formazione dovrebbe essere centrata intorno alla possibilità di mettere gli insegnanti nelle condizioni di confrontarsi effettivamente con il complesso quadro a cui sopra si è fatto riferimento, in una dimensione che è sostanzialmente quella della ricerca-azione. Questo implicherebbe la capacità di rileggere i contenuti propri delle discipline - nel nostro caso quelli della matematica - da insegnare alla luce di una profonda consapevolezza epistemica e pedagogica: in un'ottica in cui debba essere promossa quella che in letteratura è indicata come pratica riflessiva (Schön, 1987).

Si possono considerare due dimensioni lungo le quali il concetto stesso di riflessione può essere collocato (McLaughlin, 1999). Il primo si riferisce alla "natura" - possiamo dire al carattere - della riflessione, che può riferirsi ad uno spettro ampio di questioni che si estendono da problemi esplicitamente e sistematicamente riguardanti conoscenze tecniche, fino ad aspetti che investono quelli che possono essere approcci impliciti e intuitivi per la gestione di situazioni in atto.

La seconda dimensione riguarda il "fuoco" dell'attività riflessiva e si estende da oggetti specifici (strettamente legati a particolari e

limitati problemi individuati dagli insegnanti) fino a questioni di carattere generale e di contesto (entro cui gli insegnanti inquadrano la loro attività).

Considerare la prima di queste due dimensioni implicherebbe una formazione orientata dalla promozione di un insegnamento come pratica riflessiva che mira a favorire la riflessione "in azione" attraverso una riflessione retrospettiva "sull'azione" (Schön, 1987). Nel nostro caso la riflessione sull'azione dovrebbe essere guidata da idee generali su come dovrebbe essere delineato un approccio didattico centrato sui modi propri di fare matematica.

Prendere in considerazione la seconda dimensione significa tenere presente che attività di formazione in grado di promuovere la pratica riflessiva dovrebbero includere la possibilità di collegare ciò che accade (o può accadere) in classe con quei più ampi aspetti delle esperienze di insegnamento-apprendimento, che spaziano dalle questioni filosofiche, politiche e sociali - influenzanti le scelte degli insegnanti - fino alle caratteristiche degli specifici contesti di apprendimento.

Questo tipo di lavoro, come abbiamo avuto modo di sottolineare in precedenza, non può fare a meno - nel suo sviluppo - di approcciare le questioni considerate in una dimensione che è quella propria dell'attività che è denotata come ricerca. In questa ottica le scelte metodologiche caratteristiche della pratica di insegnamento dovrebbero rispondere ad istanze di ricerca.

Più in generale - e ancora più radicalmente - si vuole qui assumere che le forme logiche (con le loro proprietà distintive) originano dall'attività di ricerca e riguardano il controllo su quella stessa attività, per quello che concerne i suoi aspetti operativi e l'*asseribilità giustificata* delle affermazioni prodotte tramite essa. Questo significa che il problema logico non è di fatto separato da quello metodologico, così come gli aspetti concettuali devono essere considerati insieme ai modi operativi. In questa prospettiva, la ricerca (e quindi anche la pratica di insegnamento) può essere considerata come una trasformazione controllata di una situazione indeterminata in un'altra che è determinata - per quello che riguarda le sue relazioni e distinzioni costitutive - così che i diversi elementi della situazione originaria sono convertiti in un tutto unificato. Dove con

“situazione” si intende un contesto comprensivo in cui eventi, oggetti, giudizi e idee sono connessi in modo tale che la qualità unitaria della situazione stessa regola la selezione delle osservazioni e la loro collocazione in un quadro concettuale (Dewey, 1974).

Una seconda questione riguarda aspetti che possono essere fatti risalire a problemi più prettamente cognitivi, con una particolare attenzione alla formazione e alla strutturazione dei concetti, nonché al loro uso, ovvero la loro funzione strumentale nell’orientare discorsi e azioni, così come evidenziato dall’approccio socioculturale (Vygotskij, 1978).

Se dunque ammettiamo che il lavoro dell’insegnante deve essere connotato da un forte carattere di ricerca, ovviamente nella dimensione della ricerca-azione, e se riconosciamo che questo significa riconoscere le questioni sopra esposte come centrali, possiamo allora pensare di proporre una forma di approccio all’attività di insegnamento facendo riferimento a quel quadro delineato in letteratura come *design study* (Cobb et al., 2003), nel senso che esso sarà caratterizzato da:

- a. Il considerare i processi di insegnamento/apprendimento in una prospettiva ecologica, intendendo che in fase di progettazione l’attenzione deve essere focalizzata sulla costruzione di contesti pensati come spazi per la dinamica di sistemi interagenti, piuttosto che mirare a indicare collezioni di attività o liste di fattori separati che influenzano l’apprendimento.
- b. L’esplicitare le assunzioni di carattere teorico, che guidano la progettazione delle attività da condurre e a cui ci si riferisce come quadro esplicativo, in un processo iterativo di continuo aggiustamento e specifica delle assunzioni stesse e delle forme che caratterizzano le pratiche da intraprendere, in cui le une rimandano alle altre. Questo significa che, di volta in volta, si tenderà a circostanziare in che termini la teoria orienta le scelte progettuali.
- c. Un carattere altamente interventista e “ingegneristico”, in cui la necessità di specificare le scelte nella progettazione delle attività e nella loro conduzione obbliga a decidere (ed esplicitare) su quali aspetti del processo educativo porre enfasi e

attenzione (e intorno a cui indagare) e quali altri sono considerati ancillari o assunti come retroterra (e quindi scarsamente o per nulla analizzati).

Alla luce delle considerazioni esposte in questa e nelle precedenti sezioni, appare chiaro che la stessa idea di programmazione didattica a cui ci sembra ragionevole e sensato fare riferimento non prevede stesure di programmi in cui si specifichino dettagli procedurali e in cui si presentino brandelli di costrutti disciplinari o riduzioni striminzite di scenari esperienziali. Ci interessa piuttosto riconoscere che la funzione di mediazione di un insegnante non può che dipanarsi dentro la contingenza delle situazioni in cui si verranno a trovare i gruppi di lavoro, sulla scorta di una sensibilità (raffinata dalla continua ricerca) verso i nodi centrali della mediazione didattica, intesa come mediazione culturale. Questo implica, allora, che la programmazione dovrà di volta in volta consistere nella definizione e nella messa a punto di un contesto di lavoro (delineato ovviamente da scelte e possibilità inerenti al setting, ai possibili problemi da porre e agli strumenti da usare) che sia sufficientemente flessibile da garantire lo sviluppo di linee di esplorazione che prendano le mosse dalle dinamiche prodottesi in seno a ciascun gruppo di lavoro; e allo stesso tempo sufficientemente strutturato da permettere la convergenza – opportunamente mediata – di quelle linee di sviluppo verso elementi riconosciuti (e tipicamente stabiliti fin dall’inizio) dalla guida dei gruppi stessi come culturalmente rilevanti. Il buon (nel senso di efficace e significativo) funzionamento di un tale processo e la relativa azione di mediazione condotta dall’insegnante passano per l’esplicitazione di *chiavi di lettura* dell’intera esperienza di educazione scientifica. Le stesse pratiche di valutazione, nella forma e nei contenuti, devono essere definite coerentemente con l’impianto entro cui si decide di muoversi.

In questo quadro, ci sembra che un’attenzione particolare dovrebbe essere rivolta alla pratica della scrittura. Questa, in contesti in cui le esperienze formative fossero significative, dovrebbe essere orientata proprio alla rielaborazione creativa dell’esperienza stessa.

2.7. Sull'offerta formativa

Le attività di formazione rivolte a insegnanti di matematica si sono caratterizzate come disegni, sperimentazioni e analisi di attività didattiche. Per progettarle, i partecipanti al corso hanno potuto ispirarsi a risorse didattiche messe a disposizione. In particolare, è stato suggerito l'uso di quanto era stato prodotto in seno al progetto M@t.abel e al progetto PerContare. I materiali prodotti nel primo erano stati sviluppati intorno a nodi concettuali propri della matematica, riguardanti tanto aspetti epistemici che cognitivi. I materiali prodotti nel secondo si caratterizzano per rispondere all'esigenza di costruire percorsi centrati sull'uso di artefatti e sulla centralità dei problemi di mediazione semiotica nei processi di apprendimento e insegnamento della matematica.

È stato possibile usare queste risorse per elaborare proposte didattiche significative e capaci di affrontare la maggior parte delle difficoltà nell'apprendimento dei concetti chiave della disciplina.

Tuttavia, è parso necessario proporre, ai partecipanti al corso, alcune riflessioni di esperti in didattica della matematica, che offrissero elementi utili a rielaborare quelle proposte alla luce di quanto delineato nelle sezioni precedenti. I temi toccati riguardano diversi aspetti complementari.

Questi contributi prendono le mosse dalla necessità di individuare una strada per coniugare l'esigenza di stabilizzare competenze formali e procedurali con quella di sostenere lo sviluppo di processi cognitivi e metacognitivi che stanno alla radice della costruzione di significati in matematica.

Una particolare attenzione è rivolta agli aspetti semiotici implicati nella pratica matematica, considerando la rilevanza dell'attività di interpretazione di segni prodotti in diversi registri, nonché della possibilità di stabilire corrispondenze tra registri diversi.

In questo quadro, viene discusso come alcuni costrutti della linguistica possano essere usati per caratterizzare aspetti critici nei processi di apprendimento e insegnamento della matematica. In particolare, si mette in evidenza il contributo che viene dalla pragmatica per interpretare il modo in cui la lingua è usata in contesti in cui risulta rilevante la messa in gioco di concetti matematici.

Inoltre, viene dato spazio a una riflessione sulla integrazione tra matematica e fisica per suggerire possibili percorsi da sviluppare in classe. Una particolare attenzione è rivolta alla relazione di diretta proporzionalità tra grandezze usate per caratterizzare il comportamento di diversi sistemi materiali, alla rilevanza della pratica di misura, e del funzionamento dei relativi strumenti, nei processi di insegnamento e apprendimento della matematica e, più in generale, alle opportunità educative offerte dalla costruzione di modelli matematici per lo studio della dinamica di sistemi di diversa natura.

Al fine di promuovere una conduzione del lavoro in classe che sia connessa alle effettive dinamiche che lo caratterizzano, viene posta particolare attenzione alle strategie di valutazione. Da un lato, si suggerisce come prendere le mosse da quanto realizzato da alunne e alunni, in contesti di educazione matematica, al fine di restituire loro feedback utili a sostenere la costruzione di concetti rilevanti in quell'ambito disciplinare. Dall'altro, viene discusso come disegnare e condurre attività didattiche che tengano conto delle analisi qualitative e dei risultati statistici di alcuni quesiti INVALSI di matematica, considerando il fatto che una prova standardizzata può fornire solo alcune informazioni che necessitano di una integrazione con elementi raccolti negli ordinari contesti educativi e di una interpretazione a cura degli insegnanti.

3. Pratiche didattiche

In questo capitolo si riportano, a titolo esemplare, le sintesi di alcune pratiche sperimentate e documentate durante il percorso di formazione. Esse sono introdotte da una riflessione orientata a evidenziare alcuni aspetti che le caratterizzano e che sono coerenti con quanto delineato nelle sezioni precedenti. Le schede in cui sono riportate queste sintesi sono accompagnate da commenti di insegnanti che hanno avuto il ruolo di conduzione di gruppi lungo lo sviluppo del percorso di formazione. Introduzione, sintesi e delle pratiche e relativi commenti sono distinte tra quelle per il primo ciclo e quelle per il secondo ciclo.

3.1. Primo ciclo

Introduzione

Nel disegnare e condurre percorsi di apprendimento e insegnamento in matematica, soprattutto nel caso in cui questi coinvolgano alunne e alunni molto giovani, andrebbe attribuita centralità al ruolo giocato da corpo, discorso e segni. D'altro canto, è importante tenere presente che la gestione dei sistemi di segni non è esautiva degli aspetti di cui tenere conto. Infatti, i processi che sottendono alla produzione dei costrutti (matematici) si radicano anche in sistemi di attività che includono uso di mezzi fisici ed esperienze percettive che appartengono a uno spettro più ampio di quello selezionato dalle pratiche di scrittura o di produzione del discorso.

In questa ottica, il concetto di misura (e di conseguenza l'attività di misurazione) risulta fondante per la costruzione di concetti matematici. Infatti, secondo un consolidato approccio, la fondazione psicologica del concetto di numero si radica proprio nella pratica di misurazione di grandezze continue. In tale quadro, lo stabilizzarsi del significato di grandezza (ovvero di quantità) passa per il confronto tra estensioni e magnitudini, finalizzato a determinare la forma in cui esse sono connesse tramite una relazione d'ordine.

Sono proprio le connotazioni operative di questo confronto che definiscono la nozione di grandezza/quantità.

Oltre alle operazioni di confronto risultano particolarmente significative le trasformazioni cui le grandezze possono essere soggette, in modo tale che ne vari la misura. Da un punto di vista matematico ciò implica introdurre la struttura additiva (le operazioni di addizione e sottrazione) e quella moltiplicativa (le operazioni di moltiplicazione e divisione).

Da un punto di vista genetico, secondo l'approccio cui ci si sta riferendo, viene considerato particolarmente rilevante coinvolgere gli studenti, fin dalle prime fasi di formazione dei concetti matematici, in operazioni che permettano di costruire il concetto di numero a partire da quello di grandezza/quantità, in modo che la stessa dinamica di sviluppo dei concetti sia esplicita per coloro che apprendono. Questa posizione implica il promuovere pratiche centrate sulla misura, sul confronto e sulla trasformazione di grandezze, secondo un approccio che può essere caratterizzato come algebrico. In accordo a certe impostazioni ben consolidate, l'intero curriculum di matematica potrebbe essere delineato seguendo questa indicazione.

Sotto questa prospettiva, una rielaborazione dei contenuti disciplinari potrebbe svilupparsi intorno al tentativo di legare questioni che riguardano più strettamente l'insegnamento della matematica con quelle che invece sono più attinenti alle scienze naturali (si vedano P2 e P5). Si potrebbe allora lavorare, da un lato, alla possibilità di riconoscere che significato e uso delle strutture matematiche hanno un forte legame sia con l'esperienza comune (si veda P4) che con la costruzione di concetti scientifici. Dall'altro lato, a mostrare che i fatti che possiamo riconoscere (e dei quali proviamo a parlare), quando guardiamo il mondo sotto la prospettiva proposta dalle scienze naturali, ammettono una messa in forma attraverso l'uso di strutture matematiche. Queste attività dovrebbero essere caratterizzate dal fatto che i significati in matematica si sviluppano in riferimento a quanto emerge dalla esplorazione fenomenologica di alcuni sistemi materiali e dalla loro modellizzazione.

Una considerazione complementare a quanto evidenziato sopra, connessa alla necessità di radicare nelle azioni i significati costruiti

in matematica, porta a riflettere sulla rilevanza da attribuire alla narrazione e alla drammatizzazione nello sviluppo di esperienze educative in quell'ambito (si veda P1). In effetti, le storie possono fornire contesti controllati per sperimentare parti della complessità delle cose e per generare significati nell'esperienza ordinaria. In questo senso, raccontare una storia è un modo per costruire una cornice entro cui attribuire significato anche alle strutture matematiche, legandole a problemi di scelta e ad azioni.

In un contesto educativo in cui si tenga conto di questi elementi, le persone ricorrono a un ampio insieme di mezzi nel trovare soluzioni alle questioni con le quali si confrontano. Per esempio, manipolano oggetti (che in qualche modo incorporano elementi culturalmente stabilizzati), disegnano, usano gesti, scrivono, si riferiscono a classificazioni linguistiche, usano analogie, metafore e metonimie in accordo al modo in cui si produce il discorso in contesti ordinari. In tal senso, per raggiungere gli obiettivi che si sono dati, le persone usano - e mettono in connessione - dispositivi linguistici, artefatti e segni, tutti strumentali a organizzare le azioni (si veda P3).

L'uso intenzionale e cosciente di questi strumenti nei processi di produzione di significato costituisce una pratica imprescindibile per la formazione e la stabilizzazione dei costrutti matematici.

È importante tenere presente che, data la rete di connessioni tra sistemi di segni, azioni e artefatti non è dato alcun algoritmo per il loro uso interrelato, il che comporta che percorsi di educazione matematica efficaci e significativi restano svincolati da stringenti indicazioni prescrittive, mentre una delle prerogative fondamentali dell'insegnante resta la gestione di quei passaggi da un sistema all'altro. La capacità di assolvere a questo ruolo, e quindi la possibilità che quelle dinamiche abbiano luogo, necessita di un lavoro di carattere interpretativo che connetta i passaggi, le idee, le soluzioni contingenti così come emergono in un dato contesto educativo.

Commento

L'attività denominata *La potenza del riso* è un percorso sperimentale che riguarda le potenze e dà l'idea della *crescita esponenziale*. È costruito in modo significativo e adeguato a trattare il nodo di-

disciplinare dei *numeri*. L'attività prende spunto da una novella indiana la cui storia introduce un problema matematico. Il percorso si rileva anche interdisciplinare perché coinvolge la tecnologia per la costruzione della scacchiera e le scienze che permetterà di affrontare la tematica del riso in modo coinvolgente e al tempo stesso rendere piacevole il fare matematica. L'attività permette inoltre, l'introduzione di altri nodi disciplinari (in particolare relazioni, dati e previsioni; misura) utili a far acquisire agli studenti la capacità di produrre congetture relative all'interpretazione e alla spiegazione di osservazioni effettuate in diversi contesti.

Nell'attività denominata *Ombre e altezze a confronto* si accompagnano gli studenti a riconoscere la possibilità di introdurre un formalismo matematico per descrivere e prevedere fenomeni reali e permettendo anche di approfondire tematiche di scienze. L'attività laboratoriale si è svolta in cooperative learning, con l'introduzione da parte del docente di una attività di problem solving. Nello specifico gli studenti hanno eseguito le misurazioni delle loro altezze e di diversi oggetti, e delle lunghezze relative ombre, verificando nell'immediato la costanza del rapporto tra quelle quantità. Il percorso, oltre a far acquisire agli studenti abilità e competenze sulla proporzionalità diretta, permette di introdurre concetti di statistica con l'introduzione di media, mediana e moda. I nodi disciplinari toccati sono: relazioni, dati e previsioni; misura; congetturare e dimostrare. Un particolare punto di criticità che gli alunni hanno acquisito durante il confronto dei risultati registrati ha riguardato la corretta esecuzione delle misurazioni.

Nel percorso *Doccia o vasca da bagno?* si affrontano i problemi del quotidiano e anche questa attività può essere collegata con le scienze sperimentali e con approfondimenti di educazione civica e agenda 2030, attraverso la rappresentazione dei dati relativi al consumo d'acqua, per sottolineare come i comportamenti individuali possano avere importanti impatti sull'ambiente. La tematica centrale dello studio è stata la proporzionalità, per far comprendere agli studenti la relazione tra variabili, in termini di proporzionalità diretta e inversa e formalizzarla attraverso una funzione matematica. L'attività tocca il nodo disciplinare dei *numeri*. Essa permette anche di trattare varie altre questioni: raccogliere dati relativi a variabili che caratterizzano differenti fenomeni, trovarne

relazioni quantitative ed esprimerle con rappresentazioni formali di diverso tipo; utilizzare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni empiriche e per analizzare particolari funzioni matematiche che si collegano al concetto di proporzionalità; sviluppare un'attitudine alla riflessione critica e all'autoefficacia, necessaria per analizzare, valutare e giudicare materiali e vari tipi di informazioni in modo sistematico e logico. Dall'analisi dei grafici ottenuti, i ragazzi hanno ricavato che la quantità di acqua utilizzata durante una doccia, rispetto alla stessa quantità di acqua che viene adoperata per fare un bagno in vasca, la doccia dovrebbe durare più di mezz'ora.

Il percorso *Comprendere e risolvere problemi* si propone come risposta alle difficoltà che gli studenti incontrano quando leggono e interpretano il testo di un problema matematico (di aritmetica o di geometria). Le difficoltà, nella comprensione del testo possono pregiudicare il successivo processo di gestione e di risoluzione da parte degli alunni di quei problemi. Gli alunni spesso non individuano dati o richieste di un problema; sembrano essere frettolosi, fanno calcoli con i numeri che trovano nel testo, senza aver prima cercato di comprendere il significato del testo stesso. I nodi disciplinari toccati sono *numeri e spazio e figure*. Il lavoro permette di affrontare diverse questioni, in particolare: comprendere messaggi di genere diverso; riprodurre figure e disegni geometrici in base a una descrizione data; determinare l'area di semplici figure scomponendole in figure più semplici. Il momento significativo del percorso è la costruzione di un personale vademecum degli allievi, come guida per affrontare la comprensione e la risoluzione del problema.

L'attività *Passeggiata matematica* è stata progettata per affrontare le difficoltà relative al rispetto del regolamento scolastico, dei tempi per le attività proposte e all'apprendimento della geometria in particolare per ciò che concerne il problem solving e il corretto utilizzo degli strumenti di misura. L'attività laboratoriale è stata realizzata con la strategia dell'*outdoor*; il percorso difatti è stato in parte svolto in un parco pubblico e gli alunni hanno lavorato in cooperazione allo scopo di risolvere alcuni quesiti che si presentavano sul loro tragitto. I nodi disciplinari toccati sono *numeri e spazio e figure*. Gli alunni dimostravano difficoltà in ambito geometrico nell'utilizzo di strumenti e unità di misura. Tali esigenze didatti-

che hanno indotto gli insegnanti alla progettazione di un'attività di tipo laboratoriale in cui gli studenti hanno potuto rappresentare, tramite figure geometriche, oggetti della realtà e investigarne le proprietà, lavorando insieme, dividendosi i ruoli, collaborando nell'uso degli strumenti di misura e di disegno e condividendo le idee. Al termine del percorso gli studenti sono stati invitati a rappresentare in scala una delle figure geometriche assegnate e ad analizzare le proprietà delle figure geometriche individuate avvicinandosi naturalmente al ragionamento proporzionale.

Sintesi delle pratiche didattiche

P1. I chicchi di riso

Scuola Secondaria di Primo Grado. I. C. "G.M. Columba" di Sortino (SR). Classi prime.

A cura di *Cesira Barbagallo, Marina Trovato Salinaro, Maria Donella Sciacca, Francesca Terreni (tutor)*

- **Breve presentazione del tutor:** Questa attività, che prende spunto da un lavoro pubblicato da M@t.abel, denominato *I chicchi di riso* permette di avvicinare i ragazzi al concetto di crescita esponenziale in situazione di laboratorio, fornendo esempi concreti. Inoltre, l'uso di varie tabelle ha dato modo ai ragazzi di riflettere sull'esperienza, trarre autonome considerazioni, e arrivare a conclusioni condivise con tutta la classe attraverso osservazioni e conversazioni collettive.
- **Sintesi del contesto:** L'Istituto sorge nel Comune di Sortino, paese caratterizzato da attività agricolo-pastorali, turistiche e del terziario, con alunni provenienti da un'estrazione socio-culturale diversificata. Le classi prime sono composte da studenti con caratteristiche eterogenee sia per la provenienza sociale che per le capacità logico-operative.
- **Obiettivi:** Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni, ordinatamente e confronti tra i numeri conosciuti (numeri naturali, numeri interi, frazioni e numeri decimali), quando possibile a mente oppure utilizzando gli usuali algoritmi scritti, le calcolatrici e i fogli di calcolo e valutando quale strumento possa essere più opportuno.

- **Rappresentare i numeri conosciuti sulla retta:** Utilizzare la notazione usuale per le potenze con esponente intero positivo, consapevoli del significato e delle proprietà delle potenze per semplificare calcoli e notazioni.
- **Sintesi dell'attività:** L'attività riguarda le potenze e intende fornire agli alunni esempi concreti che diano l'idea della crescita esponenziale. Il lavoro prende spunto da un'antica novella indiana dove si racconta che un bramino dopo aver fatto dono del gioco degli scacchi al suo re chiede in cambio una ricompensa, che in prima battuta, appare molto esigua. L'uso di una scacchiera ha permesso agli alunni di toccare con mano il concetto di crescita esponenziale. La costruzione di tabelle con i risultati ottenuti e l'osservazione su di esse hanno permesso alla classe di scoprire, verificare e costatare alcune regolarità numeriche. Tutto quanto previsto all'inizio del lavoro è stato poi verificato in laboratorio attraverso esperienze concrete e calcoli.
- **Fasi dell'attività**
Fase 1 - Lettura della novella, ipotesi e lavoro sulla scacchiera
È stato usato il monitor touch per proiettare un'antica novella indiana che racconta di un bramino che dopo aver fatto dono del gioco degli scacchi al suo re, chiede in cambio tanto riso quanta basta per "mettere un chicco sulla prima casella della scacchiera, due chicchi nella seconda casella, quattro sulla terza... e così via, fino alla sessantaquattresima casella". Poi è stato chiesto agli alunni se fosse bastato un chilogrammo di riso per soddisfare la richiesta del bramino. È stata presentata una scacchiera ed un pacco di riso da un chilo grammo. La classe è stata divisa in gruppi da quattro alunni ed è stato chiesto ad un gruppo di aprire il riso e di distribuire i chicchi così come richiesto dal bramino, mentre agli altri di disegnare la scacchiera sul foglio. Gli alunni si sono resi conto che stavano lavorando sulle potenze di 2 e che i numeri in gioco crescevano in maniera stratosferica. I gruppi sono stati invitati a riflettere sul lavoro ed è stata costruita una tabella a tre colonne. La prima contenente le potenze del due da 0 a 10, la seconda il corrispondente valore numerico e la terza la somma dei valori numerici ottenuti dalla

prima riga in poi. Si è chiesto di riempire la tabella, di analizzare i valori ottenuti e ricercare relazioni numeriche.

Fase 2 - Costruzione e osservazione di tabelle

Si è ripreso il percorso, suggerendo di osservare che:

$$2^{10} = 1024$$

$$10^3 = 1000$$

e successivamente di costruire una tabella riportante in una colonna le potenze del 2 e nell'altra il corrispondente ordine di grandezza, nonché di osservare le nuove tabelle e cercare eventuali regolarità.

Fase 3 - Si pesa!

Tutti gli alunni si sono resi conto che il numero dei chicchi di riso necessari a soddisfare la richiesta del bramino è elevatissimo. È stata usata una bilancia per pesare i chicchi di riso in piccole quantità e poi contarli. I ragazzi hanno concluso che, se in 10 g di riso ci sono 482 chicchi, in 1 Kg che è formato da 1000 g ce ne sono 48200 e quindi molti di meno di quanti ne occorrono.

P2. Ombre e altezze a confronto

Scuola secondaria di Primo Grado. I. C. "Marco Polo" di Calvizzano (NA). Classi seconde.

A cura di *Paola Cecere, Mirella De Vivo, Tiziana Manzo* (tutor)

- **Breve introduzione del tutor:** Nell'ambito del percorso formativo sulle competenze base del Piano d'intervento per la riduzione dei divari territoriali è stato realizzato un percorso didattico-disciplinare laboratoriale centrata su una delle maggiori criticità del gruppo classe di riferimento riguardante la capacità di utilizzare le conoscenze matematiche in contesti di realtà. Il compito di realtà, infatti, permette allo studente non solo di dimostrare ciò che sa, ma di utilizzare ciò che sa (conoscenze) e ciò che sa fare (abilità) per risolvere un problema concreto in contesti nuovi, per poter evidenziare e migliorare le competenze acquisite in modi molteplici e diversificati.

- **Sintesi del contesto:** L'Istituto Comprensivo Marco Polo è ubicato nel comune di Calvizzano, paese dell'hinterland partenopeo all'estrema periferia metropolitana, in un'area geograficamente collocata a nord di Napoli. Il tessuto sociale non offre possibilità di ampliamento degli orizzonti educativi e lo sviluppo delle potenzialità dei ragazzi viene totalmente affidato alla scuola. Pochi gli alunni con cittadinanza non italiana, non rilevante la percentuale di alunni problematici perché particolarmente svantaggiati. La percentuale di DSA è alta rispetto ai contesti di riferimento.
- **Obiettivi:** Esprimere la relazione di proporzionalità con un'uguaglianza di frazioni e viceversa.
- **Sintesi dell'attività:** L'oggetto dell'attività ha riguardato la proporzionalità e la similitudine ed è stata organizzata in quattro fasi: la prima, la terza e la quarta fase sono state svolte in classe con discussioni e a casa con lavoro di gruppo, la seconda fase si è svolta nel cortile della scuola con attività laboratoriale di gruppo. Nella seconda fase si sono incontrate, nel cortile della scuola le classi II D e II G della scuola secondaria di primo grado, per vivere un'esperienza di scambio e di confronto. Prima di dare il via all'attività laboratoriale gli alunni sono stati guidati in una discussione con domande stimolo in merito all'argomento, poi sono stati divisi in gruppi per cominciare l'attività. È stata fornita una tabella per la raccolta dati, dove bisognava riportare la misura dell'altezza di alcuni oggetti a scelta, quella delle rispettive ombre, quella di ombre di oggetti di cui non si conosceva l'altezza, e la sola altezza di alcuni oggetti. Da casa hanno portato un metro per raccogliere le misure delle altezze e la lunghezza delle ombre.
- **Fasi dell'attività**
Fase 1
È stata avviata una attività di problem solving intorno alla seguente richiesta: "Trovare un modo per risalire all'altezza di un palo della luce presente nel cortile della scuola avendo a disposizione solo un metro". Gli alunni hanno mostrato difficoltà a trovare un metodo risolutivo per la situazione problematica proposta. È stato necessario l'intervento del docente per in-

durre gli allievi a ricorrere al concetto di proporzionalità. Tale problematica ha consentito anche un approccio interdisciplinare con un approfondimento di scienze relativo all'inclinazione dei raggi solari e al variare della loro direzione durante il giorno.

Fase 2

Gli studenti hanno iniziato la misurazione di loro stessi e di diversi oggetti e/o ombre verificando nell'immediato la costanza del rapporto tra oggetti e relative ombre.

Fase 3

Per questa terza fase gli alunni, divisi in gruppo hanno lavorato a casa e poi hanno relazionato in classe. L'elaborazione dei dati è stata molto positiva per mettere meglio in atto quelle procedure matematiche necessarie per risolvere situazioni problematiche reali. Nello specifico hanno elaborato tutti i dati riportati in tabella, divertendosi a ricavare le altezze degli oggetti di cui avevano misurato le ombre o a fare previsioni sulla lunghezza dell'ombra. Hanno poi eseguito nuove misurazioni nelle ore pomeridiane e in quelle mattutine verificando come, pur variando la percentuale della lunghezza dell'ombra rispetto a quella degli oggetti scelti, rimaneva comunque valido il fatto che il rapporto tra lunghezza dell'oggetto e della relativa ombra, pur se diverso rispetto al mattino, era costante per i vari oggetti misurati di pomeriggio.

Fase 4

Gli alunni in classe hanno esposto i loro risultati e si sono divertiti a verificare che erano giunti ai medesimi risultati, pur se con piccole variazioni legate agli errori di misura. Questo ha indotto un ripasso sull'importanza di eseguire in modo corretto le misurazioni e alcuni gruppi hanno fatto presente, con evidente orgoglio, che la stessa misurazione era stata eseguita più volte e da persone diverse e che poi avevano fatto la media dei valori ottenuti. Infine, in classe sono state proposte diverse situazioni problematiche, scelte anche tra i quesiti Invalsi, aventi come oggetto le ombre e la proporzionalità. Questa attività è stata utile anche come ulteriore strumento

di valutazione. Gli alunni hanno risolto le diverse situazioni problematiche proposte in modo immediato.

P3. Un problema complesso

Scuola Secondaria di Primo Grado. I. C. "F. Pappalardo" di Vittoria (RG). Classi seconde.

A cura di *Claudio Ciciulla, Rosabrina Gelsomino, Laura Maria Santospagnuolo, Annarita Monaco* (tutor)

- **Breve introduzione del tutor:** La pratica selezionata ha per oggetto un percorso che è stato realizzato in una scuola secondaria di primo grado di Vittoria (RG). I docenti coinvolti, dopo avere approfondito alcuni materiali caricati nello spazio appositamente riservato, hanno selezionato una delle proposte utili per effettuare una sperimentazione in tre classi parallele rispetto ad un argomento che presenta delle criticità importanti nella didattica della matematica: la comprensione del testo dei problemi matematici. I docenti non si sono limitati a ripetere quanto descritto nel percorso selezionato, ma lo hanno rielaborato al fine di adattarlo alle classi in cui operavano, mettendo a punto una metodologia specifica e conseguendo risultati interessanti, che potranno essere di stimolo ad altri docenti, di altre scuole, per progettare e sperimentare nuovi percorsi.
- **Sintesi del contesto:** L'istituto scolastico si trova in una cittadina di 54.000 abitanti, Vittoria, in provincia di Ragusa. Il territorio è caratterizzato da una realtà agricola e dalla presenza di piccole e medie imprese, legate al settore primario. Nel territorio le opportunità sociali e culturali sono, a volte, carenti e la scuola risulta la principale agenzia formativa e aggregativa, con attività diverse che impegnano moltissimi alunni nelle ore pomeridiane. Le classi coinvolte nel percorso sono state tre seconde della scuola secondaria di primo grado, tutte caratterizzate dalla presenza di alunni diversamente abili e di alunni appartenenti a famiglie non italiane.
- **Obiettivi:** Comprendere messaggi di genere diverso (quotidiano, letterario, tecnico, scientifico) e di complessità diversa,

trasmessi utilizzando linguaggi diversi (verbale, matematico, scientifico, simbolico ecc.) mediante diversi supporti (cartacei, informatici e multimediali).

Riprodurre figure e disegni geometrici in base a una descrizione e codificazione fatta da altri.

Determinare l'area di semplici figure scomponendole in figure elementari, ad esempio triangoli, o utilizzando le più comuni formule.

- **Sintesi dell'attività:** Il percorso si propone come risposta alle difficoltà che gli studenti incontrano quando leggono e interpretano il testo di un problema matematico (di aritmetica o di geometria). Le difficoltà nella comprensione del testo possono pregiudicare il successivo processo di gestione e di risoluzione da parte degli alunni di quei problemi che richiedono l'uso di rappresentazioni e strategie spontanee, del confronto e della costruzione di argomentazioni, in funzione della loro risoluzione (Indicazioni Nazionali del 2012, p. 49). Gli alunni sono coinvolti in un percorso a più fasi, che prevede, inizialmente, la ricognizione delle loro abilità, effettuata tramite la lettura e l'interpretazione, da parte dell'insegnante, delle rappresentazioni effettuate da ogni singolo alunno, a partire dal testo di un primo problema proposto. In un secondo momento, gli alunni, in coppia, affrontano un secondo problema, guidati da una lista di domande guida, utili, nelle intenzioni dei docenti, per monitorare la profondità della lettura del testo. Le difficoltà e le riflessioni effettuate dalle coppie sono poi condivise e discusse in grande gruppo. In una successiva fase, gli alunni sono invitati a rielaborare il testo di un problema, al fine di renderlo più comprensibile ad altri alunni, di altre classi. Un ulteriore momento significativo del percorso è la costruzione di un personale vademecum degli allievi, come guida per affrontare la comprensione e la risoluzione del problema, che è stato poi sperimentato nella risoluzione di un terzo problema.

- **Fasi dell'attività**

Fase 1 - L'avvio

Agli studenti è stato consegnato il testo di un primo problema (Il sogno di Sabina).

Fase 2- Lettura e risoluzione di un primo problema

È stato chiesto di rappresentare le parole del testo con disegni, senza ricevere alcun aiuto dall'esterno e individualmente.

Fase 3 - Lettura e risoluzione di un secondo problema

È stato consegnato il testo di un secondo problema. È stato chiesto agli studenti di risolverlo in coppia, con domande guida, per permettere un processo di autovalutazione delle difficoltà e delle criticità riscontrate nel testo. Inoltre, questa scelta ha permesso di monitorare se i dati fossero stati compresi tutti, e bene, e se le richieste fossero state chiare. Alla fine del lavoro a coppie c'è stato un momento di condivisione e dibattito sull'utilità che le domande guida hanno avuto.

Fase 4 - Riscrittura del testo del secondo problema

È stato chiesto agli studenti di effettuare una "riscrittura del testo", con l'intento di renderlo più fruibile ad altri ragazzi della loro età. Non necessariamente era necessario riscrivere un testo in modo semplice; l'intento era quello di renderlo più chiaro; gli alunni avrebbero potuto aggiungere dettagli, se fossero serviti per rendere più autentico il contesto.

Fase 5 - Stesura di un vademecum

Agli studenti è stato consegnato un foglio sul quale erano segnati i vari punti elenco: a), b) c), con righe lasciate appositamente vuote, dove gli alunni avrebbero potuto scrivere un vademecum, ossia un elenco di indicazioni da seguire sempre quando si ha a che fare con un problema. L'intento è stato quello di sviluppare negli studenti il ragionamento metacognitivo, sui problemi.

Fase 6 - Lettura e risoluzione di un terzo problema

Agli alunni è stato proposto un terzo e ultimo problema, da risolvere seguendo il vademecum redatto in precedenza. Collettivamente si è proceduto a verificare se, tra il primo e il terzo problema, c'è stata un miglioramento nella comprensione del testo, nell'individuazione dei dati e, di conseguenza, una maggiore facilità nell'affrontare e risolvere il problema.

P4. Matematizziamo la realtà

Scuola Secondaria di Primo Grado. S. M. "Galvani-Opromolla" di Anghi (SA). Classi terze.

A cura di Martina Moccaldi, Giovanna Testa, Nicla Palladino (tutor)

- **Breve introduzione del tutor:** L'attività progettata e poi attuata nasce da alcuni problemi rilevati dalle docenti coinvolte durante i primi mesi di scuola; gli studenti manifestano alcune difficoltà nell'ambito della geometria, nelle relazioni di gruppo ed infine nell'utilizzo di strumenti geometrici di misura. Gli insegnanti ne hanno in parte ascritto la causa ai mesi di didattica a distanza e la progettazione elaborata risponde pienamente ai bisogni individuati. L'attività difatti è in parte svolta in un parco pubblico e gli alunni lavorano in cooperazione allo scopo di risolvere alcuni quesiti che si presentano sul loro tragitto. Le metodologie previste, la valutazione, i contenuti disciplinari sono coerenti con il problema iniziale. Tutto il percorso è ben documentato con adeguati riferimenti ai recenti studi in didattica della matematica.
- **Sintesi del contesto:** L'istituto in cui è stata attuata l'esperienza si trova in una città in provincia di Salerno con problemi di carattere socioeconomico, tra cui la disoccupazione e la microcriminalità. La scuola collabora con le associazioni presenti sul territorio. La classe è formata da 22 alunni dal comportamento molto vivace ma corretto.
- **Obiettivi:** Disciplinari: riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti; conoscere definizioni e proprietà di alcune figure piane (triangoli, quadrilateri, poligoni regolari, cerchio).

Trasversali: interagire in modo positivo con i compagni e argomentare le proprie idee, anche comunicando i propri bisogni (life skills indicate dall'OMS nel 1994).

- **Sintesi dell'attività:** Gli alunni manifestano difficoltà nello studio delle figure geometriche, che vengono viste come oggetti della matematica che non sono accessibili percettivamente (Duval, 1993). Pertanto, i docenti hanno progettato un intervento didattico basato sul processo di oggettivazione (Radford, 2015) che permette di far entrare in contatto chi è in fase di apprendimento con l'oggetto della matematica da apprendere, seguendo quanto proposto anche in "I bambini e le rappresentazioni degli oggetti della geometria" (Marazzani, 2022, Didattica della matematica 12). Nella pratica didattica, gli alunni appaiono, inoltre, in difficoltà nell'apprendere come misurare. Tali esigenze didattiche hanno stimolato la progettazione di un'attività di tipo laboratoriale in cui gli studenti possano rappresentare tramite figure geometriche oggetti della realtà e investigarne le proprietà.

- **Fasi dell'attività**

Il percorso didattico è stato elaborato alla luce delle difficoltà manifestate dagli allievi della classe in esame nello studio della geometria e dei principi fondamentali del PTOF 2022-2025 della scuola quali: offrire opportunità per la socializzazione, l'interazione e la collaborazione; promuovere una dimensione dinamica per l'apprendimento; motivare alla conoscenza fornendo occasioni di esperienze concrete; promuovere l'autonomia personale e la riflessione critica nonché i seguenti obiettivi formativi (art. 1, comma 7, L. 107/2015) individuati dalla scuola (potenziamento delle competenze matematico-logiche e scientifiche; sviluppo delle competenze digitali degli studenti). L'attività è consistita in un'esplorazione della realtà dal punto di vista matematico ed è stata articolata in due fasi.

Fase 1 - Passeggiata matematica

Gli allievi hanno effettuato un percorso matematico tra le strade cittadine, che consiste in una passeggiata in cui fosse

possibile “sperimentare” la matematica (Shoaf, Pollak & Schneider, 2004), pratica didattica proposta per la prima volta in Australia nel 1984 (Blane & Clarke, 1984). Nel percorso, gli allievi, divisi in piccoli gruppi (3-4 componenti), hanno osservato e studiato gli oggetti che incontrato (ad esempio una panchina, una scacchiera nella Villa Comunale ecc.) per risolvere i quesiti precedentemente inseriti dal docente nell’app MathCityMap.

Fase 2 - La riflessione

La seconda fase si è svolta in aula, dove gli alunni, ancora divisi in gruppi, hanno realizzato rappresentazioni in scala delle figure geometriche individuate nella passeggiata in villa, si sono confrontati sui problemi affrontati nella prima fase e su alcune proprietà geometriche (ad esempio, angoli interni dei poligoni, angoli formati da diagonali ecc.).

P5. Doccia o vasca da bagno?

Secondaria di Primo grado. I. C. “Rende Centro” di Rende (Cs). Classi seconde

A cura di Concetta Sabato e Anna Rita Calafiori, Andrea Bertoni (tutor)

- **Breve introduzione del tutor:** Il percorso è stato affrontato in due classi seconde della scuola secondaria di I grado e riguarda un’attività sulla proporzionalità diretta e inversa. L’intervento è decisamente significativo in quanto tratta uno degli argomenti fondamentali nell’ambito del tema “relazioni e funzioni” della scuola secondaria di I grado e ha permesso di promuovere diverse abilità soprattutto attraverso una didattica laboratoriale. Inoltre, l’attività è stata strutturata in modo da garantire un collegamento con l’educazione civica, attuando una serie di approfondimenti su tematiche attuali e far comprendere agli studenti che la matematica non è una scienza astratta, lontana dalle loro esperienze, ma di fondamentale utilità per la vita di tutti i giorni.
- **Sintesi del contesto:** L’IC “Rende Centro” è costituito da 10 plessi dislocati in zone diverse della città. La realtà sociocul-

turale in cui sono inseriti i plessi è alquanto eterogenea; alcuni sono collocati nell'area urbana più evoluta e dinamica, altri sono distribuiti in aree più periferiche e rurali essendosi sviluppate in zone agricole più distanti dal centro.

- **Obiettivi:** Imparare a raccogliere dati su variabili di differenti fenomeni. Usare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni. Attitudine all'analisi e alla riflessione critica (pensiero critico).
- **Sintesi dell'attività:** L'attività, della durata di sei ore, ha riguardato il tema della proporzionalità diretta e inversa affrontato in due classi seconde della scuola secondaria di I grado. La scelta non è stata fatta solo in vista delle conoscenze e competenze individuali da acquisire, ma anche per insegnare agli studenti a risolvere problemi e compiti del quotidiano e aiutarli a comprendere che la matematica non è una scienza astratta, lontana dalle loro esperienze e dai loro interessi. Il percorso didattico è stato impostato in modo laboratoriale, presentando due attività sperimentali e cercando di dare all'argomento un carattere multidisciplinare. In particolare, lo studio della proporzionalità è stato collegato con le scienze sperimentali, proponendo, inoltre, un approfondimento di educazione civica attraverso la rappresentazione dei dati relativi al consumo d'acqua, per sottolineare come i comportamenti individuali possono avere un certo impatto sull'ambiente.
- **Fasi dell'attività:**

L'attività può essere divisa in due parti, una prima tappa in cui sono stati effettuati in classe esperimenti relativi alla proporzionalità ed una seconda tappa in cui l'argomento trattato è stato collegato con l'educazione civica.

Prima tappa

Fase 1 - Presentazione alla classe dell'attività e richiesta del materiale necessario per i laboratori

Gli studenti sono stati divisi in 2 gruppi ed ognuno di esso doveva procurare per la lezione successiva: 5 elastici uguali, una puntina, un fermaglio, un succo di frutta in cartone, riga, penna e qualche foglio A4. (1h)

Fase 2 - Raccolta dei materiali portati dagli studenti e avvio delle attività sperimentali

Sono stati condotti due esperimenti, il primo relativo all'allungamento di elastici collegati in serie, il secondo riguardante l'allungamento di elastici collegati in parallelo. Con i dati raccolti, naturalmente approssimati, sono stati costruiti i grafici delle due attività. (2h)

Seconda tappa

Fase 1

Agli studenti sono stati forniti i dati necessari al fine di lavorare autonomamente per creare un grafico da cui si potesse comprendere se si risparmia più acqua facendo la doccia o il bagno. (2h)

Fase 2

Infine, come verifica finale è stato somministrato a tutti gli studenti un test a risposta multipla, la cui rubrica valutativa ha tenuto conto delle seguenti dimensioni: padronanza e utilizzo delle risorse, individuazione e selezione di dati, produzione e capacità di adottare strategie adeguate al contesto. Dopo lo svolgimento del test, ai ragazzi è stata proposta una discussione guidata, in cui sono stati analizzati i risultati dell'attività ed è stato monitorato l'interesse degli alunni. (1h)

3.2. Secondo ciclo

Introduzione

Molte difficoltà in matematica sono riconducibili a una attribuzione di significato del sistema di segni e di relative regole di manipolazione. Questa attribuzione di significato può essere sostenuta muovendosi in diverse direzioni e tenendo conto di aspetti diversi in gioco.

Un aspetto riguarda il valore d'uso della matematica, intendendo con tale espressione il suo carattere strumentale. In questa ottica il punto di vista sulle cose del mondo offerto dalla matematica andrebbe considerato come parte integrante dei modi di comprendere i contesti in cui si opera e dovrebbe essere funzionale a operare scelte e a orientare l'azione.

Questo implica che lo sviluppo di concetti rilevanti in matematica dovrebbe realizzarsi entro una cornice in cui la gestione di aspetti formali non sia autoreferenziale e in situazioni in cui la valutazione di una situazione e le relative decisioni che ne scaturiscono non siano esclusivamente relegate a una rappresentazione matematica. Contesti di questo tipo sono, per esempio, quelli in cui vanno affrontati problemi di ottimizzazione (si veda per esempio S1) o quelli in cui ci si confronta con eventi non deterministici (si veda S2).

Si tratta di casi in cui emerge l'opportunità di considerare alcune parti dell'esperienza e si riconosce la possibilità di associarle a concetti matematici e a un sistema di segni per la manipolazione formale dei quali si sviluppano regole adeguate. Un processo di tale genere implica l'integrazione di forme di conoscenza diversa: procedurale, formale, intuitiva.

Un lavoro di questo tipo comporta l'alternarsi di fasi di esplorazione fenomenologica con fasi di formalizzazione, nonché il confronto tra aspetti sintetici e aspetti analitici (si veda S3). Così che gli aspetti esperienziali e percettivi restino connessi con le caratteristiche delle rappresentazioni prodotte.

Alla luce di quanto sopra delineato, con *rappresentazione* indichiamo diversi e variegati sistemi simbolici, utilizzati per mettere in evidenza aspetti parziali dell'esperienza e dare loro una qualche forma

riconoscibile e adeguata a certi scopi. Lungi dal volersi impegnare in alcun esercizio classificatorio di queste forme, appare qui utile sottolineare che a una molteplicità di modi di produzione (verbale, gestuale etc.) fanno seguito realizzazioni dal carattere diversificato (iconico, testuale, cartografico, diagrammatico, geometrico, aritmetico, algebrico etc.) che contribuiscono alla realizzazione di diversi artefatti (un disegno, un testo scritto, una mappa, un piano cartesiano etc.), oggetti in cui si realizza la rappresentazione.

A fronte della varietà di forme di rappresentazione che sono quotidianamente coinvolte nelle ordinarie attività (sociali) e che sono, di conseguenza, quotidianamente messe in gioco nelle esperienze di insegnamento e apprendimento, sembra importante mettere l'accento su alcuni aspetti generali, che connotano qualunque attività di produzione, interpretazione e uso di rappresentazioni. Questo al fine di procurarci delle chiavi di lettura che indichino come progettare percorsi in classe, come svilupparli e come considerare quello che succede lungo la loro realizzazione, qualunque sia il tipo di rappresentazione con cui stiamo lavorando; e anche al fine di occuparci di tipi di rappresentazioni diverse, tenendo conto della necessità di fare convergere i nostri sforzi di conduzione del lavoro in classe verso obiettivi condivisi. Possiamo guardare a un sistema simbolico per sue regole interne, che ne determinano la forma e il processo di produzione; in tal caso consideriamo questioni di *sintassi*. Possiamo anche guardare a un sistema simbolico considerando le regole che specificano le condizioni in cui esso viene prodotto e che stabiliscono un rimando alle cose, ai fatti e a quello che intendiamo dire di loro; in tal caso stiamo sollevando un problema di *semantica*. Possiamo poi guardare a un sistema simbolico per suo uso; in tal caso stiamo considerando questioni di *pragmatica*.

Inoltre, va tenuto conto del fatto che il passaggio tra registri formali diversi, ovvero tra diverse forme di rappresentazione, costituisce un elemento chiave per la comprensione effettiva di concetti matematicamente rilevanti. Un registro particolarmente rilevante è costituito da quello del linguaggio naturale, che fornisce una cornice di riferimento entro cui si sviluppano significati in matematica. I significati pronti forniti dal linguaggio naturale, sviluppatisi in contesti d'uso ordinari, offrono referenti al formalismo di carattere algebrico (si vedano S4 e S5).

Commento

Le pratiche analizzate, con un *focus* particolare sulla comprensione dei testi e la traduzione dal linguaggio naturale a quello settoriale, possono dirsi accomunate dal tema “Relazioni, strumento per orientarsi in contesti diversi e rafforzare la propria autostima”. Per un apprendimento davvero significativo occorre valorizzare le relazioni non solo tra i contenuti disciplinari ma anche tra le persone. Il lavoro collaborativo risulta perciò essenziale per far superare paure e pregiudizi verso la matematica.

Matematica “da adulti”: un problema di scelta per massimizzare il profitto (S1).

Il variegato mondo dell’istruzione degli adulti è ricco di esperienze personali di chi ritorna a studiare dopo anni, con una motivazione molto alta: una fonte preziosa di ispirazione per educatori e studenti “mattutini”. La fiammella della motivazione può però affievolirsi, senza il sostegno dell’autostima e della fiducia in sé stessi, chiave primaria per riuscire poi a condividere le proprie competenze con la comunità.

Gli studenti adulti coinvolti hanno inizialmente espresso dubbi sulla loro capacità di partecipare alla sperimentazione didattica: questo dimostra quanto sia importante puntare alle relazioni sociali per costruire una conoscenza condivisa a cui partecipino tutti gli attori.

Partendo da un problema di realtà affrontato con un approccio non usuale, l’esperienza personale e la collaborazione all’interno del gruppo di lavoro diventano le leve per sviluppare *soft skills* assieme alle competenze disciplinari. Pertanto, la formazione dei gruppi può essere una difficoltà, ma superata la quale, alla fine, il successo formativo è condiviso da tutti.

Ecco in sintesi i punti chiave dell’esperienza:

- dall’approccio intuitivo alla formalizzazione e all’argomentazione;
- dalla situazione reale al modello matematico che la interpreta;
- dal registro grafico a quello algebrico e numerico;

- dal contributo del singolo all'apprendimento cooperativo e alla riflessione condivisa;
- dalla valutazione di un prodotto finale a quella dei processi che l'attività innesca.

Dal lancio di due dadi al gioco del craps (S2). Il calcolo delle probabilità risulta da sempre utile per motivare i ragazzi allo studio della matematica, perché solitamente parte da un approccio ludico che rende i concetti più accessibili.

La pratica analizzata ha intersezioni rilevanti con l'educazione civica e quindi con il potenziamento di *life skills*, in quanto promuove il dibattito sulla pericolosità del gioco d'azzardo per la salute. Gli adolescenti non sono consapevoli del fatto che la ludopatia sia una dipendenza: sviluppa nel nostro corpo endorfine e adrenalina, che scatenano esattamente gli stessi meccanismi di assuefazione della dipendenza da droghe.

La matematica aiuta poi a dimostrare come questo tipo di "giochi" siano sempre a perdere: le probabilità nei giochi d'azzardo sono sempre sfavorevoli per il giocatore. L'esperienza è composta da alcune fasi:

- attività laboratoriali: confronto tra i dati teorici di probabilità e i dati sperimentali, all'interno di lavori di gruppo autonomi;
- potenziamento dell'autostima: col peer-tutoring e i dibattiti guidati, si invitano i ragazzi a comprendere perché sia importante avere un campione di dati molto grande per avvicinarsi al valore teorico;
- motivazione allo studio: la matematica non è una serie di regole o formule da applicare, ma un modo di leggere, capire e descrivere il mondo circostante.

Mi illumino di coniche (S3). L'esperienza è stata realizzata in un'area caratterizzata da svantaggi culturali, sociali ed economici, oltre che da difficili interazioni con le famiglie e gli studenti. In tale contesto, un approccio didattico "tradizionale" non sarebbe efficace, quindi l'adozione di metodologie e approcci innovativi è essenziale per motivare gli studenti, puntando ad accrescere la loro autostima e autoefficacia attraverso la costruzione di relazioni.

Un approccio che richiede molto impegno nella gestione del gruppo, prima ancora dell'insegnamento dei contenuti. Per promuovere l'apprendimento collettivo e la socializzazione è stato utilizzato un approccio laboratoriale. Per sviluppare il pensiero critico è stata adottata la routine *See-Think-Wonder* per abituare gli studenti a esprimere il proprio pensiero in modo strutturato.

Elementi dell'attività sono stati il lavoro di gruppo, le attività all'aperto (passeggiate in città per fotografare oggetti associati alle coniche) accanto a quelle manuali (utilizzo di GeoGebra per esplorare le proprietà delle coniche).

La valutazione si è basata su partecipazione, precisione nell'esecuzione dei compiti, collaborazione e capacità di elaborazione personale. La metodologia MLTV (*Making Learning and Thinking Visible*) ha infine aiutato i ragazzi a esprimere il loro pensiero in seguito a riflessione e rielaborazione delle idee. Questo approccio ha contribuito a rendere il processo di apprendimento più visibile anche agli studenti stessi.

Matematica e/è Linguaggio (S4). L'esperienza è stata realizzata in una classe prima, in cui fisiologicamente gli studenti hanno più difficoltà nella comprensione dei testi e quindi, di riflesso, nell'acquisizione di competenze matematiche. Per rendere efficace la connessione tra il linguaggio naturale e quello algebrico della Matematica, si sono utilizzate la sintassi e la semantica come ponte tra le discipline e tra campi del sapere.

Così come in italiano è possibile scrivere un romanzo su asini che volano, in matematica è possibile scrivere frazioni con denominatore zero. Tuttavia, mentre chi legge quel racconto sa che si tratta di eventi di fantasia, in matematica questa consapevolezza spesso manca.

Discutere pertanto di correttezza sintattica e coerenza semantica apre la strada a nuove riflessioni e pratiche. Partendo dalla creazione di un glossario condiviso, si passa alla traduzione dal linguaggio simbolico a quello naturale, cercando di dare senso a espressioni matematiche apparentemente incomprensibili. Utilizzando il calcolo letterale per rappresentare concetti geometrici, si realizza un travaso tra i registri propri dell'Algebra e della Geome-

tria, tra polinomi e poligoni. Al fine poi di creare un sereno clima di apprendimento, si è favorito l'ascolto reciproco attraverso lezioni dialogiche e la *peer education*, dedicando a ciascuno studente il tempo necessario per acquisire in profondità pochi concetti e metodi fondamentali.

Eredità e bagagli. Dal linguaggio naturale a quello algebrico (S5). L'attività, progettata con l'obiettivo di migliorare gli esiti nelle prove INVALSI, parte dalle difficoltà che gli studenti mostrano nel tradurre in linguaggio algebrico relazioni date tra le grandezze, difficoltà spesso associate a una limitata capacità nell'**analisi del testo** e nel riconoscere dati e incognite in un problema formulato in linguaggio naturale.

L'attenzione è stata quindi spostata dall'apprendimento di algoritmi e procedure di risoluzione (di equazioni e sistemi) alla traduzione e formalizzazione dei problemi, partendo da un *brainstorming* e una riflessione guidata, seguiti da un confronto attivo sui diversi livelli di efficacia dei metodi adottati.

Gli studenti, che spesso si sentono frustrati e bloccati nella lettura dei problemi, si sono trasformati in "investigatori di relazioni matematiche". La loro attività è stata collaborativa e stimolante, mirata a potenziare l'analisi dei testi e lo sviluppo di un pensiero critico per affrontare le situazioni problematiche.

Tra i problemi utilizzati ci sono un quesito INVALSI, una vignetta dei Peanuts, uno stimolo proposto dalla docente e un quesito tratto dalla Biblioteca INDIRE ("L'eredità"). Nei gruppi di lavoro, ciascuno studente ha avuto un preciso ruolo: relatore, sintetizzatore, moderatore o controllore del tempo.

L'approccio didattico adottato ha portato a una maggiore partecipazione degli studenti, trasformando la loro percezione dei problemi matematici da fonte di frustrazione a sfida interessante e coinvolgente, grazie anche a un'attiva collaborazione tra loro.

Sintesi delle pratiche

S1. Matematica da adulti: un problema di scelta per massimizzare il profitto

Istituto Tecnico, settore Economico (AFM). IIS "Guarasci-Calabretta" di Soverato (CZ). Classe quinta (serale).

A cura di Annarita Le Piane, Nicola Chiriano (tutor)

- **Breve introduzione del tutor:** Quando la docente ha proposto alla classe di partecipare alla sperimentazione didattica, sono state diverse le reazioni perplesse degli studenti (adulti), che non si ritenevano in grado di affrontare "un progetto del genere". Invece è stata felice l'intuizione di proporre a una classe di alunni "più grandicelli" del solito un problema di realtà, una situazione "in linea col programma" di un Istituto Tecnico Economico, ma con una modalità non usuale, almeno in quell'ambiente. E così un *problema di scelta* e l'obiettivo di *massimizzare il profitto* diventano occasioni per usare la Matematica da adulti, ossia mettendo in gioco la propria esperienza - anche se residuale - e lavorando in gruppo per raggiungere un traguardo che non è più del singolo.
- **Sintesi del contesto:** La costa ionica catanzarese è un territorio ad alta disoccupazione giovanile, in cui turismo e commercio sono la principale fonte economica. L'attività è svolta con una classe quinta del corso serale AFM per adulti. La classe, di 17 studenti, è molto eterogenea: alcuni provengono dal corso diurno, altri riprendono il percorso scolastico dopo anni.
- **Obiettivi:** Sostenere la capacità di auto-apprendere.

Utilizzare il linguaggio e i metodi propri della Matematica per organizzare e valutare adeguatamente informazioni qualitative e quantitative.

Sviluppare attitudine all'analisi e alla riflessione critica.

- **Sintesi dell'attività realizzata:** L'attività è un'applicazione della Teoria delle decisioni: un Problema di Scelta in condizioni di certezza con effetti immediati nel caso continuo. La proposta didattica si basa su un approccio intuitivo, un percorso in cui gli alunni, partendo dall'analisi di un problema reale, sono guidati alla formalizzazione di quanto osservato. Gli studenti hanno avuto modo di testare come semplici modelli lineari e il lessico specifico possano essere utilizzati per rappresentare in maniera esemplificata la realtà. Il lavoro in classe è stato improntato, attraverso l'apprendimento cooperativo, allo sviluppo delle potenzialità intellettive di ogni alunno, al fine di saper cogliere gli elementi significativi di un problema (sottoposto in forma di testo) e dei dati forniti per facilitare l'acquisizione e l'interpretazione dell'informazione.

- **Fasi dell'attività**

Tappa 1 - Prerequisiti

L'attività, svolta a fine anno, presupponeva che gli allievi conoscessero il metodo delle coordinate cartesiane e la rappresentazione di funzioni lineari, oltre a sapere cos'è la Ricerca Operativa, i suoi scopi e le sue fasi. Con l'uso di grafici di funzioni lineari hanno potuto risolvere un'equazione di primo grado e interpretarne graficamente la soluzione.

Tappa 2 - Sviluppo del problema

È stato proposto il seguente problema.

Un fornaio produce tre tipi di pane, quale gli conviene produrre?

Tipo	Costo fisso (€)	Costo variabile (€/kg)	Ricavo (€/kg)
A	40	0,40	1,50
B	50	0,20	1,40
C	20	0,50	1,20

Gli studenti si sono suddivisi in tre gruppi (uno dedicato a ciascun tipo), all'interno dei quali si sono ripartiti i ruoli. È stata

analizzata la situazione sottoposta ed è stata studiato il possibile andamento delle variabili in gioco con strumenti numerici e grafici.

Tappa 3 - Costruzione del modello

I tre gruppi hanno valutato i possibili ricavi ottenuti per variazione del peso del pane prodotto, rappresentando su foglio la relativa funzione. I capigruppo hanno raccolto gli elaborati per poi esporre i risultati emersi. Dopo la discussione, il docente ha rappresentato con GeoGebra i grafici corretti.

Tappa 4 - Risoluzione finale del problema

In plenaria, il docente ha fatto il punto della situazione e chiesto quali strategie occorresse mettere in atto per rispondere al quesito posto. Sono state confrontate le rappresentazioni prodotte e si è focalizzata l'attenzione sugli aspetti essenziali emersi: individuazione dell'alternativa più conveniente, punti d'indifferenza, scelta tra le funzioni lineari, problema di massimo. Le tre funzioni sono state rappresentate in un unico piano, per poi identificare la strategia da applicare e individuare la scelta migliore.

Tappa 5 - Strategia di valutazione

A fine attività, oltre alle conoscenze acquisite, sono stati valutati l'uso corretto del formalismo e del linguaggio specifico, la capacità di saper modellizzare il percorso risolutivo di un semplice problema in modo algebrico e/o grafico e l'interazione verbale nei momenti di discussione interni al gruppo o collegiali.

S2. Dal lancio di due dadi al gioco del *craps*

Liceo Classico. IIS "Mazzini" di Vittoria (RG). Classi prime.

A cura di *Ermanno Campo, Maria Alessandra Redi (tutor)*

- **Breve introduzione del tutor:** La scelta di questa attività didattica quale buona pratica è dovuta all'efficace sviluppo

dell'idea progettuale, ispirata ad una risorsa didattica M@t.abel (*Un gioco con tre dadi*, attività riadattata da Matematica 2001 da Giampaolo Baruzzo, Daniela Proia, Paola Ranzani), basata sulla rilevazione sperimentale degli esiti del lancio di due dadi e alle significative ricadute trasversali in educazione civica con il dibattito sui pericoli per la salute connessi ai giochi d'azzardo.

- **Sintesi del contesto:** L'IIS Mazzini di Vittoria (RG) nasce nel 2013 dall'accorpamento di 2 istituti del territorio che hanno formato insegnanti e professionisti e si articola in diversi indirizzi di studio: Liceo Classico, Linguistico, Scientifico, delle Scienze Applicate, delle Scienze Umane, delle Scienze Umane con opzione economico-sociale. L'Istituto vanta un bacino di utenza vasto ed eterogeneo, che proviene dal territorio locale e dai paesi vicini, con un aumento di alunni stranieri, ed opera in una città caratterizzata da agricoltura, turismo e servizi. In tale contesto socioeconomico si inserisce l'offerta formativa della scuola, che promuove competenze qualificanti e spendibili, per dare centralità alla crescita umana, sociale e culturale delle giovani generazioni. Tale complessità del processo educativo e didattico richiede un percorso progettuale sinergico che coinvolga tutte le componenti scolastiche e gli stakeholders.

- **Obiettivi:** In accordo con le Indicazioni per il Liceo Classico (I biennio), gli obiettivi specifici di apprendimento disciplinare dell'attività didattica, per la sezione Dati e Previsioni e per una classe prima di un Liceo Classico, sono:

Apprendere la nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.

Acquisire il significato di probabilità di un evento e di spazio di probabilità, distinguendo fra eventi semplici e composti, dipendenti e indipendenti, comprendendo, intuitivamente, il significato di probabilità composta,

Calcolare la probabilità di eventi casuali elementari o di semplici eventi composti.

- **Sintesi dell'attività svolta:** L'attività didattica si inserisce in ambito statistico e probabilistico ed è stata riadattata per

renderla realizzabile in un I anno di Liceo Classico. L'insegnamento della probabilità ha una forte valenza formativa e risulta motivante perché introduce i concetti di evento attraverso un approccio ludico. Obiettivo disciplinare dell'attività è stato condurre gli studenti alla scoperta che non tutti gli eventi hanno la stessa probabilità e che la probabilità dipende dal modo in cui l'esperimento/gioco è definito. In accordo con le Indicazioni per il Liceo Classico I biennio, le competenze di riferimento dell'attività didattica, per la sezione Dati e Previsioni e per una classe prima di un Liceo Classico, sono:

Saper leggere e confrontare un grafico di probabilità teorico con il corrispondente grafico di frequenza costruito a partire da dati sperimentali.

Comprendere le potenzialità offerte da Excel nello studio di fenomeni statistici e probabilistici.

In una fase storica caratterizzata dall'utilizzo smodato di internet e dalla crisi economica, risulta evidente la crescita di giochi d'azzardo on-line che promettono agli utenti guadagni favolosi. Risulta pertanto indispensabile prevenire negli adolescenti lo sviluppo di ludopatie che rappresentano una diffusa forma di dipendenza. Con riferimento alle Life Skills ed agli obiettivi di apprendimento trasversali, l'attività didattica si propone di dissuadere gli alunni dai giochi d'azzardo, attraverso il gioco dei dadi, evidenziando come la probabilità di vittoria risulti sempre sfavorevole al giocatore.

- **Fasi dell'attività**

L'attività didattica è stata suddivisa in 4 fasi ciascuna della durata di 1 ora

Fase 1 - Raccolta dei dati

Gli studenti hanno realizzato, in coppie, il lancio ripetuto di due dadi, riportando su una scheda di rilevazione (on-line o cartacea) gli esiti dei lanci effettuati.

Fase 2 - Analisi dei dati raccolti

Dopo aver analizzato l'evento elementare *Uscita di una data faccia* nel lancio di un solo dado, sono passati all'analisi dei

grafici di frequenze dell'evento *Somma delle facce della coppia di dadi*, realizzabili mediante Excel, per evidenziare:

- come varia la distribuzione delle frequenze al crescere del numero delle prove effettuate;
- come alcuni punteggi dati dalla somma delle facce dei due dadi possano essere ottenuti in un solo modo, mentre altri presentino diverse modalità.

Fase 3 - Il craps in versione da strada

Sono state presentate le regole del gioco del *craps*, uno dei più diffusi e antichi giochi di dadi. Si è proceduto poi ad analizzare le probabilità degli eventi associati alle regole del gioco, al fine di illustrare come in tutti i giochi d'azzardo la probabilità di vittoria risulti sempre sfavorevole al giocatore.

Fase 4 - Dibattito conclusivo

Si è svolto un dibattito, guidato attraverso domande-stimolo, volto a raccogliere le osservazioni spontanee degli alunni nonché a riflettere sulla probabilità di vittoria del giocatore nei giochi d'azzardo e in particolare nel *craps*.

S3. Mi illumino di coniche

Istituto Tecnico Industriale, indirizzo biotecnologie ambientali. ITIS "L. Da Vinci" di Napoli. Classi terze.

A cura di *Adriana Cagno, Roberta Di Cesare, Aniello Maffettone, Rosalia Papa, Sabrina Nappi (tutor)*

- **Breve introduzione del tutor:** L'Istituto di provenienza dei docenti è il Tecnico Industriale Statale "Leonardo da Vinci", un antico e prestigioso presidio cittadino con una storia lunga più di 120 anni, situato nel cuore della città di Napoli, che accoglie 600 alunni provenienti da ambienti deprivati socialmente ed economicamente. Le difficoltà di approccio con gli studenti non sono facili e risultano problematiche. La scuola è attenta ad individuare percorsi formativi in grado di adottare iniziative e strumenti didattici personalizzati. I docenti coinvolti nell'attività proposta focalizzano la loro attenzione sull'aspetto emotivo e relazionale degli studenti, riscontrando

entusiasmo negli alunni verso le novità introdotte e i progressi nel loro processo di apprendimento.

- **Sintesi del contesto:** L'attività scelta riguarda lo studio delle coniche ed ha costituito un importante momento di riflessione relativo al gruppo classe, sia in relazione alle dinamiche relazionali che agli aspetti più propriamente disciplinari. Il problema di partenza evidenziato è la scarsa autostima ed auto-efficacia nell'apprendimento degli studenti.
- **Obiettivi:** Gli obiettivi di apprendimento trasversali sono stati:
 - favorire il pensiero critico;
 - sapere analizzare informazioni, situazioni ed esperienze in modo oggettivo.
- **Sintesi dell'attività:** L'attività è stata progettata da quattro docenti e sperimentata in classi terze parallele. Attraverso un approccio intuitivo, è stato possibile avvicinare gli studenti al concetto di conica, partendo da osservazioni di figure e proiezioni mediante l'uso di materiale comune, quale una torcia, affrontando i seguenti nodi disciplinari:

Sezioni coniche come intersezione cono-piano nell'ambito della geometria sintetica.

Coniche come luoghi geometrici anche con l'ausilio di un opportuno software di geometria.

Circonferenza, parabola, ellisse, iperbole nell'ambito della geometria analitica.

È stata utilizzata la metodologia MLTV per indurre gli alunni a far emergere il loro pensiero dopo una prima fase di osservazione delle figure proiettate, seguita da una fase di riflessione ed infine di rielaborazione delle idee. È seguito un approccio di tipo laboratoriale con l'utilizzo di un software di geometria dinamica che ha permesso di presentare in modo costruttivo e dinamico le principali proprietà delle coniche. Partire da un problema legato al quotidiano degli studenti li ha motivati ed ha permesso di consolidare i saperi anche a quegli studenti che normalmente appaiono più restii alla partecipazione attiva.

- **Fasi dell'attività**

Fase 1 - Cono di luce

Partendo dall'attività M@.abel denominata *Coniche dallo spazio al piano*, l'insegnante ha invitato gli studenti a prendere una torcia per produrre un fascio di luce circolare e a proiettarlo sul piano del banco. Gli studenti, divisi in gruppo, hanno annotato le loro osservazioni su dei fogli. Successivamente, hanno modificato la direzione del fascio di luce e disegnato il bordo delle forme così ottenute, classificandole secondo caratteristiche che hanno individuato autonomamente. Le osservazioni sono state condivise su un Padlet per favorire la discussione e la valutazione.

Fase 2 - Esplorazione della realtà (outdoor)

L'attività è stata sviluppata fuori dall'aula. Gli studenti, passeggiando per la città o stando a casa, hanno scattato foto di oggetti, monumenti, edifici che ricordassero le curve osservate in classe e le hanno classificate secondo quanto fatto precedentemente. È seguito un focus group con la classe, finalizzato a rilevare punti di forza e criticità su cui operare interventi di miglioramento. Le modalità dell'esercitazione sono servite ad acquisire familiarità con il software Geogebra e sono state valutate in riferimento al rispetto delle consegne programmate.

Fase 3 - Introduzione costruttiva delle coniche come luoghi geometrici

In questa fase gli studenti hanno costruito le coniche come luoghi geometrici nel piano (con una corda, con la piegatura della carta e/o con un software di geometria dinamica), per giungere alla formulazione delle loro equazioni.

Fase 4 - Esplorazione delle proprietà delle coniche e delle loro equazioni

L'insegnante ha preparato un foglio di lavoro su Geogebra per guidare gli studenti alla costruzione della parabola come luogo geometrico dei punti del piano. Successivamente, gli studenti hanno verificato dinamicamente il comportamento di una parabola al variare dei coefficienti della sua equazione. Questa fase ha sollecitato una riflessione sulle caratteristiche e sulla rappresentazione grafica della conica.

S4. Matematica e/è Linguaggio

Liceo delle Scienze Umane. Liceo "De Cosmi" di Palermo. Classi prime.

A cura di *Laura Provvidenza Mascellaro, Giulia Cordone (tutor)*

- **Breve introduzione del tutor:** L'attività è stata svolta in una classe prima, in un contesto significativo per sperimentare vie di contrasto ai divari territoriali. Appare appropriata la scelta di proporre il percorso in un segmento dove, sovente, il passaggio di grado scolastico favorisce la dispersione implicita ed esplicita. La docente Laura Provvidenza Mascellaro individua nelle fragilità delle competenze linguistiche un ostacolo all'acquisizione di competenze di matematica e sperimenta una via per "saltare l'ostacolo". Nella narrazione emerge che la classe possiede significative *inconsapevoli* scontate competenze che, però, per il 99% della storia dell'umanità, erano riservate ai geni, come acutamente osserva D. Bessis (*Matematica*, pag. 31, ed. Neri Pozza, 2023).
- **Sintesi del contesto:** Il contesto è caratterizzato da attività commerciali, con scarse risorse del terzo settore e una marginale interazione tra scuola ed enti locali. La disponibilità economica, spesso ridotta, delle famiglie rende difficile attuare progetti in assenza di contributi esterni. La scuola, pertanto, è impegnata in processi di inclusione socioculturale.
- **Obiettivi:** Attitudine all'analisi, alla riflessione critica, alla codifica e decodifica di quesiti e situazioni problematiche.
Conoscenza e utilizzo di diversi registri linguistici.
- **Sintesi dell'attività:** Si è preso spunto dal documento "Competenze per una cultura della democrazia" indicate dal Consiglio europeo, dove una competenza democratica e interculturale è la capacità di rispondere, in modo efficace, alle sfide che si presentano in situazioni complesse e multidimensionali. A tal fine è necessario mobilitare valori, atteggiamenti, conoscenze e comprensione, in un processo dinamico in cui si attivano risorse psicologiche in modo flessibile, per affrontare situazioni nuove o impreviste. Il nucleo dell'attività è stata

la traduzione dal linguaggio algebrico a quello naturale e viceversa, per comprendere l'efficacia del linguaggio matematico nel risolvere situazioni problematiche. In lezioni dialogiche e assetto laboratoriale la classe è stata stimolata a selezionare informazioni, attivare processi di codifica, ricercare, individuare e applicare proprietà, risolvere problemi e costruire procedimenti in modo coordinato, flessibile e dinamico, in relazione a situazioni concrete.

- **Fasi dell'attività**

Fase 1 - Costruzione di un glossario

Si è realizzata un'attività guidata, sotto forma di lezione partecipata, per costruire insieme ad alunne e alunni un glossario di termini, scritte e significati matematici condivisi, in modo da attivare la costruzione del bagaglio linguistico. Come feedback per proseguire il lavoro in classe, all'inizio della seconda lezione, si è proposta ai gruppi una gara sui termini appresi, in modo da coinvolgere tutte e tutti in un eventuale, tempestivo recupero.

Fase 2 - Dal linguaggio matematico a quello naturale

Mediante la seconda attività, svolta in piccoli gruppi, sulla traduzione dal linguaggio simbolico-matematico a quello naturale, le alunne e gli alunni hanno avuto la responsabilità di ricercare e costruire significati da associare a espressioni matematiche che, a uno sguardo superficiale, apparivano prive di significato. Per monitorare l'apprendimento si è chiesto ai gruppi di condividere con la classe il proprio lavoro in modo da discutere su eventuali errori, in un processo di valutazione educante.

Fase 3 - Algebra e geometria: una strada a doppio senso

Dopo aver discusso su quanto già svolto, si sono proposti esercizi di traduzione dal linguaggio naturale a quello matematico. Sempre lavorando in piccoli gruppi, eterogenei, si è partiti questa volta dalla geometria. Usando monomi e polinomi per esprimere lati di poligoni e chiarendo i concetti di area e perimetro mediante domande stimolo (per calcolare l'area di una figura basta misurare il perimetro? Se due figure hanno la stessa area, hanno lo stesso perimetro?), si è fatto riferimen-

to a situazioni della realtà (es: dato un rettangolo e dei piccoli rettangoli all'interno, immaginando che siano piscine, determinare area e perimetro della zona calpestabile). In seguito, sempre per sottogruppi, in assetto laboratoriale, si sono analizzate situazioni geometriche relative a oggetti/situazioni della realtà che possano essere tradotte in monomi o polinomi. In questa fase si è monitorato l'apprendimento attraverso le risposte alle domande stimolo.

S5. Eredità e bagagli. Dal linguaggio naturale a quello algebrico

Liceo Scientifico. ISIS "Rita Levi Montalcini" di Quarto (NA). Classi prime.

A cura di *Adriana D. L. Alonge, Simona Pinto (tutor)*

- **Breve introduzione del tutor:** La professoressa Alonge fin dal primo incontro si dimostrata estremamente competente, motivata e aperta al confronto con i docenti del corso e con la tutor. Nel proprio liceo, con il dipartimento di matematica, ha posto in essere una sperimentazione di un approccio differente alla disciplina per il miglioramento degli esiti delle prove Invalsi.
- **Sintesi del contesto:** La docente ha introdotto gli strumenti della matematica per affrontare la fisica, ma alcuni studenti hanno avuto difficoltà nell'effettuare la traduzione in linguaggio algebrico delle relazioni esistenti tra le grandezze di una situazione problematica espressa in linguaggio naturale e ad individuarne correttamente la traduzione in linguaggio scientifico.
- **Obiettivi:** Lo studente acquisirà la capacità di eseguire calcoli con le espressioni letterali per rappresentare un problema (mediante un sistema di equazioni) e risolverlo.

Lo studente apprenderà a descrivere un problema con un'equazione o un sistema di equazioni.

- **Sintesi dell'attività:** L'obiettivo non è stato quello di rendere, per gli studenti, automatico un processo mentale ma, al

contrario, quello di sostenere il potenziamento delle capacità di analisi di un testo, dello spirito critico utile ad individuare i dati e gli elementi incogniti e le relazioni esistenti fra loro. Il fulcro dell'attenzione didattica si è spostato dagli algoritmi risolutivi di equazioni e sistemi alla traduzione e messa in formula dei problemi. Sono stati creati gruppi di *indagine* eterogenei, che si sono trasformati in *investigatori delle relazioni matematiche*. Ai ragazzi è stata sottoposta una prima situazione problematica e, in una fase di brainstorming, essi sono stati lasciati liberi di scegliere la modalità di approccio. Poi è stata avviata una fase di riflessione guidata. Per condurre i ragazzi a valutare delle modalità di soluzione di un problema infine è stata avviata un'ultima fase di confronto attivo fra i diversi livelli di efficacia dei vari metodi adottati.

- **Fasi dell'attività**

Fase 1 - Introduzione

La classe è stata suddivisa in gruppi eterogenei ed è stata proposta un'attività introduttiva con la domanda D7 della prova INVALSI dell'a.s. 2012/13 per la *Scuola secondaria di II grado - Classe I*. Il test INVALSI è proposto come sfidante. Viene letto il testo del quesito e viene formulata la seguente richiesta agli alunni: *Leggi attentamente il testo e rispondi: Quali sono le incognite, cioè quello che si vuole sapere? Quante incognite hai bisogno di indicare? Che cosa è dato? Quali condizioni legano il dato alle incognite o le incognite tra di loro?*

Fase 2 - Consegna in una forma alternativa

Il quesito è stato presentato con un aspetto più accattivante rispetto ad un classico problema presente sui libri di testo. In particolare, Viene presentato nella forma di una vignetta. Sono state riproposte le domande precedenti, per l'individuazione dei dati, delle relazioni e delle incognite del problema. È seguita una fase di brainstorming, in cui è stata lasciata libertà di scegliere la strategia risolutiva ritenuta più idonea.

Fase 3 - Traduzione

È stato ritenuto opportuno far notare ai ragazzi che, come capita nelle traduzioni da una lingua all'altra, spesso è necessaria una costruzione linguistica differente, così anche per la

traduzione nel linguaggio algebrico può essere necessario ri-organizzare l'ordine degli elementi in gioco.

Fase 4 - Varietà di soluzioni

Molti problemi possono ammettere diverse possibili soluzioni tutte ugualmente valide. Sono state valutate le caratteristiche di quelle determinate per i problemi assegnati, per poter operare delle scelte.

Riferimenti bibliografici

Agrusti, G. (2023). L'indagine TALIS. Che cosa sappiamo sulle pratiche didattiche degli insegnanti italiani?. *RicercaAzione*, 15(1), 33-43.

Arzarello, F. & Bartolini Bussi, M. G. (1998). Italian Trends in Research in Mathematics Education: a national case study in the international perspective. In J. Kilpatrick & A. Sierpinska (eds). *Mathematics Education as a Research Domain: a search of identity*. Dordrecht: Kluwer Ac. Pub, pp.243-262.

Aquario D., Ghedini E., & Pocaterra M. B. (2017). *La sfida della collaborazione per una scuola di qualità: una ricerca con docenti di scuola secondaria*. *Form@re*, 17(3).

Austin J. L. (1987). *Come fare cose con le parole*. Marietti 1820

Baldacci M. (2020), Quale modello di formazione del docente. Ricercatore e intellettuale, in Baldacci M., Nigris E. and Riva M.G., a cura di (2020), *Idee per la formazione degli insegnanti*, Milano, Franco Angeli.

Bartolini Bussi M. G. & Mariotti M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective, in L. English (ed.). *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Abingdon: Routledge.

Bärtschi, W. (1989). Ragione e intuizione nella musica. In P. Feyerabend, C. Thomas (a cura di), *Arte e Scienza*. Armando Editore.

Batini, F. (2023). Un panorama lunare: la dispersione scolastica. *RicercaAzione*, 15(1), 19-31.

Batini, F., & Bartolucci, M., a cura di (2016), *Dispersione scolastica. Ascoltare i protagonisti per comprenderla e prevenirla*. FrancoAngeli, Milano.

Borasi, R. (1996). *Reconceiving Mathematics Instruction: A Focus on Errors*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Co.

Bruner, J. (1992). *La ricerca del significato. Per una psicologia culturale*. Bollati Boringhieri.

- Bruner, J. (2015). *La cultura dell'educazione*. Feltrinelli.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining Specialized Knowledge for Mathematics Teaching. In: B. Ubuz, Ç. Haser, M. A. Mariotti (eds.). *Proceedings of CERME 8*. Antalya, Turkey: ERME, pp. 2985-2994.
- Chevallard Y. (1991), *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Davis, B. (1997). Listening for differences: An evolving conception of mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3): 355-376.
- Davydov, V. V. (1982). The psychological characteristics of the formation of elementary mathematical operations in children. In T.P. Carpenter, I.M. Moser, and T.A. Romberg (eds.). *Addition and Subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, pp. 224-238.
- Dewey, J. (1974). *Logica. Teoria dell'indagine*. Einaudi.
- Dewey, J. (2020). *Arte come esperienza*. Aesthetica Edizioni.
- Di Martino, P., Mellone, M., Minichini, C., Ribeiro M. (2017). Prospective teachers' interpretative knowledge: giving sense to subtraction algorithms. In: S. Zehetmeier, B. Rösken-Winter, D. Potari, M. Ribeiro (eds). *ERME Topic Conference ETC3 on Mathematics Teaching, Resources and Teacher Professional Development*. Berlin: Humboldt-Universität zu Berlin.
- Duval, R. (1995). Geometrical Pictures: Kinds of representation and specific processing. In R. Sutherland and J. Mason (eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*. Springer, Berlin, pp. 142-157.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 61: 103-131.

- Geertz, C. (2001) *Antropologia interpretativa*. Il Mulino.
- Goethe J. W. (2008). *La teoria dei colori*. Il Saggiatore.
- Gola, G. (2021). *Video-analisi. Metodi, prospettive e strumenti per la ricerca educativa*, Franco Angeli, Milano.
- INVALSI, *Rapporto Invalsi*, 2022.
- Latour, B. (1998). *La scienza in azione. Introduzione alla sociologia della scienza*. Edizioni di Comunità
- Martini, B. (2020), *Generale e disciplinare: le due facce della professionalità didattica*. In Baldacci M., Nigris E. and Riva M.G., a cura di, *Idee per la formazione degli insegnanti* (pp. 97-105). Franco-Angeli.
- McLaughlin, T. H. (1999). *Beyond the Reflective Teacher*. *Educational Philosophy and Theory* 31(1).
- Mezirow, J. (2003), *Apprendimento e trasformazione*, Raffaello Cortina Editore, Milano.
- Nigris, E., Balconi, B., & Zecca, L. (2019), *Dalla progettazione alla valutazione didattica. Progettare, documentare e monitorare*, Pearson Italia, Milano-Torino.
- Nuzzaci, A. (2011), *Pratiche riflessive, riflessività e insegnamento*, in *STUDIUM EDUCATIONIS-Rivista semestrale per le professioni educative*, (3), pp. 9-28.
- Parlamento UE (2008). *Raccomandazione del Parlamento europeo e del Consiglio, del 23 aprile 2008, sulla costituzione del Quadro europeo delle qualifiche per l'apprendimento permanente*
- Schön D. A. (1987). *Educating the Reflective Practitioner. Toward a new design for teaching and learning in the professions*. Jossey-Bass.
- Radford, L. (2009a). *Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization*. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1): 37-70.
- Radford, L. (2009b). *Signifying Relative Motion*. In W.-M. Roth (ed). *Mathematical Representation at the Interface of Body and Culture*.

Vygotskij, L. S. (1978). *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Vygotskij, L. S. (1990). *Pensiero e linguaggio*. Bari: Editori Laterza.

Ribeiro, M., Mellone, M., & Jakobsen, A. (2016). Interpretation students' non-standard reasoning: insights for mathematics teacher education. *For the Learning of Mathematics* 36(2): 8-13.

Wartofsky, M. W. (1979). Perception, Representation, and the Forms of Action: Towards an Historical Epistemology: 1973. In *A Portrait of Twenty-five Years: Boston Colloquium for the Philosophy of Science 1960-1985* (pp. 215-237). Dordrecht: Springer Netherlands.

Wittgenstein, L. (2009). *Ricerche filosofiche*. Einaudi.

ISBN: 979-12-80706-61-4
Copyright © INDIRE 2023.
www.indire.it

